Messung der Ortsauflösung des H1-Siliziumvertexdetektors

von
Johannes Gassner

DIPLOMARBEIT

Institut für Teilchenphysik
Eidgenössische Technische Hochschule
Zürich

Dezember 1996

Kurzfassung

Eine Methode für die Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung des H1 Vertexdetektors wird vorgestellt. Um diese Messung zu ermöglichen, wurde zusätzlich ein Verfahren zur Ermittlung der geometrischen Ausrichtung des Vertexdetektors entwickelt. Die gemessene intrinsische Auflösung der p-Seite beträgt

$$\sigma(\hat{x}) = 15,8 \pm 0,3\,\mu\text{m}.$$

Für Teilchen, welche unter einem Lotwinkel von $\theta_{Lot} = 15,0 \pm 1,1$ Grad einfallen, beträgt die Auflösung der n-Seite

$$\sigma(\hat{z}) = 23,4 \pm 1,1\,\mu\text{m}.$$

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Das H1 Experiment bei HERA

Die Teilchenphysik beschäftigt sich mit der Untersuchung der fundamentalen Bausteine der Materie und den Wechselwirkungen, welche zwischen diese Bausteinen herrschen. Sie versucht, beobachte Phänomene durch mathematische Modelle zu beschreiben.

Das zur Zeit umfassendste Modell ist das Standardmodell. Es enthält Teilchen mit halbzahligen Spin (Fermionen) als Bausteine und beschreibt Wechselwirkungen durch den Austausch von Eichbosonen (Teilchen mit ganzzahligem Spin). Die Fermionen lassen sich in drei Familien mit je zwei Leptonen und zwei Quarks zusammenfassen. Diese Teilchen bilden die kleinste Struktur der Materie, welche heute beobachtet werden kann.

Die alltäglichen Erscheinungsformen der Materie sind stabile, gebundene Zustände von Fermionen. Diese stabilen Zustände müssen für die experimentelle Untersuchung ihrer Struktur aufgebrochen werden. Aus dem Studium der dabei entstehenden Fragmente lassen sich Rückschlüsse auf den Zustand der aufgebrochenen Materie ziehen.

Das Aufbrechen von Materie in ihre kleinsten Strukturen benötigt viel Energie. Diese Energie wird von Teilchenbeschleunigern geliefert. Am **D**eutschen-**E**lektronen-**Sy**nchrotron DESY in Hamburg wurde 1992 ein solcher Beschleuniger in Betrieb genommen.

1.1 Der HERA Speicherring

Der Speicherring HERA (**H**adron-**E**lektron-**R**ing-**A**nlage) ist in einem unterirdischen Tunnel von 6,3 km Länge untergebracht. Er besteht aus einem Strahlführungssystem mit zwei Ultra-Hochvakuumsrohren. In diesen Rohren werden Positronen [1] und Protonen auf Energien von 27,5 GeV und 820 GeV gegenläufig beschleunigt und mehrere Stunden gespeichert [1]. In Abbildung 1.1 sind die verschiedenen Vorbeschleunigungsstufen und der HERA-Ring abgebildet. Bei der Planung des HERA-Ringes wurde eine Speicherung von bis zu 210 Teilchenpaketen von

[1] Seit Sommer 1994 werden in dem HERA-Ring Positronen statt Elektronen beschleunigt.

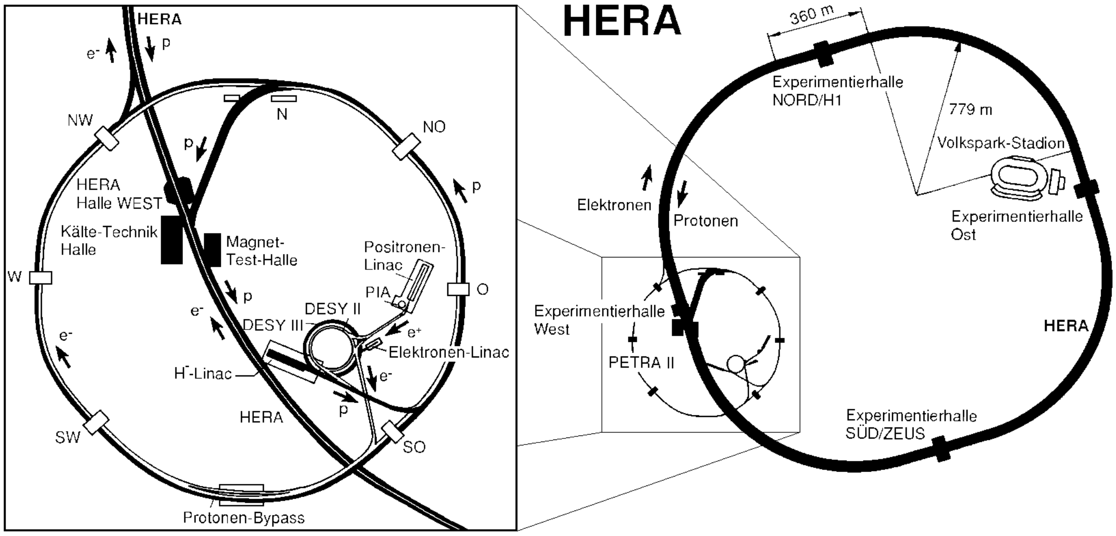

Abbildung 1.1: Die linke Abbildung zeigt die Vorbeschleunigungsstufen des HERA-Ringes am Deutschen-Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg. In ihnen werden Positronen auf eine Energie von 12 GeV und Protonen auf 40 GeV beschleunigt. Anschließend werden diese Teilchen in den HERA-Speicherring (rechte Abb.) eingespeist. Innerhalb des HERA-Ringes werden die beiden Strahlen gegenläufig in zwei getrennten Strahlrohren auf ihre endgültigen Energien von 27,5 GeV und 820 GeV beschleunigt. In einem zeitlichen Abstand von 96 ns werden sie an zwei Punkten (Halle Nord und Halle Süd) zur Kollision gebracht.

insgesamt 160 mA Protonen und 60 mA Elektronen vorgesehen [1]. In zwei Wechselwirkungspunkten werden je zwei dieser Pakete mit einer Rate von 10,4 MHz zur Kollision gebracht. Die Schwerpunktsenergie dieser Kollision beträgt $\sqrt{s} \approx 300\,\mathrm{GeV}$.

Die beiden Teilchensorten werden innerhalb des HERA-Ringes auf eine unterschiedliche Endenergie beschleunigt. Die Ursache für diese Eigenheit des HERA-Ringes sind die unterschiedlichen Massen der beschleunigten Teilchen. In einem Ringsystem ist die maximale Energie, mit welcher eine Teilchensorte gespeichert werden kann, unter anderem von drei Faktoren abhängig:

1. Bei der Änderung der Flugbahn eines geladenen Teilchens wird Energie in Form von Synchrotronstrahlung abgestrahlt. Der Energieverlust pro Umlauf in einem kreisförmigen Beschleuniger ist umgekehrt proportional zu der vierten Potenz der Teilchenmasse [2].

2. Die Beschleunigungsstufen können nur mit einer beschränkten Hochspannung betrieben werden. Die Teilchen können deshalb pro Umlauf nur um einen beschränkten Energiebetrag beschleunigt werden.

3. Die Teilchen werden mittels Dipolmagneten in den vier Bogenstücken des Ringes um 90° abgelenkt. Der Radius dieser Umlenkung und die Stärke der Dipolmagnete limitieren die maximale Teilchenenergien in Abhängigkeit von ihrer Masse [3].

Die Speicherung einer Teilchensorte ist möglich, wenn die Energieverluste durch die Beschleunigungstufen kompensiert werden können. Das limitiert die Endenergie der Positronen in dem HERA-Ring auf 27,5 GeV. Die Endenergie der Protonen ist durch die Stärke der Dipolmagnete und den Radius der Umlenkung auf 820 GeV beschränkt.

Das Schwerpunktsystem der Positron-Proton-Streuung bewegt sich deshalb in Relation zu dem Laborsystem der Experimente entlang der Protonflugrichtung. Das Proton ist jedoch ein zusammengesetztes Objekt. Das Schwerpunktsystem der Streuung von Positronen an den Konstituenten des Protons entspricht deshalb nicht zwangsläufig dem Schwerpunktsystem der Positron-Proton-Streuung.

Die beiden Wechselwirkungszonen des Speicherringes werden von den Teilchendetektoren H1 (Halle Nord) und ZEUS (Halle Süd) umschlossen. Sie dienen der Vermessung der Endzustände aus den Kollisionen von Protonen und Positronen.

1.2 Das H1 Experiment

Das H1 Experiment ist um den nördlichen Wechselwirkungspunkt des HERA-Ringes gebaut. Es steht in einer unterirdischen Halle. Bei dem Bau des Detektors wurde ein besonderer Schwerpunkt auf den Nachweis des gestreuten Positrons in dem Flüssig-Argon Kalorimeter gelegt. Ein zweiter Schwerpunkt liegt auf der genauen Vermessung der Flugbahnen von den geladenen Teilchen des Endzustandes mit Hilfe von Spurkammern. Der Detektor deckt fast den gesamten Raumwinkelbereich um die Wechselwirkungszone ab.

Die Abbildung 1.2 zeigt einen Querschnitt durch das H1 Experiment. Seine wichtigsten Komponenten sind im folgenden gemäß der Numerierung in der Abbildung angeführt.

- $\boxed{1}$ Nomineller Wechselwirkungspunkt
- $\boxed{2}$ Zentrale Spurkammern
- $\boxed{3}$ Vorwärts-Spurkammern
- $\boxed{4}$ Elektromagnetischer Teil des Flüssig-Argon-Kalorimeters
- $\boxed{5}$ Hadronischer Teil des Flüssig-Argon-Kalorimeters
- $\boxed{6}$ Supraleitende Spule (1.15 Tesla)
- $\boxed{7}$ Kompensationsmagnet
- $\boxed{8}$ Heliumversorgung für den Kompensationsmagneten
- $\boxed{9}$ Myonenkammern

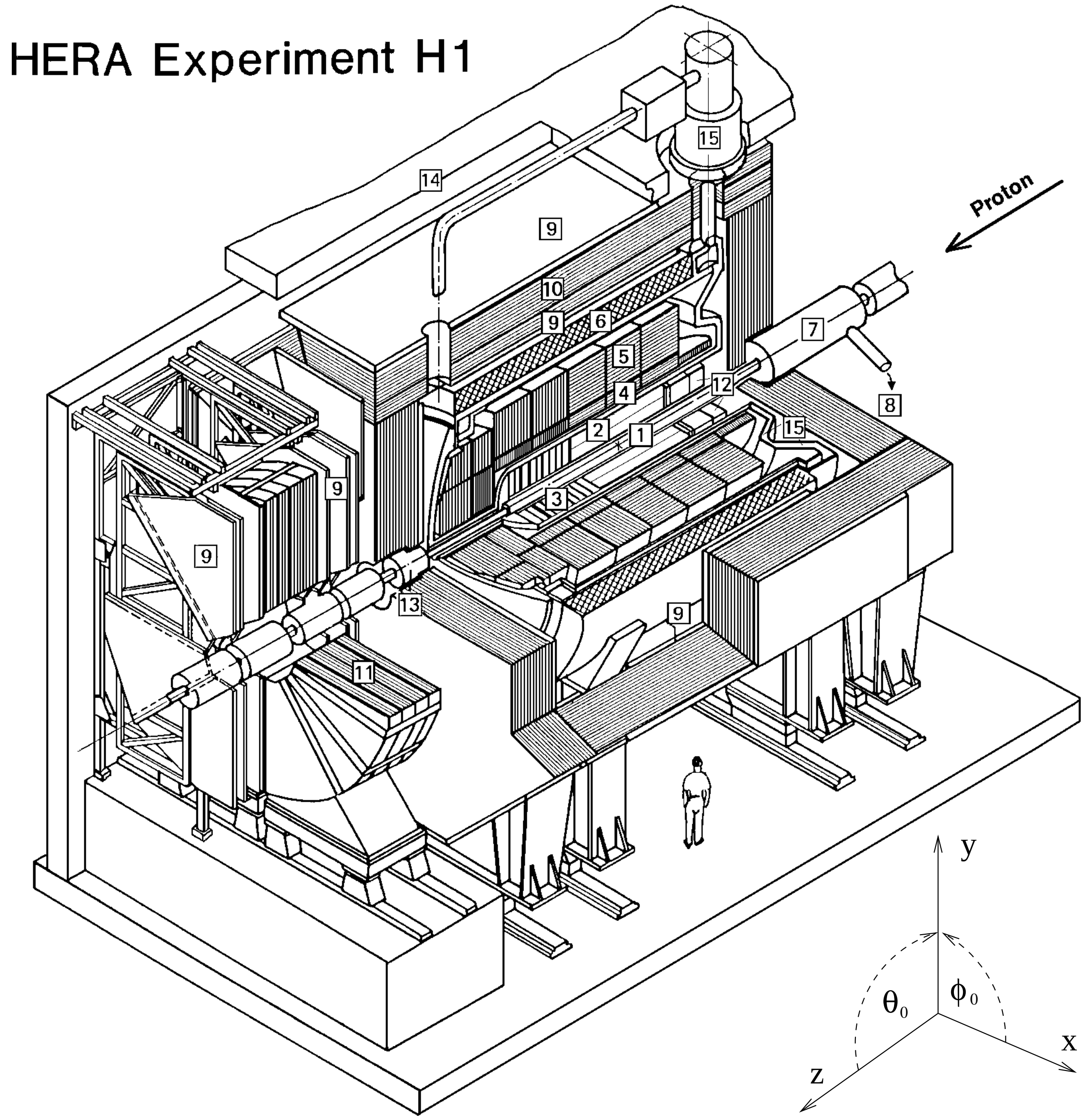

Abbildung 1.2: Das H1 Experiment am HERA-Speicherring. Es umschließt den Wechselwirkungspunkt, der durch das Symbol $\boxed{1}$ gekennzeichnet ist, mit einer Vielzahl von Einzeldetektoren, welche unterschiedliche Eigenschaften der Endzustände aus einer Kollision vermessen. Die Achsenausrichtung des H1 Koordinatensystem ist unten rechts definiert. Der Ursprung des Systems ist der nominelle Wechselwirkungspunkt.

- $\boxed{10}$ Mit Myonenkammern instrumentiertes Eisenjoch, zur Rückführung des magnetischen Flusses der Spule
- $\boxed{11}$ Toroidmagnet für Myonen in Vorwärtsrichtung
- $\boxed{12}$ Blei-Szintillator Kalorimeter im Rückwärtsbereich (Seit Winter 1994/95 durch ein Blei-Faser Kalorimeter ersetzt.)
- $\boxed{13}$ Kupfer-Silizium Kalorimeter im Vorwärtsbereich
- $\boxed{14}$ Betonverschalung des Experimentes
- $\boxed{15}$ Druckbehälter für das flüssige Argon des Kalorimeters

Auf die Vermessung der Flugbahnen von geladenen Teilchen wird in den folgenden Abschnitten ausführlicher eingegangen. Zuvor wird jedoch das H1 internen Koordinatensystem definiert, da sich alle Geometriedefinitionen dieser Arbeit auf dieses System beziehen.

1.2.1 Das H1 Koordinatensystem

Das H1 Koordinatensystem ist folgendermaßen definiert (vgl. Abb. 1.2) :
Als Ursprung wird der nominelle Wechselwirkungspunkt gewählt. Die +z-Achse weist in die Protonflugrichtung. Die +x-Achse liegt in der Ebene des HERA-Ringes und zeigt zum Zentrum des Ringes. Die +y-Achse steht senkrecht auf der Ebene des Ringes und zeigt aufwärts, so daß die (x,y,z) Koordinaten ein rechtshändiges System bilden. In Kugelkoordinaten wird der Azimuthalwinkel ϕ in der x-y-Ebene gemessen, ausgehend von der +x-Achse im Uhrzeigersinn. Der Polarwinkel θ wird von der +z-Achse aus gemessen.

1.2.2 Die Spurparametrisierung

Innerhalb des magnetischen Feldes im Inneren des H1 Experiments kann die Flugbahn eines geladenen Teilchens mit einer Helix beschrieben werden. Diese Beschreibung ist nur eine Annäherung, welche die Energieverluste und die Vielfachstreuung der Teilchen innerhalb von Materie vernachlässigt. Auf die Vielfachstreuung wird in Kapitel 3 noch genauer eingegangen.

Die Lage und Form einer Helix innerhalb des H1 Experiments wird mit fünf Konstanten beschrieben. In der H1 Konvention werden diese fünf Konstanten mit ($\kappa, \theta_0, \phi_0, d_{ca}, z_0$) bezeichnet [4]. Die allgemeine Darstellung einer Helix in ihrer parametrisierten Form lautet :

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \tfrac{1}{\kappa} \cdot sin(\phi_0 + t) \\ y &= y_0 - \tfrac{1}{\kappa} \cdot cos(\phi_0 + t) \qquad t > 0. \\ z &= z_0 + \tfrac{t}{\kappa} \cdot cot(\theta_0) \end{aligned} \tag{1.1}$$

In dem H1 Magnetfeld ist der inverse Krümmungsradius κ positiv für negativ geladene Teilchen. Der Punkt (x_0,y_0) entspricht dem Zentrum des Kreises, welcher die

Spurparameter	Auflösung (CJC)
κ	$\sigma(\kappa) = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}^{-1}$
ϕ_0	$\sigma(\phi_0) = 1{,}7\,\mathrm{mrad}$
θ_0	$\sigma(\theta_0) = 21\,\mathrm{mrad}$
d_{ca}	$\sigma(d_{ca}) = 420\,\mu\mathrm{m}$
z	$\sigma(z) = 2{,}2\,\mathrm{cm}$

Tabelle 1.1: Die Auflösung in den Spurparametern ist angegeben, welche bei der Spurbestimmung in den zentralen Jet-Kammern erreicht wird [5]. Statt der Auflösung in z_0 ist die Auflösung in der z-Koordinate innerhalb der Spurkammern gegeben.

Helix in der r-ϕ Projektion darstellt. In der H1 Konvention wird der Punkt mit dem kleinsten Abstand von der z-Achse als Ausgangspunkt (t=0) der Helix gewählt. Er hat die z-Koordinate z_0. Der Azimuthalwinkel ϕ_0 entspricht der Flugrichtung des Teilchens an dem Ausgangspunkt der Helix in der r-ϕ-Projektion, der Polarwinkel θ_0 gibt die Flugrichtung in der r-z-Projektion an. Das Zentrum der Helix ist in der r-ϕ-Projektion durch die beiden Konstanten d_{ca} und ϕ_0 bestimmt.

$$\begin{aligned} x_0 &= \ \ (d_{ca} - \tfrac{1}{\kappa}) \cdot sin(\phi_0) \\ y_0 &= -(d_{ca} - \tfrac{1}{\kappa}) \cdot cos(\phi_0) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Der kleinste Abstand von der Strahlachse beträgt $|d_{ca}|$. Um die Helix vollständig zu beschreiben wird dem Parameter d_{ca} ein Vorzeichen zugeordnet: Das Vorzeichen von d_{ca} wird positiv gewählt, wenn der Ortsvektor und der Tangentialvektor der Helix an dem Punkt mit dem kleinsten Abstand von der Strahlachse zusammen mit dem +z Einheitsvektor ein rechtshändiges System definieren. Ansonsten ist d_{ca} negativ.

Diese Parameter werden aus den in den Spurkammern vermessenen Spurpunkten bestimmt. Für die vorliegende Arbeit wurde die Spurbestimmung der zentralen Spurkammern verwendet. Aus diesem Grund werden sie im nächsten Abschnitt ein wenig ausführlicher besprochen. Eine detailierte Beschreibung kann in der Referenz [4] gefunden werden.

1.2.3 Die zentralen Spurkammern

Die zentralen Spurkammern umschließen die Wechselwirkungszone in einem radialen Bereich von 20,3 cm bis 84,4 cm. Ihr Herzstück sind zwei konzentrische Driftkammern, die zentralen Jet-Kammern CJC1 und CJC2. Sie decken die Wechselwirkungszone auf einer Länge von 220 cm ab. Die Drähte dieser Kammern sind parallel zu der Strahlachse gespannt. Sie werden an beiden Enden ausgelesen. Durch einen

Ladungsvergleich der ausgelesenen Signale kann die z-Koordinate des Teilchendurchgangs gemessen werden. Neben den Spurparametern wird auch der Energieverlust des Teilchens innerhalb der Spurkammern bestimmt. Diese Messung kann für eine Identifikation der Teilchen verwendet werden. Die Auflösung der Spurparametern, welche in den zentralen Jet-Kammern erreicht wird, ist in Tabelle 1.1 zusammengestellt.

Eine Verbesserung der Auflösung in der z-Koordinate wird durch zwei dünne, entlang der z-Achse segmentierte Driftkammern erreicht. Die Innere z-Kammer CIZ wird von der zentralen Jet-Kammer CJC1 umschlossen, während die Äußere z-Kammer COZ zwischen den den beiden zentralen Jet-Kammern positioniert ist.

Mit der Spurbestimmung der zentralen Spurkammern kann der Primärvertex einer Kollision bestimmt werden. Der Primärvertex ist der Raumpunkt, an dem die Wechselwirkung zwischen dem Positron und dem Konstituenten des Protons stattfindet. In diesem Punkt werden die primären Endzustände der Kollision erzeugt.

1.3 Physik mit dem Vertexdetektor

Im Juli 1992 wurde in der H1 Kollaboration der Bau von einem weiteren Detektor für die Spurvermessung vorgeschlagen und bewilligt: Ein Vertexdetektor für die Spurvermessung im zentralen Bereich des H1 Experiments [6]. Der Vertexdetektor wird in dem zweiten Kapitel ausführlich besprochen.

Die physikalische Motivation für den Bau eines Vertexdetektors für das H1 Experiment ist die Identifikation von Ereignissen, in welchen schwere Quarks erzeugt werden. In Positron-Proton-Kollisionen werden schwere Quarks in erster Ordnung durch eine Photon-Gluon-Fusion $\gamma g \;\rightarrow\; q\bar{q}$ erzeugt. Der Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines Charm-Quark-Paares bei HERA beträgt $\sigma(\; ep \;\rightarrow\; c\bar{c}X\;) = 0{,}9\,\mu\mathrm{b}$ [7], für die Erzeugung eines Bottom-Quark-Paares ist er ungefähr zwei Größenordnungen kleiner. Die Erzeugung von Top-Quark-Paaren ist bei der HERA-Schwerpunktenergie von $\sqrt{s} \approx 300$ GeV nicht möglich.

Die Erzeugung von primären leichten Quarks in der Positron-Proton-Streuung ist der dominanten Untergrundprozeß, welcher die Identifikation von Ereignissen mit primären schweren Quarks erschwert. Baryonen und Mesonen mit schweren Quarks zeichnen sich durch eine Lebensdauer von der Größenordnung 10^{-13} s aus. Ihr Zerfallspunkt wird als sekundärer Vertex bezeichnet. Mit einer Vertexauflösung von unter $100\,\mu$m ist eine effiziente Trennung von primären und sekundären Vertex möglich. Damit kann die Identifikation von Ereignissen, in denen schwere Quarks produziert werden, wesentlich verbessert werden.

Der Einbau des Vertexdetektors in das H1 Experiment soll die Untersuchung der folgenden Themenkreise ermöglichen:

- Die Messung des totalen Wirkungsquerschnittes $\sigma(\; ep \;\rightarrow\; c\bar{c}X\;)$ bei kleiner invarianten Masse des Charm-Quark-Paares. Ein besseres Verständnis für den zu Grunde liegenden Erzeugungsprozeß soll damit ermöglicht werden.

- Diese Größe x_g bestimmt den Anteil von dem Impuls des Protons, welcher von dem an der Streuung beteiligten Gluon getragen wurde. Sie kann mit Hilfe des Vertexdetektors für sehr kleine Werte ($x_g \approx 0.001$) rekonstruiert werden. Damit kann die Dichteverteilung der Gluonen im Proton in Abhängigkeit von x_g bestimmt werden.

- Bei optimalen Betrieb treten bei HERA bis zu 10^8 Charmereignisse pro Jahr auf. Damit wird die Suche nach seltenen oder im Standardmodell verbotenen Zerfällen und nach der Mischung im $D^0 - \bar{D}^0$ System möglich.

- Spektroskopie von Baryonen, welche Charm-Quarks enthalten.

Das nächste Kapitel geht auf die Anwendung von Silizium für Spurendetektoren ein. Nach einer allgemeinen Einführung wird der Vertexdetektor des H1 Experimentes im Speziellen behandelt.

Kapitel 2

Der H1 Vertexdetektor

Die Spur eines Teilchens wird bestimmt, indem die Teilchenbahn in mehreren Spurpunkten vermessen wird. Die meisten Spurendetektoren nutzen Ionisationsverluste für diese Vermessung: Ein geladenes Teilchen verliert Energie beim Durchgang von Materie, indem es die Atome des Materials ionisiert. Der Nachweis dieser Energieverluste ermöglicht die Bestimmung des Raumpunktes, an dem das Teilchen das Material durchquert hat.

Der Vertexdetektor des H1 Experimentes verwendet dieses Prinzip der Spurvermessung. Als Nachweismaterial dient der Halbleiter Silizium. Halbleiterdetektoren werden seit Beginn der achtziger Jahre immer häufiger als Spurendetektoren verwendet, weil mit ihnen neben einer hohe Ortsauflösung (im Mikrometerbereich) auch sehr schnelle Auslesezeiten (im Nanosekundenbereich) erreicht werden können. Ein weiterer Grund für die schnelle Verbreitung ist der hohe Entwicklungsstand der Halbleiterindustrie. Die Produktionsverfahren von Mikroprozessoren können dabei direkt für die Herstellung von Detektoren genutzt werden.

Für die Spurvermessung wird der Halbleiter als rückwärts gespannte Diode betrieben. Der erste Abschnitt gibt eine qualitative Beschreibung dieser Betriebsart. Eine ausführlichere Behandlung kann z.B. in Referenz [8] gefunden werden.

Der zweite Abschnitt behandelt die Signalentstehung innerhalb des Halbleitermaterials. Der darauffolgende Teil des Kapitels beschreibt den Aufbau des Vertexdetektors. Den Abschluß des Kapitels bildet ein Abschnitt über die Ortsauflösung und die Aufgabenstellung dieser Arbeit.

2.1 Eine rückwärts gespannte Diode

In der Physik werden Festkörper gemäß ihrer elektrischen Leitfähigkeit in Isolatoren, Halbleiter und Leiter eingeteilt. Die Leitfähigkeit von Halbleitern hängt unter anderem von der Temperatur, Illumination, jegliche Art von ionisierender Strahlung und von Verunreinigungen des Materials ab. Durch die Änderung dieser Parameter kann eine Variation der Leitfähigkeit von mehreren Größenordnungen erreicht werden.

Die elektrische Leitfähigkeit eines Materials ist durch die Anzahl seiner freien Ladungsträger bestimmt. Die Anzahl der freien Ladungsträger hängt von der Struktur der Energiebänder ab.

Die Energiebänder entstehen durch die periodische Anordnung der Atome in einem Festkörper. Ein Energieband besteht aus dicht zusammenliegenden, erlaubten Energiewerten der Elektronen in dem periodischen Potential des Festkörpers. Die Energiebänder werden durch Zonen mit verbotenen Zuständen von einander getrennt. Diese Bänderstruktur ist für die elektrische Leitfähigkeit wichtig: In einem vollständig gefüllten Energieband kann kein Strom fließen, da die Ladungsträger keine weitere Energie mehr aufnehmen können.

Halbleiter besitzen in ihrem Grundzustand bei 0 K nur vollständig gefüllte und vollständig leere Energiebänder. Das oberste gefüllte Energieband heißt Valenzband, das tiefste nicht gefüllte ist das Leitungsband. Der Abstand dieser beiden Bänder ist eine charakteristische Größe des Halbleiters. Die Größe dieser Energielücke beträgt in Silizium 1,1 eV.

Mit zunehmender Temperatur können thermisch angeregte Elektronen in das Leitungsband gelangen. Sie hinterlassen unbesetzte Stellen in dem Valenzband. Diese Löcher können von benachbarten Elektronen aufgefüllt werden und wirken wie positive Ladungen. In den nicht mehr vollständig besetzten Bändern kann nun ein Strom fließen. Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters nimmt aus diesem Grund mit steigender Temperatur zu.

Die Leitfähigkeit in einem Halbleiter kann verändert werden, indem Fremdatome in die Gitterstruktur eingebaut werden. Die Fremdatome werden die Dotierung des Halbleiters genannt. Man unterscheidet zwei Arten der Dotierung: p- und n-dotierte Halbleiter.

In einem p-dotierten Halbleiter besitzen die Fremdatome freie Energieniveaus in unmittelbarer Nähe des Valenzbands. Elektronen aus dem Valenzband können auf diesen freien Niveaus gebunden werden. Diese gebunden Elektronen hinterlassen Löcher in dem Valenzband, die als freie Ladungsträger fungieren können. Diese Art der Fremdatome wird Akzeptoren genannt. In einem n-dotierten Halbleiter besitzen die Fremdatome gebundene Elektronen auf Energieniveaus in der Nähe des Leitungsbands. Diese Elektronen können mit einem geringen Energieaufwand in das Leitungsband angeregt werden und sich dort frei bewegen. In diesem Fall heißen die Fremdatome Donatoren. Die Anzahl der freien Ladungsträger bei fester Temperatur und damit die elektrische Leitfähigkeit kann also über die Dichte der Fremdatome gesteuert werden.

Die Technik der Dotierung ermöglicht eine einfache Herstellung eines pn-Kontakts. Ein pn-Kontakt entsteht, wenn die eine Seite eines Halbleiters mit Akzeptoren, die andere Seite mit Donatoren dotiert wird. Es entstehen zwei Regionen innerhalb des Halbleiters: In der p-dotierten Region sind die freien Ladungsträger hauptsächlich Löcher, während in der n-dotierten Region die Elektronen als freie Ladungsträger überwiegen.

Über Diffusion werden in der Übergangsregion freie Ladungsträger ausgetauscht. Dadurch werden die unterschiedlichen Konzentrationen der freien Ladungsträger in den beiden Regionen aneinander angeglichen. Die ionisierten Fremdatome sind hingegen fest in das Gitter des Halbleiters eingebunden. Ihre unterschiedlichen Konzentrationen in den beiden Regionen können deshalb nicht aneinander angeglichen werden. Durch den Austausch der freien Ladungsträger baut sich ein Raumladungsfeld auf. Diese Feld wirkt dem weiteren Austausch der freien Ladungsträger entgegen. Deshalb stellt sich ein stabiler Zustand ein, in dem kein Austausch mehr stattfindet und die Übergangszone an freien Ladungsträgern verarmt ist. Diese Zone wird Depletionszone genannt.

Die Depletionszone kann durch das Anlegen einer äußeren Spannung zusätzlich vergrößert werden. Man spricht von einer rückwärts gespannten Diode oder von einem in Sperrichtung betriebenen pn-Kontakt. Die Tiefe der Depletionszone kann unter einigen vereinfachenden Annahmen analytisch berechnet werden. Als Ergebnis dieser Rechnung findet man für die Depletionstiefe den Ausdruck [8]:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon}{e} \cdot \left(\frac{N_A + N_D}{N_A \cdot N_D}\right) \cdot V_{bias}} \simeq 36\,\mu\text{m} \cdot \sqrt{V_{bias}[Volt]}\;. \tag{2.1}$$

In dieser Formel werden folgende Größen benützt:

ϵ	Dielektrizitätskonstante des Halbleiters $\left(\epsilon_{Si} = 1,04 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{C}}{\text{V}\cdot\text{cm}}\right)$,
e	Elementarladung ($e = 1,602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$),
N_A	Akzeptorenkonzentration der n-Seite ($N_A \simeq 10^{12}\,\text{cm}^{-3}$),
N_D	Donatorenkonzentration der p-Seite ($N_D \simeq 10^{19}\,\text{cm}^{-3}$),
V_{bias}	Potentialdifferenz zwischen der p- und der n-Seite.

Die Depletionstiefe ist also durch die Dotierung des Halbleiters und die angelegte Spannung bestimmt. Durch Verwendung von hochreinem Silizium ($N_D \simeq 10^{12}\,\text{cm}^{-3}$) kann eine vollständige Verarmung des Substrats erreicht werden. Die Siliziumsensoren des Vertexdetektor sind $300\,\mu$m dick. Eine vollständige Depletion der Sensoren des H1 Vertexdetektors tritt bei einer angelegten Spannung V_{bias} zwischen 20 V und 50 V ein [9].

2.2 Halbleiter als Detektormaterial

Die Anwendung von Halbleitern für den Nachweis von geladenen Teilchen beruht auf dem Prinzip der Ladungstrennung. Der Halbleiter wird als rückwärts gespannte Diode betrieben. Die von freien Ladungsträgern verarmte Zone wird als sensitives Detektorvolumen genutzt.

Für den Nachweis von geladenen Teilchen werden die Ionisationsverluste genutzt: Ein geladenes Teilchen ionisiert Atome in dem Halbleiter und erzeugt so Elektron-Loch-Paare. Diese Verluste können mit der bekannten Bethe-Bloch-Gleichung berechnet werden [10]. Die an dem Halbleiter angelegte Spannung erzeugt ein elektrisches Feld, in welchem die Elektronen an die Kathoden der n-Seite, die Löcher an die Anoden der p-Seite driften. In hochreinem Silizium leben freie Elektronen und Löcher im Mittel 1 ms bis sie rekombinieren. Die Driftzeit in $300\,\mu$m beträgt jedoch nur 10 ns für Elektronen und 30 ns für Löcher. Es kann also praktisch die gesamte Ionisationsladung auf den Elektroden der beiden Seiten gesammelt werden.

Die Größe des Signals ist dabei durch die Anzahl erzeugten Elektron-Loch-Paare gegeben. Die Energie für die Erzeugung eines solchen Paares ist dabei durch die Größe der Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband bestimmt. In Silizium wird im Mittel ein Elektron-Loch-Paar pro 3,6 eV Energieverlust des Teilchens erzeugt. Bei dem Durchgang von 300 μm Silizium erzeugt ein minimal ionisierendes Teilchen im Mittel $3 \cdot 10^4$ Elektron-Loch-Paare. Das entspricht einem Signal von 5 fC.

Die Elektron-Loch-Paare werden in dem unmittelbaren Umfeld der Teilchenbahn erzeugt. Auf der Driftstrecke zu den Elektroden verbreitert sich die erzeugte Ladungswolke aufgrund von Diffusion. Durchquert ein senkrecht einfallendes Teilchen einen 300 μm dicken Siliziumsensor, so beträgt die Breite der Ladungswolke an den Elektroden einige wenige Mikrometer (vgl. [11]). Mit Halbleiterdetektoren ist deshalb eine Ortsauflösung im Mikrometerbereich möglich.

Die Ortsauflösung hängt dabei von dem Design der Sensoren, der Auslese und der Rekonstruktion der Daten ab. Der nächste Abschnitt behandelt diese Faktoren.

2.3 Der Aufbau des H1 Vertexdetektors

Der H1 Vertexdetektor ist zwischen dem Strahlrohr und den zentralen Spurkammern installiert. Er besteht aus zwei konzentrischen, polygonförmigen Schalen mit 12 respektive 20 Flächen. Diese Schalen umschließen die Wechselwirkungszone des H1 Experimentes in einem Abstand von 5,7 cm und 9,7 cm. Die Länge des Vertexdetektors beträgt mit der Ausleseelektronik 44,2 cm. Davon sind 33,7 cm als aktiven Ausleseregion instrumentiert. Eine Ansicht des H1 Vertexdetektors ist in der Abbildung 2.1 gezeigt. Die Tabelle 2.1 faßt zusätzlich die wichtigsten Daten über seine Untereinheiten zusammen.

Die Leitern sind die kleinsten mechanischen Untereinheiten des Vertexdetektors. Sie bestehen aus sechs Siliziumsensoren und der Ausleseelektronik auf Keramiksubstraten (Hybriden) an ihren Enden. Die kleinsten elektronischen Untereinheiten werden als Halbleitern bezeichnet und bestehen aus je drei Sensoren und einem Hybrid.

Im folgenden wird auf den Aufbau des Vertexdetektors etwas detailierter eingegangen. Den Anfang bilden die Siliziumsensoren als die kleinsten Untereinheiten des Vertexdetektors.

2.3.1 Die Siliziumsensoren

Der Vertexdetektor ist aus 192 rechteckigen Siliziumsensoren aufgebaut. Ein Siliziumsensor besteht aus hochresisitivem, n-dotiertem Substrat und hat die Abmessungen $5{,}9 \times 3{,}4 \times 0{,}03\,\mathrm{cm}^3$. Auf der Oberfläche des Sensors sind beidseitig Auslesestreifen implantiert [12].

Die Ausrichtungen der Auslesestreifen auf den beiden Seiten stehen senkrecht aufeinander. Damit ist eine Vermessung der Teilchenbahn in zwei Projektionen mög-

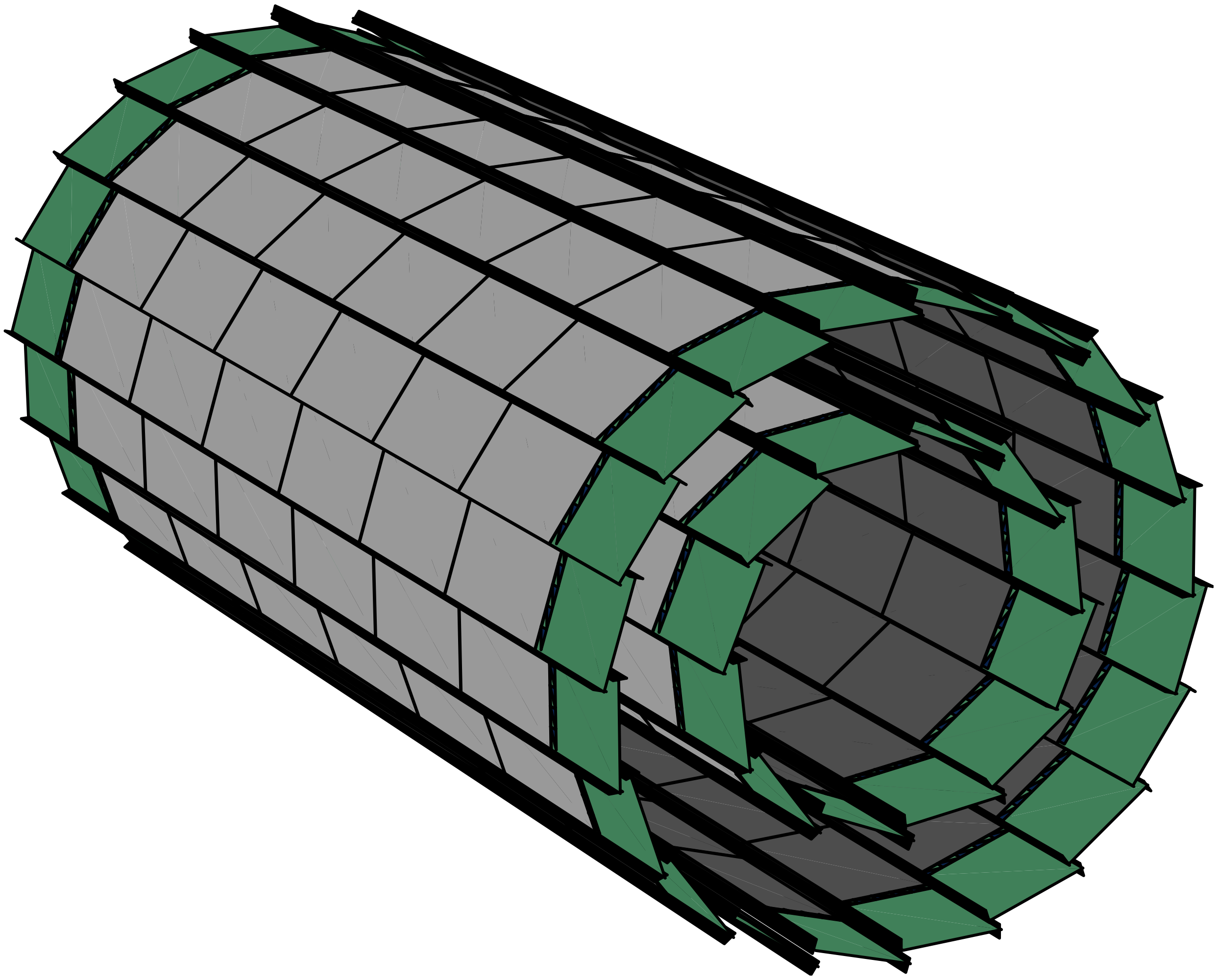

Abbildung 2.1: Ansicht des Vertexdetektors. Die gesamte Länge beträgt 44,2 cm, der Durchmesser etwa 20 cm. Die Hybride (mittelgrau) bilden den beidseitigen Abschluß der 32 Leitern, aus denen der Vertexdetektor aufgebaut ist. Neben den beiden Hybriden besteht eine Leiter aus sechs Sensoren, die als hell-, bzw. dunkelgraue Rechtecke dargestellt werden.

H1 Vertexdetektor =

$\Downarrow$

Innere Schale =	Äußere Schale =
= 12 Leitern	= 20 Leitern
$R_\perp$ = 5,73825 cm	$R_\perp$ = 9,73175 cm

$\Downarrow$

= 32 Leitern à $44{,}2 \times 3{,}4 \times 0{,}03\,\mathrm{cm}^3$

$\Downarrow$

= 32 $\times$ 2 = 64 Halbleitern à $22{,}085 \times 3{,}4 \times 0{,}03\,\mathrm{cm}^3$

$\Downarrow$

= 64 $\times$ 3 = 192 Sensoren	à $5{,}9 \times 3{,}4 \times 0{,}03\,\mathrm{cm}^3$
Ausleseregion pro Sensor	= $5{,}6232 \times 3{,}195\,\mathrm{cm}^2$
= 64 Hybride	
= 81920 Auslesestreifen	

Tabelle 2.1: Der Aufbau des Vertexdetektors aus den unterschiedlichen Untereinheiten ist in der obiger Tabelle zusammengefaßt. Zusätzlich werden einige für diese Diplomarbeit wichtige Abbmessungen angegeben.

lich, die während der Rekonstruktion der Daten zu einem dreidimensionalen Raumpunkt zusammengesetzt werden. Durch die beidseitige Instrumentierung der Sensoren ist diese Messung möglich, ohne zusätzliches Material innerhalb des Detektors zu verwenden.

Die p-Seite

Die p-Seite des 300 μm dicken Substrats ist durch Implantation von Bor in 1280 parallele Streifen mit einem Abstand von 25 μm segmentiert. Die Streifen unterteilen 3,195 cm der Sensorenbreite. Zwischen dem n-dotierten Substrat und den p-dotierten Streifen bildet sich der pn-Kontakt aus. Die Borimplantate sammeln die von einem ionisierenden Teilchen produzierten Löcher.

Die Sensoren sind für die Auslese mit Aluminiumstreifen metallisiert. Um die Anzahl der Auslesekanäle zu reduzieren, wird nur jeder zweite Streifen ausgelesen. Die nicht ausgelesenen Streifen koppeln kapazitiv an die benachbarten Streifen. Die auf den nicht ausgelesenen Streifen gesammelte Ladung erzeugt daher Spiegelladungen auf den benachbarten Streifen. Diese Spiegelladungen werden ausgelesen. Auf diese Weise ist es möglich, auch Information der nicht ausgelesenen Streifen für die Ortsbestimmung zu verwenden.

Die n-Seite

Die n-Seite der Siliziumsensoren ist durch Implantation von Phosphor in 640 parallele Streifem mit einem Abstand von 88 μm segmentiert. Diese Streifen unterteilen 5,6232 cm der Sensorenlänge.

Diese n^+-Implantate müssen voneinander isoliert werden, da hier kein pn-Übergang für die natürliche Trennung sorgt. Als Isolatoren dienen sogenannte p-Stop-Implantate aus Bor, welche zwischen den n^+-Streifen liegen. Die n^+-Implantate werden über quer verlaufenden Aluminiumstreifen ausgelesen. Diese zweite Metalisierung der n-Seite ist durch eine 5 μm dicke Siliziumdioxidschicht von den n^+-Streifen isoliert. Jede Ausleseleitung ist über eine Kontaktöffnung in dem Oxid mit einem Implantatstreifen verbunden.

Die Sensoren werden an Ladungsträgern verarmt, indem die n^+-Implantate der n-Seite gegenüber den Borstreifen der p-Seite auf eine positive Spannung gelegt werden.

2.3.2 Die Halbleitern des Vertexdetektors

Für die Auslese werden die Sensoren zu Halbleitern zusammengefaßt. Eine Halbleiter besteht aus drei Siliziumsensoren und einem Hybrid mit der Ausleseelektronik. Die Abbildung 2.2 zeigt den Aufbau einer Halbleiter.

Für den Zusammenbau einer Halbleiter wurde eine polierte Meßlehre verwendet. Die Sensoren und der Hybrid wurden über ein Vakuumsystem auf dieser Meßlehre fixiert. Die mechanische Verbindung zwischen den Bestandteilen wird durch zwei 4,4 mm hohe Kohlefaserstreifen hergestellt, welche an die Längsseite der Sensoren geklebt wurden. Zusammen mit dem Hybrid hat eine Halbleiter die geometrischen Abmessungen $22{,}085 \times 3{,}4 \times 0{,}03\,\mathrm{cm}^3$.

Die metallisierten Aluminiumbahnen werden für die Auslese der drei Sensoren über Mikrodrahtverbindungen in Serie geschaltet, sodaß eine Halbleiter insgesamt 1280 Auslesekanäle hat. Die Streifen der p-Seite unterteilen die Halbleiterbreite, die der n-Seite ihre Länge. Durch die Reduktion der Auslese auf 640 Kanäle pro Seite geht die Information verloren, welchen der drei Sensoren ein Teilchen durchquert hat. Diese Vieldeutigkeit wird bei der Rekonstruktion der Daten wieder aufgelöst.

2.3.3 Die Ausleseelektronik

Die beiden Seiten einer Halbleiter werden über den Hybrid ausgelesen. Der Hybrid ist beidseitig bestückt und aus Aluminiumnitrit gefertigt. Aluminiumnitrit besitzt eine besonders hohe Wärmeleitfähigkeit. Das ermöglicht eine effiziente Kühlung der Hybride.

Für den H1 Vertexdetektor wurde ein spezieller Chip für die Auslese von jeweils 128 Streifen entwickelt. Eine Herausforderung stellt dabei die hohe Strahlkreuzungsfrequenz von 10,4 MHz des HERA-Ringes dar. Die erste Triggerstufe entscheidet innerhalb von 24 Strahlkreuzung, ob die Daten eines Ereignisses ausgelesen werden. Das macht eine Zwischenspeicherung der Signale aller Streifen notwendig.

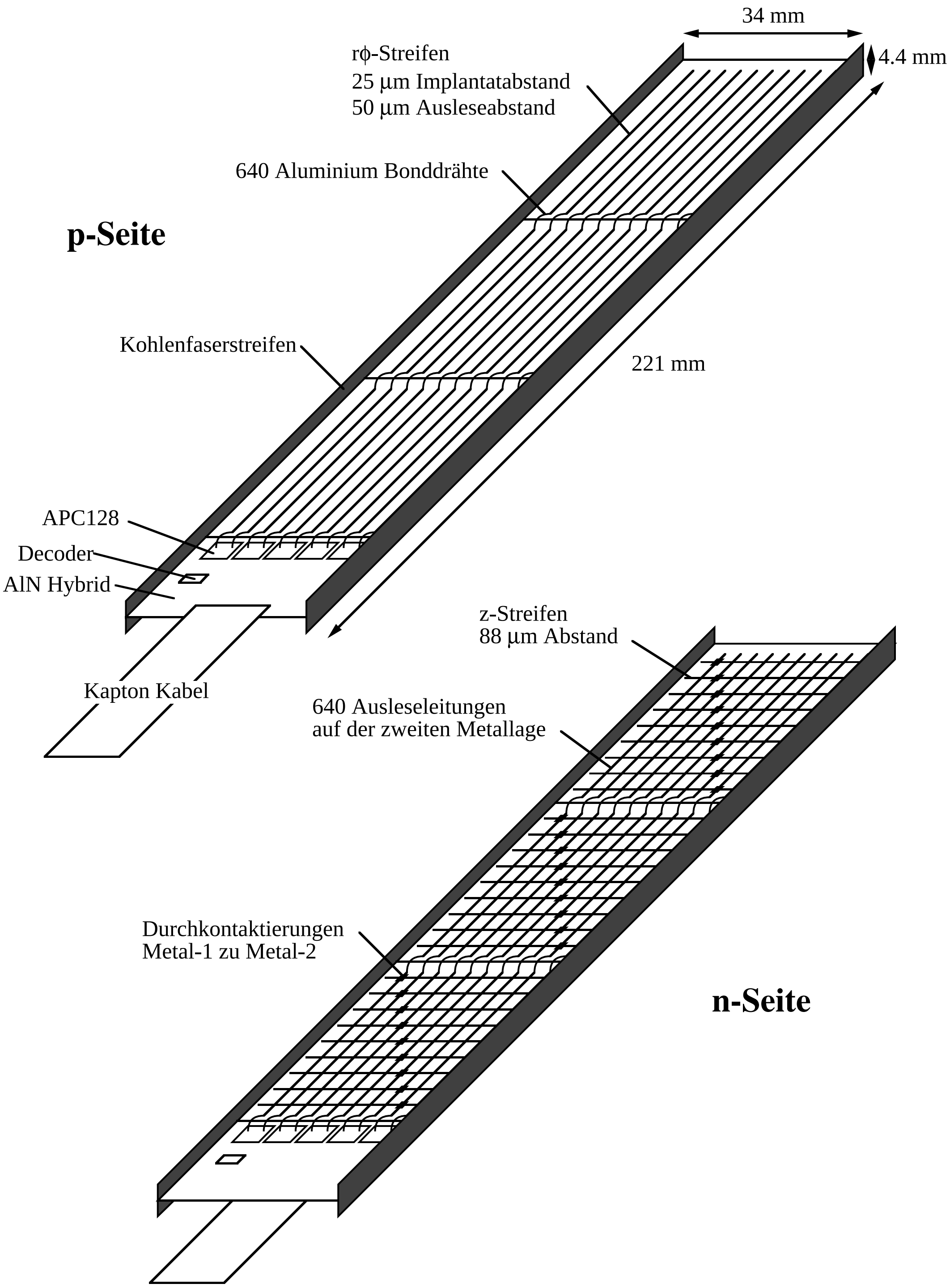

Abbildung 2.2: Die beiden Seiten einer Halbleiter des Vertexdetektors sind dargestellt. Je drei Sensoren werden seriell hintereinander geschaltet und über einem Hybrid ausgelesen. In der Abbildung bildet der Hybrid jeweils das linke untere Ende der Halbleiter.

Der Vorverstärkerchip APC128 ermöglicht eine schnelle, rauscharme und zusätzlich leistungsarme Verstärkung der Signale von 128 Streifen. Diese vorverstärkten Signale werden für 32 Strahlkreuzungen in einer Pipeline zwischengespeichert. Anschließend ermöglicht er die serielle Auslese von allen Streifen über einen weiteren Verstärker [13]. Diese serielle Auslese verringert die Anzahl der benötigten Ausleseleitungen zu der externen Elektronik.

Die Signale der 81920 Streifen des Vertexdetektors werden analog über 64 optische Fasern zu 64 externen Analog-Digital-Wandlern übertragen [14]. Die digitalisierten Daten werden in acht PowerPCs gespeichert und verarbeitet. Durch eine Nullwertunterdrückung kann die ausgelesene Datenmenge um einen Faktor 20 reduziert werden. Die Nullwertunterdrückung verwendet einen Algorithmus, welcher Treffer innerhalb der ausgelesenen Daten identifiziert.

Für die Trefferidentifikation werden die Streifensignale zuerst auf eine gemeinsame Nulllinie verschoben. Die gemessenen Amplituden setzen sich aus drei Anteilen zusammen: Das Signal, dem thermischen Rauschen und einem Basiswert. Die Basiswerte variieren räumlich durch Unterschiede in den Leckströmen der Streifen, in den Speicherkapazitäten und in den Verstärkungskoeffizienten der APC-Chips. Die Signale werden zuerst auf mögliche gemeinsame Störungen korrigiert. Für diese Angleichung werden die mittleren Basiswerte aus den 128 ausgelesenen Signalen für jeden der 640 Vorverstärker berechnet und subtrahiert.

Die Dunkelströme verändern den Arbeitspunkt der individuellen Vorverstärker und können sich zeitlich ändern. Zudem ist die Zwischenspeicherung in der Pipeline nicht für alle Speicherplätze gleich. Aus diesen Gründen wird zusätzlich für jeden der 4096 Speicherplätze eines APC-Chips ein laufender Mittelwert aus den letzten 50 ausgelesenen Ereignissen gebildet. Mit diesen laufenden Mittelwerten können mögliche zeitliche Variationen in der Auslese ausgeglichen werden.

Ein Treffer besteht aus einer Familie von benachbarten Streifen, deren Signale sich deutlich aus dem Rauschuntergrund hervorheben. Das Signal von jedem Streifen dieser Familie beträgt jeweils mehr als eine Einheit seines mittleren Rauschens. Die Summe der Signale von allen Streifen der Familie überschreitet das Sechsfache des mittleren Rauschens.

Aus den Signalen einer Familie wird der Ladungsschwerpunkt des Treffers berechnet. Der Ladungsschwerpunkt ergibt eine gute Annäherung für den Ort des Teilchendurchgangs. Die so bestimmten Koordinaten der Treffer eines Ereignisses werden in Einheiten von Streifennummern zentral gespeichert.

2.4 Die intrinsische Ortsauflösung

Die Genauigkeit, mit welcher der Vertexdetektor einen Punkt auf der Spur eines Teilchens vermessen kann, ist von mehreren Faktoren abhängig:

- der Diffusion während der Drift zu den Auslesestreifen,
- dem Abstand zwischen den Auslesestreifen,
- dem Verhältnis zwischen Signal und Rauschen,
- der kapazitive Koppelung zwischen den Streifen,
- dem Algorithmus für die Bestimmung der Ortskoordinaten.

Die Auflösung der Spurvermessung ist zusätzlich von der geometrischen Ausrichtung der Bestandteile des Vertexdetektors, dem Algorithmus für die Zuordnung der Treffer zu den in den zentralen Spurkammern vermessenen Spuren und von der Vielfachstreuung abhängig.

Der einfachste Fall liegt vor, wenn die gesamte Ionisationsladung auf einem Streifen gesammelt wird. In diesem Fall ist die beste Messung für die Teilchenspur durch die Mitte des betreffenden Auslesestreifens gegeben. In diesem Fall entspricht die Ortsauflösung der digitalen Auflösung, die durch den Abstand der ausgelesenen Streifen gegeben ist [11]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{digital} &= \frac{\text{Streifenabstand}}{\sqrt{12}} \\
&= \begin{cases} = \dfrac{50\,\mu\text{m}}{\sqrt{12}} = 14{,}4\,\mu\text{m} & \text{p-Seite} \\ = \dfrac{88\,\mu\text{m}}{\sqrt{12}} = 25{,}4\,\mu\text{m} & \text{n-Seite.} \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Die reale Situation gestaltet sich komplexer: Schräger Teilcheneinfall, Diffusion und kapazitive Koppelung führen dazu, daß die Ionisationsladung auf mehrere Streifen verteilt wird. Die Amplituden der Einzelsignale sinken dabei mit steigender Anzahl der betroffenen Streifen.

Der Ort des Teilchendurchgangs wird dann aus den ausgelesenen Streifensignalen interpoliert. Dabei ist es speziell bei schrägem Teilcheneinfall entscheidend, daß alle Streifen, auf welchen Ionisationsladung oder Spiegelladung aus der kapazitiven Koppelung gesammelt wurde, als solche erkannt werden. Eine gute Identifikation dieser Streifen hängt von dem Verhältnis zwischen Signal und Rauschen ab.

Die Ortsauflösung ist eine der entscheidenden Kenngrößen eines Vertexdetektors und sollte im Betrieb gemessen werden können.

2.5 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Arbeit ist es eine Methode zu entwickeln, mittels der die intrinsische Ortsauflösung des Vertexdetektor gemessen werden kann. Die intrinsische Ortsauflösung wird folgendermaßen definiert:

> Die intrinsische Ortsauflösung $\sigma_{intr.}$ des Vertexdetektors ist die Genauigkeit, mit der ein Punkt auf der Spur eines Teilchens mit den Sensoren des Vertexdetektor vermessen werden kann.

Eine Messung dieser intrinsischen Auflösung ist möglich, wenn die Größe aller übrigen Einflussfaktoren bekannt ist, welchen einen Beitrag zu dem Fehler der Spurbestimmung innerhalb des Vertexdetektors liefern. Die bedeutendsten Beiträge liefern die Vielfachstreuung der Teilchen innerhalb von Materie und die Ausrichtung des Vertexdetektors. Letztere ist bedeutend, da die Auslenkungen der Untereinheiten des Vertexdetektors aus ihren nominellen Positionen zum Zeitpunkt dieser Arbeit noch nicht bekannt waren.

Kapitel 3

Die Residuenverteilung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde versucht, die intrinsische Ortsauflösung mit Hilfe einer Residuenverteilung zu messen.

Der Vertexdetektor vermißt die Raumpunkte, an welchen ein Teilchen seine Sensoren durchdringt. Die intrinsische Auflösung gibt an, mit welcher Genauigkeit diese Messung möglich ist. Die Residuenverteilung beschreibt diese Genauigkeit. Es wird als der Abstand definiert, welcher zwischen dem im Vertexdetektor gemessenen und dem berechneten Durchstoßpunkt der Teilchenbahn liegt. Der Durchstoßpunkt kann berechnet werden, wenn die Flugbahn des Teilchens und die Lage der Sensoren bekannt ist. Dieses Kapitel stellt eine Methode für die Berechnung des Residuums und für die Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung mittels der Residuen vor:

- In dem ersten Abschnitt wird die Geometrie des Vertexdetektors definiert, mit welcher die Lage der Sensoren innerhalb des H1 Experimentes beschrieben wird.

- Anschließend werden Kriterien für eine Auswahl von Ereignissen vorgestellt, deren Spuren sich für die Berechnung des Residuums besonders eignen.

- Der nächste Abschnitt zeigt, wie die Spuren der Ereignisse innerhalb des Vertexdetektors bestimmt werden.

- Bei der Beschreibung der Spur muß auch die Vielfachstreuung des Teilchens innerhalb von Materie beachtet werden. Sie wird in einem gesonderten Abschnitt behandelt.

- Es wird außerdem ein Simulationsprogramm vorgestellt. Es wird für die Bestimmung von verschiedenen Beiträgen verwendet, die in den Fehler des Residuums eingehen.

- Der folgende Abschnitt beschreibt zwei unterschiedliche Methoden für die Berechnung des Schnittpunktes. Mit dem Schnittpunkt kann dann auch das Residuum berechnet werden.

- Im siebten Abschnitt erfolgt eine Zusammenstellung der unterschiedlichen Fehlerquellen, welche in das Residuum eingehen. Ihre Beiträge zu dem Fehler in dem Residuum werden bestimmt.

- Der achte Abschnitt beschreibt die Messung der intrinsischen Auflösung. Für diese Messung müssen die Beiträge der verschiedenen Fehler aus der Residuenverteilung gefaltet werden.

- In dem neunten Abschnitt wird eine Methode vorgestellt, mit welcher der Beitrag zu der Residuenverteilung minimiert werden kann, welcher von der unbekannte Ausrichtung des Vertexdetektors herrührt. Die Methode minimiert die Residuenverteilung als Funktion der Ausrichtung des Vertexdetektors.

Die Geometrie des Vertexdetektors wird in diesem Kapitel rege benützt. Sie wird deshalb gleich im ersten Abschnitt definiert. Die Definition richtet sich an dem idealen Aufbau des Vertexdetektors aus. Die Auslenkung aus dem idealen Aufbau wird der entwickelten Methode entsprechend beschrieben.

3.1 Die Geometrie des Vertexdetektors

Die Geometrie des Vertexdetektors wird benötigt, um die Lage eines Treffer innerhalb des H1 Experiments zu bestimmen. Das Koordinatensystem des H1 Koordinatensystem wurde auf Seite 8 definiert. Die H1 Koordinaten eines Treffers im Vertexdetektor werden in zwei Teilschritten ermittelt:

- Zuerst wird der Ladungsschwerpunkt der Signale auf dem Sensor berechnet. Dieser Ladungsschwerpunkt ist in Einheiten von Auslesestreifen bestimmt. Die Lage der Auslesestreifen auf dem Sensor ist bekannt und damit auch die Position des Ladungsschwerpunktes auf dem Sensor. Da das Bezugssystem der getroffene Sensor ist, spricht man von den lokalen Koordinaten des Treffers.

- Für die Umrechnung der lokalen Koordinaten eines Treffers in H1 Koordinaten muß die Position des Sensors innerhalb des H1 Experiments bekannt sein. Die Beschreibung der Lage von den Untereinheiten eines Detektors wird allgemein als die Auslenkung des Detektors bezeichnet. Der Detektor gilt als ausgerichtet, wenn seine Auslenkung bekannt ist.

Die Auslenkung eines Detektors kann in eine interne und eine externe Auslenkung unterteilt werden. Die interne Auslenkung beschreibt die Lage der Untereinheiten in Bezug auf ein detektorinternes Referenzsystem, z.B. ein ausgezeichnetes Sensorsystem des Vertexdetektors. Die globale Auslenkung beschreibt die Lage dieses Referenzsystems und damit die Lage des Vertexdetektors in Bezug auf den H1 Detektor.

Die Bestimmung der Lage eines Sensors benötigt sechs Parameter. Diese Parameter beschreiben drei Translationen und drei Rotationen. Die interne Auslenkung des Vertexdetektors definiert die Lage von 191 Sensoren in Bezug auf ein ausgezeichnetes Sensorsystem. Sie benötigt $6 \times 191 = 1146$ Parameter. Die globale Auslenkung wird durch weitere sechs Parameter beschrieben.

Innerhalb dieser Diplomarbeit wird versucht, den Einfluß der internen Auslenkung auf die Messung der Ortsauflösung des Vertexdetektors zu minimieren. Um die Anzahl der Auslenkungsparameter zu verringern, welche durch einen Anpassungsalgorithmus zu bestimmen sind, wird eine Vermessung verwendet, die vor dem Zusammenbau des Vertexdetektors am Paul-Scherer-Institut in Villigen, Schweiz, durchgeführt wurde. Diese Vermessung bestimmt die relative Lage von je drei Sensoren einer Halbleiter. Die Lage der Halbleitern innerhalb des Vertexdetektors wird mittels der Minimierung der Residuenverteilung bestimmt. Diese Minimierung wird in dem letzten Abschnitt dieses Kapitels besprochen. Die globale Auslenkung des Vertexdetektors wird nicht bestimmt, da sie keinen Einfluß auf die Messung der Ortsauflösung hat.

3.1.1 Die Halbleitervermessung

Eine Halbleiter besteht aus drei Sensoren. Die Bestimmung der Lage von diesen drei Sensoren innerhalb einer Halbleiter war Ziel einer Vermessung. Dabei kann einer der Sensoren dazu verwendet werden, ein Halbleiterkoordinatensystem zu definieren. Die Lage der anderen beiden Sensoren in diesem Koordinatensystem ist dann mit zwei mal sechs Parametern bestimmt.

Es wird bei die Vermessung jedoch die Annahme gemacht, daß alle drei Sensoren in einer Ebene liegen. Diese Annahme läßt sich durch die Methode der Montage der Halbleitern rechtfertigten. Sie wurde in dem vorhergehenden Kapitel beschrieben. Für die Bestimmung der Lage der anderen beiden Sensoren benötigt man dann nur noch zwei mal drei Parameter.

Die Vermessung verwendet zwölf Markierungen, welche bei der Herstellung der Sensoren entlang den Rändern der Ausleseregionen auf jeder Sensorseite aufgebracht wurden. Für die Vermessung wird jeweils eine Halbleiter auf einem Meßtisch fixiert. Zwei Schrittmotoren, welche den Meßtisch unter einer hochauflösenden Kamera bewegen, definieren ein zweidimensionales Koordinatensystem, das als Meßsystem bezeichnet wird. Das Bild der Kamera kann in variabler Vergrößerung auf einem Monitor betrachtet werden. Ein Fadenkreuz wird auf das Bild projiziert. Die Koordinaten einer Markierung in diesem Meßsystem werden ermittelt, indem der Meßtisch unter der Kamera bewegt wird, bis sich die Markierung im Fadenkreuz befindet. Aus der Position der Schrittmotoren lassen sich dann die Koordinaten der Markierung ermitteln. Es wurden alle 36 Markierungen, die sich auf der p-Seite der drei Sensoren befinden, ausgemessen.

Die Lage eines Sensors kann beschrieben werden, wenn die Transformation bekannt ist, welche die gemessenen Koordinaten der Markierungen auf ihre nominellen Werte umrechnet. Diese Transformation wird bestimmt, indem der mittlere Abstand zwischen den transformierten Meßpunkten und ihren nominellen Positionen in Abhängigkeit der Parameter der Transformation minimiert wird. Diese Minimierung wird mit dem Programm IGOR Pro 2.01 (FPU) auf einem Apple Macintosh II x durchgeführt.

Das Ergebnis der Vermessung einer Halbleiter sind zwei Transformationen mit je drei Parametern. Die Transformationen beschreiben die Lage des vorderen, bzw. hinteren Sensors in Bezug auf den mittleren Sensor. Die Vermessung wurde für alle 64 Halbleitern durchgeführt. Sie bestimmt $64 \times 6 = 384$ Parameter der Auslenkung des Vertexdetektors.

Auf jeder der 64 Halbleitern wird ein Koordinatensystem ($\hat{x}_{HL}, \hat{y}_{HL}, \hat{z}_{HL}$) definiert. Der Ursprung eines solchen Systems liegt im Zentrum des mittleren Sensors. Die Ausrichtung der $\hat{z}_{HL}$-Achse ist so gewählt, daß sich die Winkel, um welche die Sensoren der Halbleiter verdreht sind, zu Null summieren. Die Richtung der $+\hat{z}_{HL}$-Achse wird so gewählt, daß sie im zusammengebauten Detektor in die gleiche Richtung zeigt, wie die +z-Achse des H1 Koordinatensystems. Die $+\hat{x}_{HL}$-Achse liegt in der Ebene der Halbleiter und zeigt im zusammengebauten Detektor in Richtung des abnehmenden Azimuthalwinkels ϕ. Die $+\hat{y}_{HL}$-Achse steht einem rechtshändigem System entsprechend senkrecht auf der Halbleiter und zeigt nach dem Zusammenbau von der Strahlachse weg.

Der nächste Schritt besteht darin, die Lagen der Halbleitersysteme ($\hat{x}_{HL}, \hat{y}_{HL}, \hat{z}_{HL}$) in Bezug auf ein detektorinternes Koordinatensystem zu beschreiben.

3.1.2 Die Parametrisierung der Halbleiterpositionen

Die Parametrisierung der Halbleiterpositionen basiert auf der Idee, die Auslenkung der Halbleitern aus ihren nominellen Positionen zu beschreiben. Es muß also für jede Halbleiter noch ein zusätzliches Koordinatensystem definiert werden, welches die idealen Geometrie beschreibt. In ihnen wird dann die Position der Halbleiter bestimmt. Diese neuen Koordinatensysteme werden die nominellen Halbleitersysteme ($\hat{x}_{nom}, \hat{y}_{nom}, \hat{z}_{nom}$) genannt.

Die Ausrichtung der nominellen Koordinatensysteme wird äquivalent zu den Halbleitersystem definiert: Der Ursprung liegt im geometrischen Zentrum einer idealen Halbleiter. Die Achsenrichtung der $+\hat{z}_{nom}$-Achse fällt mit der z_{H1}-Achse des H1-Koordinatensystems zusammen. Die $+\hat{x}_{nom}$-Achse liegt innerhalb der Halbleiterebene, und zeigt in Richtung des abnehmenden Azimuthalwinkels ϕ. Die $+\hat{y}_{nom}$-Achse steht senkrecht auf der Halbleiterebene und zeigt von der Strahlachse weg.

Mit den Parametern der Halbleitervermessung können die Koordinaten $\hat{\vec{r}}_{HL} = (\hat{x}_{HL}, \hat{y}_{HL}, \hat{z}_{HL})$ eines Treffer in dem entsprechenden Halbleitersystem berechnet werden. Der Vektor $\hat{\vec{r}}_{nom} = (\hat{x}_{nom}, \hat{y}_{nom}, \hat{z}_{nom})$ beschreibt die Koordinaten des selben Treffers in dem nominellen Halbleitersystem. Die Umrechnung der Koordinaten wird durch die folgende Transformation definiert:

$$\hat{\vec{r}}_{nom} = \mathcal{T}(\vec{b}_{HL}) \circ \mathcal{D}_z(\gamma_{HL}) \circ \mathcal{D}_y(\beta_{HL}) \circ \mathcal{D}_x(\alpha_{HL})\ \hat{\vec{r}}_{HL}. \tag{3.1}$$

Der Winkel α_{HL} beschreibt eine rechtshändige Verdrehung der Halbleiter um die x-Achse der ausgelenkten Halbleiter. Diese Transformation wird als Stampfen bezeichnet.

$$\mathcal{D}_x(\alpha_{HL}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha_{HL}) & -sin(\alpha_{HL}) \\ 0 & sin(\alpha_{HL}) & cos(\alpha_{HL}) \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Der Winkel β_{HL} beschreibt eine linkshändige Verdrehung der Halbleiter um die y-Achse des neuen Systems. Diese Transformation wird auch als Gieren bezeichnet.

$$\mathcal{D}_y(\beta_{HL}) = \begin{pmatrix} cos(\beta_{HL}) & 0 & -sin(\beta_{HL}) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\beta_{HL}) & 0 & cos(\beta_{HL}) \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

Der Winkel γ_{HL} beschreibt eine rechtshändige Verdrehung der Halbleiter um die z-Achse des nominellen Halbleitersystems. Diese Transformation wird auch als Rollen bezeichnet.

$$\mathcal{D}_z(\gamma_{HL}) = \begin{pmatrix} cos(\gamma_{HL}) & -sin(\gamma_{HL}) & 0 \\ sin(\gamma_{HL}) & cos(\gamma_{HL}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Anschließend wird das Zentrum der ausgelenkten Halbleiter im nominellen Halbleitersystem mit dem Vektor $-\vec{b}_{HL}$ verschoben.

$$\mathcal{T}(\vec{b}_{HL})\ \vec{r} = \vec{r} + \vec{b}_{HL} \tag{3.5}$$

$$\vec{b}_{HL} = \begin{pmatrix} \Delta X_{HL} \\ \Delta R_{HL} \\ \Delta Z_{HL} \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Die Transformation von den Koordinaten in dem nominellen Halbleitersystem in das H1-Koordinatensystem erfolgt über ein detektorinternes Koordinatensystem. Dieses

Vorgehen entspricht der Unterteilung in eine interne und eine externe Auslenkung. Als Referenzsystem wird das System gewählt, in welchem die nullte Halbleiter in ihrer nominellen Lage ist. Dementsprechend verschwinden ihre Auslenkungsparameter:

$$(\Delta X_0, \Delta R_0, \Delta Z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0) = \vec{0}. \tag{3.7}$$

Die Transformation von den nominellen Halbleiterkoordinaten in das detektorinterne Koordinatensystem folgt aus der idealen Geometrie des Vertexdetektors:

$$\vec{r}_{vtx} = \mathcal{D}_z(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) \circ \mathcal{T}(\vec{a}_{HL})\ \hat{\vec{r}}_{nom}. \tag{3.8}$$

Zuerst wird der Ursprung des Koordinatensystems in das Zentrum des Vertexdetektors verschoben.

$$\mathcal{T}(\vec{a}_{HL})\ \vec{r} = \vec{r} + \vec{a}_{HL} \tag{3.9}$$

Die x-Komponente beschreibt den Abstand des nominellen Halbleiterzentrums von dem Punkt der idealen Halbleiter, der den kleinsten Abstand von der Strahlachse hat.

$$(\vec{a}_{HL})_x = \begin{cases} 0,9\,\mathrm{cm} & : \text{ innere Schale} \\ 1,35\,\mathrm{cm} & : \text{ äußere Schale} \end{cases} \tag{3.10}$$

Die y-Komponente gibt den kleinsten Abstand der idealen Halbleiter von der Strahlachse an. Er wird nicht von der Oberfläche der Halbleiter gemessen, sondern von ihrer Mitte aus. Dieser Radius würde einem Treffer auf einer Halbleiter zugeordnet, welche entsprechend der idealen Geometrie ausgerichtet ist.

$$(\vec{a}_{HL})_y = \begin{cases} 5,73825\,\mathrm{cm} & : \text{ innere Schale} \\ 9,73175\,\mathrm{cm} & : \text{ äußere Schale} \end{cases} \tag{3.11}$$

Die z-Komponente des Vektors entspricht dem Zentrum des mittleren Sensors einer ideal montierten Halbleiter.

$$(\vec{a}_{HL})_z = \begin{cases} 8,8875\,\mathrm{cm} & : \text{ +z-Seite} \\ -8,8875\,\mathrm{cm} & : \text{ −z-Seite} \end{cases} \tag{3.12}$$

Ein Drehung um die z-Achse richtet die Achsen entsprechend der H1 Konvention aus. Der Winkel ϕ_{HL} entspricht dem Azimuthalwinkel des Punktes der idealen Halbleiter, welcher der Strahlachse am nächsten ist.

$$\mathcal{D}_z(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) = \begin{pmatrix} sin(\phi_{HL}) & cos(\phi_{HL}) & 0 \\ -cos(\phi_{HL}) & sin(\phi_{HL}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

$$\phi_{HL} = \begin{cases} 23^o \cdot \frac{2\pi}{360^o} + \text{Leiternummer} \cdot \frac{2\pi}{12} & : \text{ innere Schale} \\ 18^o \cdot \frac{2\pi}{360^o} + \text{Leiternummer} \cdot \frac{2\pi}{20} & : \text{ äußere Schale .} \end{cases} \tag{3.14}$$

Die Leiternummer entspricht der Halbleiternummer modulo 32.

3.1.3 Die globale Auslenkung

Die Umrechnung von Detektor-Koordinaten $\vec{r}_{vtx}$ in die H1-Koordinaten $\vec{r}_{H1}$ wird durch die globale Auslenkung beschrieben. Diese Transformation wurde nicht innerhalb dieser Diplomarbeit bestimmt und war auch noch nicht bekannt. Allerdings wurde für eine Fehlerbestimmung eine Abschätzung der Parameter gemacht. Dabei wurden die Rotationen für die kleinen Winkel ϕ, θ und ψ linearisiert.

$$\vec{r}_{H1} = \mathcal{T}(\vec{g}) \circ \mathcal{D}_G(\phi, \theta, \psi)\ \vec{r}_{vtx} \tag{3.15}$$

$$\mathcal{D}_G(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} 1 & -\phi & -\theta \\ \phi & 1 & -\psi \\ \theta & \psi & 1 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

$$\mathcal{T}(\vec{g})\ \vec{r} = \vec{r} + \vec{g} \tag{3.17}$$

Zusammenfassend beschreibt diese Transformation einen Vertexdetektor unter der Annahme von ebenen Sensoren und ebenen Halbleitern. So wird eine Halbleiter statt mit 3×6 Parametern nur mit $3 + 3 + 6$ Parametern beschrieben. Gesamthaft wird der Vertexdetektor mit 768 statt mit 1152 Parametern beschrieben, von denen $64 \times 6 = 384$ durch die Vermessung der Halbleitern und $63 \times 6 = 378$ mit dem Anpassungsalgorithmus bestimmt werden. Die sechs Parameter der globalen Auslenkung bleiben unbestimmt.

Damit sind die benötigten Definitionen der Geometrie des Vertexdetektors gemacht. Im nächsten Abschnitt wird untersucht, welche Spuren sich für die Bestimmung der intrinsischen Auflösung besonders eignen und nach welchen Kriterien sie selektioniert werden.

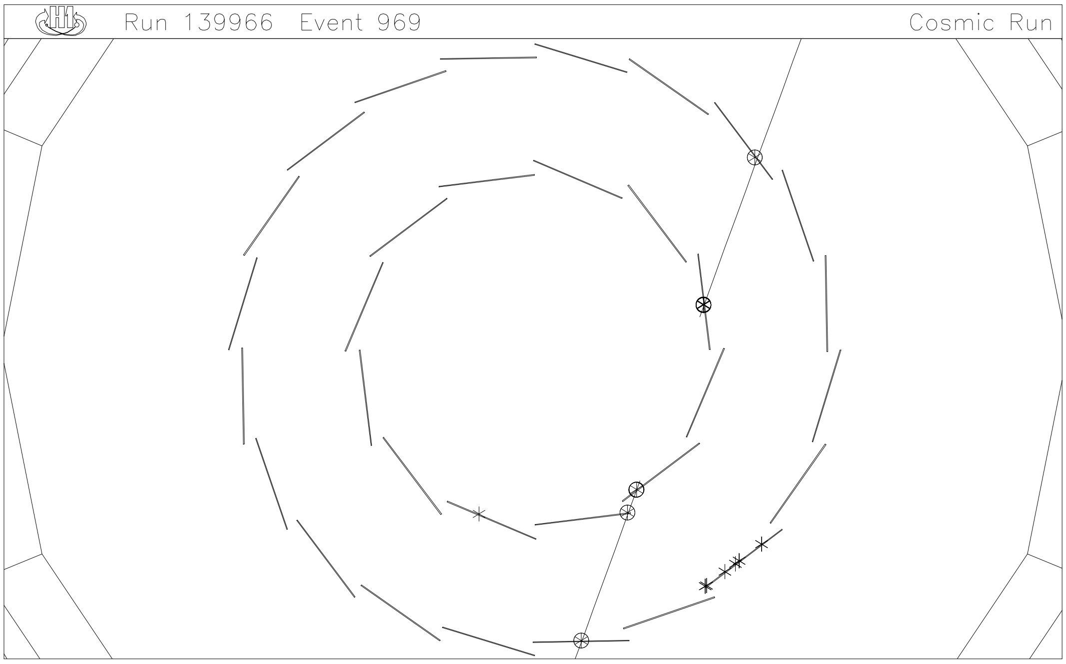

Abbildung 3.1: Das Bild zeigt ein Überlappereignis in der inneren Schale des Vertexdetektors. Es wurde in kosmischer Strahlung aufgenommen. Die mit einem Kreis umschlossene Sterne sind Treffer, welcher der Spur aus den zentralen Spurkammern zugeordnet sind. Die Sterne sind elektronisches Rauschen.

3.2 Die Ereignisselektion mittels der zentralen Spurkammern

Der Vertexdetektor vermißt im Normalfall zwei Punkte auf der Spur eines Teilchens, das in dem vom Vertexdetektor abgedeckten Polarwinkelbereich aus der Wechselwirkungszone kommt. Wenn ein Teilchen jedoch den Überlappbereich zweier Sensoren derselben Leiterschale durchquert, so vermißt der Vertexdetektor drei Punkte auf der Spur des Teilchens. Da eine Messung für die Berechnung des Residuums benötigt wird, verbleiben noch zwei Messungen für die Spurbestimmung. Das ist aus zwei Gründen erstrebenswert:

- Der Durchstoßpunkt kann berechnet werden, wenn sowohl die Spur des Teilchens als auch die Lage des getroffenen Sensors bekannt ist. Die Spur eines Teilchens in einem Magnetfeld wird durch eine Helix beschrieben. Im H1 Experiment ist die Beschreibung der Spur als Helix nur eine Annäherung, da das Teilchen in Materie sowohl Energieverluste als auch Vielfachstreuung erleidet. Das ändert den Krümmungsradius der Spur und die Flugrichtung des

Teilchens. Je weniger Materie das Teilchen also zwischen den Meßpunkten durchqueren muß, desto genauer ist die Approximation der Spur als Helix. Da für die Berechnung des Schnittpunktes nur die Teilchenspur innerhalb des Vertexdetektors benötigt wird, erfüllen die Vermessungen des Vertexdetektors diese Bedingung am Besten.

- Zum Anderen wurde der Vertexdetektor gerade aus dem Grund gebaut, die Spurvermessung in dem inneren Bereich des H1 Experiments zu verbessern. Verwendet man zur Berechnung des Durchstoßpunktes nur die Spurvermessung der zentralen Spurkammern, so ist die Residuenverteilung durch die Genauigkeit der Spurvermessung in den Kammern dominiert. Das macht eine Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung des Vertexdetektors zumindest ungenau.

Deshalb wurden nur Spuren, welche den Überlappbereich zweier Sensoren durchqueren, zur Erstellung der Residuenverteilung verwendet. Die Auswahl dieser Spuren erfolgt nach der Rekonstruktion der Vertexdetektordaten. Innerhalb dieser Rekonstruktion erfolgt eine Zuordnung von Treffern im Vertexdetektor zu Spuren in den zentralen Spurkammern. Die Selektion wird auf die in den zentralen Spurkammern vermessenen Spuren angewandt. Das Selektionskriterium verlangt Spuren, welchen drei Treffer im Vertexdetektor zugeordnet worden sind.

Um die Auflösung des Vertexdetektors voll auszunutzen, werden die Spuren der Teilchen mit den Treffern des Vertexdetektors erneut berechnet. Im nächste Abschnitt wird die Helix bestimmt, welche die Spur des Teilchens annähert.

3.3 Spuren im Vertexdetektor

Nach der Spurselektion hat man Spuren mit drei Treffern im Vertexdetektor. Zwei von diesen Treffern können für die Bestimmung der Teilchenspur verwendet werden. Zwei Raumpunkte reichen aber noch nicht aus, um die Helix vollständig zu bestimmen.

Als zusätzliche Information wird der Krümmungsradius κ der Spurbestimmung in den zentralen Spurkammern verwendet. Der Krümmungsradius ist umgekehrt proportional zu dem transversalen Impuls des Teilchens. Er ist daher auch von der Energie des Teilchens abhängig. Ein Teilchen verliert bei Durchgang von Materie Energie in Form von Ionisationsverlusten. Diese Verluste ändern den Krümmungsradius der Spur. Es ist deshalb vorteilhaft, eine Messung nahe dem Vertexdetektor zu verwenden. Da die zentralen Spurkammern den Vertexdetektor umschließen, erfüllen sie diese Bedingung. Außerdem wird der Krümmungsradius in der r-ϕ-Projektion bestimmt, in welcher die zentralen Spurkammern eine gute Auflösung haben.

Von den drei zur Verfügung stehenden Raumpunkten werden diejenigen mit dem kleinsten und dem größten Radius für die Spurbestimmung verwendet. Es gibt zwei Gründe für diese Wahl:

- Ein großer Hebelarm erlaubt eine bessere Bestimmung der Spurparameter.

- Es ermöglicht eine äquivalente Handhabung von Spuren der inneren und der äußeren Überlappbereiche.

Die drei Treffer im Vertexdetektor werden im folgenden gemäß ihrer Radien von innen nach außen gezählt. Entsprechend werden der erste und der dritte Treffer für die Spurbestimmung verwendet und mit dem zweiten Treffer, welcher immer in einem Überlappbereich liegt, das Residuum berechnet.

Die Aufgabe besteht nun darin, die Helix $\mathcal{H}$ zu bestimmen, welche den Krümmungsradius κ besitzt und die Punkte $\vec{r_i} = (\ x_i, y_i, z_i\ )_{\ i=1,3}$ enthaltet. Laut H1 Konvention wird eine Helix durch die Spurparameter ($\kappa, \phi_0, \theta_0, d_{ca}, z_0$) beschrieben (vgl. Seite 8).

In der r-ϕ-Projektion stellt sich die Helix als Kreis dar. Zuerst wird das Zentrum (x_0, y_0) dieses Kreises ermittelt :

$$\begin{aligned} \mathcal{K}:\quad (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 &= \tfrac{1}{\kappa^2} \\ (x_i, y_i)_{i=1,3} &\in \mathcal{K}. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Dieses Gleichungssystem hat zwei Lösungen, welche durch das Vorzeichen des Krümmungsradiuses unterschieden werden können. Die möglichen Kandidaten für das Zentrum liegen auf der Geraden $\mathcal{G}$ der Punkte, welche den gleichen Abstand von (x_1, y_1) und (x_3, y_3) haben. Sie ist definiert als

$$\mathcal{G}:\quad \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} x_1+x_3 \\ y_1+y_3 \end{pmatrix} + \frac{\lambda_0}{2}\cdot\begin{pmatrix} -y_1+y_3 \\ x_1-x_3 \end{pmatrix}. \tag{3.19}$$

Durch Einsetzen von einem Punkt, z.B. (x_1, y_1), und der Geraden $\mathcal{G}$ in die Kreisgleichung von $\mathcal{K}$ erhält man für den Geradenparameter λ_0 :

$$\lambda_0 = \pm\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cdot\frac{1}{(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2}-\frac{1}{4}}\ . \tag{3.20}$$

Die Ambiguität in λ_0 entspricht den zwei möglichen Kreisen, welche die beiden Punkte enthalten. Die Ambiguität wird durch das Vorzeichen von κ aufgelöst:

$$\begin{aligned} \lambda_0 > 0 \quad &\text{für} \quad \kappa < 0 \\ \lambda_0 < 0 \quad &\text{für} \quad \kappa > 0. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Indem der Geradenparameter λ_0 in Gleichung (3.19) eingesetzt wird, kann das Zentrum (x_0, y_0) der Helix in der r-ϕ-Projektion bestimmt werden. Mit diesem Zentrum können die Parameter ϕ_0 und d_{ca} bestimmt werden. Der Punkt auf der Spur, welcher der Strahlachse am nächsten kommt, hat den Radius $|d_{ca}|$. Der Winkel ϕ_0 beschreibt die Flugrichtung des Teilchens an diesem Punkt. Die Beziehung zwischen dem Zentrum und den Parametern lautet (vgl. Seite 8):

$$\begin{aligned} d_{ca} &= \tfrac{1}{\kappa} \pm \sqrt{x_0^2+y_0^2} \quad \begin{cases} \kappa < 0 \\ \kappa > 0 \end{cases} \\ \phi_0 &= arctan(-\tfrac{x_0}{y_0}). \end{aligned} \tag{3.22}$$

Der Parameters d_{ca} ist positiv, wenn der Ortsvektor, die Flugrichtung und die +z-Achse ein rechtshändiges System bilden. Die beiden anderen Parameter θ_0 und z_0 beschreiben die Helix in der r-z-Projektion. Der Punkt mit dem kleinsten Abstand von der Strahlachse hat die z-Koordinate z_0. Die Tangente an die Helix in diesem Punkt hat in der r-z-Projektion die Steigung $cot(\theta_0)$. Diese Parameter können berechnet werden, indem man die Punkte $\vec{r}_{1,3}$ in die parametrisierte Darstellung der Helix einsetzt (vgl. Seite 8):

$$\begin{aligned} x_{1,3} = &\quad x_0 + \tfrac{1}{\kappa} \cdot sin(\phi_0 + t_{1,3}) \\ y_{1,3} = &\quad y_0 - \tfrac{1}{\kappa} \cdot cos(\phi_0 + t_{1,3}) \\ z_{1,3} = &\quad z_0 + \tfrac{1}{\kappa} \cdot t_{1,3} \cdot cot(\theta_0). \end{aligned} \tag{3.23}$$

Das Auflösen nach den Spurparametern z_0 und θ_0 ergibt :

$$\begin{aligned} cot(\theta_0) &= \frac{\kappa \cdot (z_3 - z_1)}{arctan\left(\frac{(x_1 - x_0)\cdot(y_3 - y_0) - (x_3 - x_0)\cdot(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)\cdot(x_3 - x_0) + (y_1 - y_0)\cdot(y_3 - y_0)}\right)} \\ z_0 &= z_1 - \tfrac{1}{\kappa} \cdot cot(\theta_0) \cdot \left(arctan\left(\frac{x_1 - x_0}{y_0 - y_1}\right) - \phi_0\right). \end{aligned} \tag{3.24}$$

Für die Herleitung dieser Beziehungen wurde das Additionstheorem für zyklometrische Funktionen verwendet:

$$arctan(x) \pm arctan(y) = arctan\left(\frac{x \pm y}{1 \mp \frac{1}{x \cdot y}}\right). \tag{3.25}$$

Damit ist die Helix, welche durch die Punkte $\vec{r}_{1,3}$ und dem Krümmungsradius κ definiert wird, vollständig in den Parametern der H1 Konvention beschrieben.

Diese Helix nähert die Spur des Teilchens innerhalb des Vertexdetektors an. Die Annahme besteht darin, daß die Vielfachstreuung des Teilchens innerhalb des Vertexdetektors vernachlässigt wird. Der nächste Abschnitt berechnet den aus dieser Annahme resultierenden Fehler.

3.4 Die Vielfachstreuung

Ein Teilchen erfährt bei Durchgang von Materie Vielfachstreuung. Sie entsteht vor allem durch Coulombstreuung am Kernpotential. Sie ist abhängig von dem durchdrungenen Material, der Dicke desselben und von dem Impuls des Teilchens. Durch Vielfachstreuung wird die Flugrichtung des Teilchens verändert.

Die Teilchenspur wird für die Bestimmung des Schnittpunktes von der Spur und dem Sensor, auf welchen das Residuum bestimmt wird, benötigt. Es reicht, die Richtung des Teilchens nach Durchgang des ersten Sensors zu kennen, unabhängig von

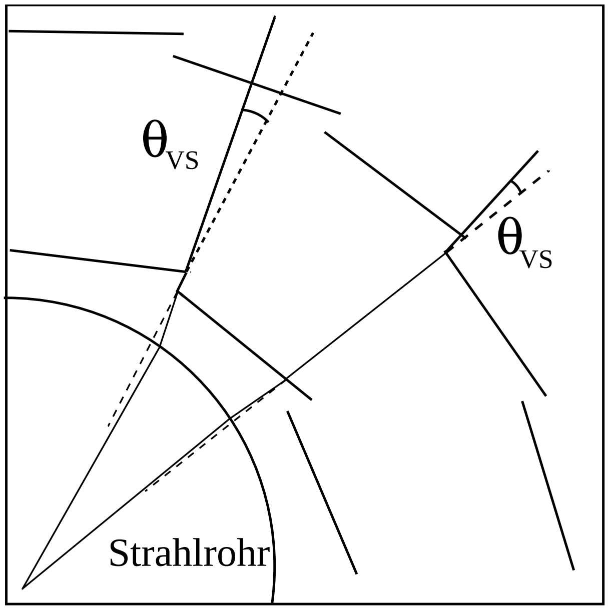

Abbildung 3.2: Die schematische Skizze zeigt, wie die Spur des Teilchens durch Vielfachstreuung am Strahlrohr und innerhalb des Vertexdetektors gestört wird. Für die Bestimmung der Spur innerhalb des Vertexdetektors ist nur die Streuung am mittleren Sensor relevant.

Vielfachstreuung am Strahlrohr und am ersten Sensor. Einzig die Vielfachstreuung am zweiten Sensor muß berücksichtigt werden, d.h. der Fehler in der Bestimmung des Treffers im dritten Sensor ist nicht nur durch die Ortsauflösung des Vertexdetektors gegeben, sondern auch durch die Vielfachstreuung des Teilchens am zweiten Sensor.

Dieser Fehler pflanzt sich in die Breite der Residuenverteilung fort. Die Standardabweichung dieses Fehlers wird berechnet. Dazu wird zuerst die Verteilung des Richtungsvektors von dem gestreuten Teilchen bestimmt. Diese Verteilung wird dann auf die lokalen Koordinaten des dritten Treffers projiziert.

Die durch Vielfachstreuung verursachte Änderung in dem Richtungsvektor der Helix wird als normalverteilt angenommen. Die Standardabweichungen dieser zweidimensionalen Normalverteilung ist in der r-ϕ- und in der r-z-Projektion mit dem mittleren Streuungwinkel $\bar{\theta}_{VS}$ gegeben. Er wurde laut der Formel [15]

$$\bar{\theta}_{VS} = \frac{13{,}6\,\mathrm{MeV}}{\beta \cdot c \cdot p} \cdot z \cdot \sqrt{\frac{X}{X_0}} \cdot \left(1 + 0,038 \cdot ln\left(\frac{X}{X_0}\right)\right) \tag{3.26}$$

berechnet. Es ist c die Lichtgeschwindigkeit, z die Ladung des Teilchens in Einheiten von Elementarladungen, $\beta \cdot c$ ist die Geschwindigkeit und p der Impuls des Teilchens. Der Impuls wird aus den Helixparametern berechnet:

$$p = \frac{p_t}{sin(\theta_0)} \tag{3.27}$$

$$p_t = \frac{q \cdot B}{\kappa} = \frac{z \cdot e \cdot B}{\kappa} \quad . \tag{3.28}$$

p_t bezeichnet den transversalen Impuls des Teilchens, q ist die Ladung des Teilchens, B ist das Magnetfeld im Zentrum des H1 Experiments. Es wird mit

$$B = 1{,}15\,\text{Tesla} \tag{3.29}$$

angesetzt [16]. β kann aus dem Impuls und unter der Annahme, daß das Teilchen ein geladenes Pion ist, berechnet werden :

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m_\pi \cdot c}{p}\right)^2 + 1}} \tag{3.30}$$

$$m_\pi = 139{,}56995\,\text{MeV/c}.$$

Die Strecke, welche das Teilchen innerhalb des Materials durchquert, wird in Strahlungslängen X_0 materialspezifisch gemessen. Die Strahlungslänge X_0 für Silizium beträgt

$$X_0 = 9{,}36\,\text{cm}. \tag{3.31}$$

Das Teilchen durchquert eine Strecke X in der Materie. Sie entspricht im Falle des zweiten Sensors

$$X = \frac{300\,\mu\text{m}}{cos(\Delta\phi_2) \cdot sin(\theta_0)} \ . \tag{3.32}$$

Der Sensor hat eine Dicke von $300\,\mu$m. In der r-z-Projektion wird er von dem Teilchen unter dem Polarwinkel θ_0 durchdrungen. Der Durchdringungsswinkel $\Delta\phi_2$ ist der Winkel, mit dem das Teilchen den zweiten Sensor in der r-ϕ-Projektion durchdringt. Er wird aus dem Tangentialvektor der Helix im Zentrum des zweiten Sensors berechnet. Die Helix ist durch Gleichung (1.1) als $\vec{r}_{Helix}\ (t)$ gegeben. Betrachtet wird aber nur die r-ϕ-Projektion. Der zweite Treffer bestimmt den Parameter t_2 :

$$\vec{h}_{Helix}\ (t_2) = \begin{pmatrix} x_0 + \frac{1}{\kappa} \cdot sin(\phi_0 + t_2) \\ y_0 - \frac{1}{\kappa} \cdot cos(\phi_0 + t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}. \tag{3.33}$$

Der Tangentialvektor der Helix an der Stelle t_2 ist dann gegeben durch

$$\vec{h}'_{Helix}\ (t_2) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\kappa} \cdot cos(\phi_0 + t_2) \\ \frac{1}{\kappa} \cdot sin(\phi_0 + t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 - y_2 \\ x_2 - x_0 \end{pmatrix}. \tag{3.34}$$

Der Normalenvektor auf der zweiten Sensor entspricht dem Normalenvektor auf der Halbleiter:

$$\vec{n}_{HL2} = \begin{pmatrix} cos(\phi_{HL}) \\ sin(\phi_{HL}) \end{pmatrix}. \tag{3.35}$$

Durch die Verwendung der Relation von Skalarprodukt und Cosinus-Funktion kann nun der Durchdringungswinkel $\Delta\phi_2$ in der r-ϕ-Projektion berechnet werden:

$$\begin{aligned}\vec{n}_{HL2} \cdot \vec{h}'_{Helix}\,(t_2) &= |\vec{h}'_{Helix}\,(t_2)| \cdot cos(\Delta\phi_2) = \\ &= \sqrt{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2} \cdot cos(\Delta\phi_2) = \\ &= \frac{1}{|\kappa|} \cdot cos(\Delta\phi_2) \\ &= (y_0 - y_2) \cdot cos(\phi_{HL}) + (x_2 - x_0) \cdot sin(\phi_{HL}).\end{aligned} \tag{3.36}$$

Damit kann der mittlere Streuwinkel $\bar{\theta}_{VS}$ berechnet werden. Er gibt die Breite der Verteilung des Richtungsvektors nach der Streuung um den ursprünglichen Richtungsvektors an, projiziert in die r-ϕ- und r-z-Ebene. Für die Behandlung der Fehler in dem dritten Treffer wird die Breite der Verteilung auf die lokalen $\hat{x}$- und $\hat{z}$-Koordinaten der dritten Halbleiter projiziert. Die Breite der Verteilung in der r-ϕ-Projektion am Ort des dritten Treffers ist durch das Produkt des Abstands zwischen zweitem und drittem Treffer und dem mittlere Streuwinkel $\bar{\theta}_{VS}$ gegeben. Der Abstand beträgt :

$$dist_{r\phi} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}\ . \tag{3.37}$$

Die Breite muß jetzt auf die Oberfläche des dritten Sensor projiziert werden. Dazu berechnet man den Durchdringungswinkel $\Delta\phi_3$ des Teilchens durch den dritten Sensor. Er wird analog zum Durchdringungswinkel $\Delta\phi_2$ des Teilchens durch den zweiten Sensor berechnet. Die Breite der Verteilung in der $\hat{x}_{HL3}$-Koordinate wird dann als

$$\sigma_{VS}\,(\hat{x}) = \frac{dist_{r\phi}}{cos(\Delta\phi_3)} \cdot \bar{\theta}_{VS} \tag{3.38}$$

angenähert. Die Annäherung besteht in der Symmetrisierung der Verteilung: die Projektion der Gaußverteilung auf den Sensor ist exakt betrachtet keine Gaußverteilung mehr. Da das Teilchen den Sensor aber fast senkrecht durchquert ($\frac{1}{cos(\Delta\phi_3)}$ <1,1 für p_t >150 MeV/c), wurde sie trotzdem als Gaußverteilung angenommen.

In der r-z-Projektion ist der Abstand zwischen dem zweiten und dritten Treffer durch

$$dist_z = \sqrt{(r_3 - r_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \tag{3.39}$$

gegeben. Die Projektion der Breite auf den Sensor ergibt

$$\sigma_{VS}\,(\hat{z}) = \frac{dist_z}{sin(\theta_0)} \cdot \bar{\theta}_{VS}\ . \tag{3.40}$$

Für die Messung der Auflösung ist nicht der Fehler in dem dritten Treffer entscheidend, sondern wie sich dieser Fehler auf den Fehler in dem Residuum fortpflanzt. Die Fehlerrechnung wird in dem Abschnitt 3.7 gemacht. Qualitativ läßt sich die Fehlerfortpflanzung folgendermaßen beschreiben:

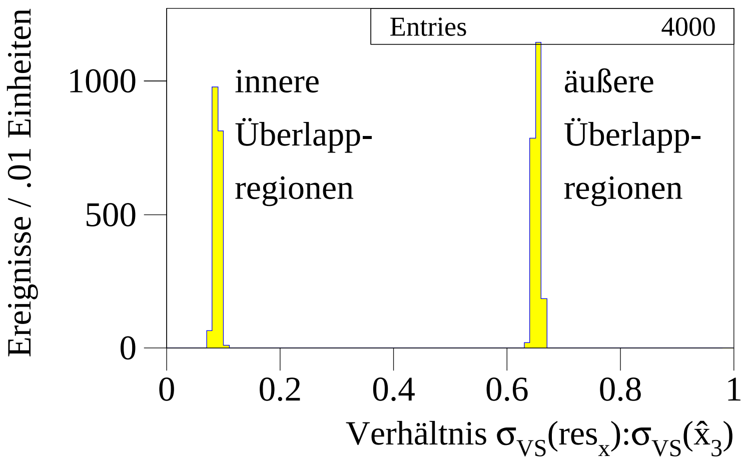

Abbildung 3.3: Der Fehler in dem dritten Treffer aufgrund von Vielfachstreuung pflanzt sich auf den des Residuums fort. Die Abbildung zeigt, mit welchem Gewicht der Fehler in dem dritten Treffer in den Fehler des Residuums eingeht. Das Gewicht ist durch den Abstand des dritten Treffers von dem zu berechnenden Schnittpunkt bestimmt. Ein großer Abstand entspricht einem kleinen Gewicht.

Eine Unterscheidung in der Behandlung muß für Überlappregionen der inneren und der äußeren Schale gemacht werden. Zwar ist die Größe des mittlere Streuwinkel in beiden Fällen die gleiche, jedoch unterscheidet sich die Geometrie der beiden Fälle:

Der Abstand zwischen den Halbleiterrändern einer Überlappregion beträgt 4 mm. Der Abstand zwischen der inneren und der äußeren Schale beträgt hingegen 4 cm. Der Fehler in dem dritten Treffer skaliert mit dem Abstand zwischen dem zweiten und dritten Treffer. Durchquert ein Teilchen einen Überlappbereich in der inneren Schale des Vertexdetektors, so ist dieser Abstand groß und der dritte Treffer hat einen großen, durch Vielfachstreuung bedingten Fehler. Für Spuren in den äußeren Überlappregionen ist der Fehler wegen des kleineren Abstands um ein Zehntel kleiner.

Die Fehler in den Koordinaten des ersten und dritten Treffers bestimmen den Fehler der Schnittpunktberechnung. Das Verhältnis, in welchem die Fehler der beiden Treffern in den Fehler des Schnittpunktes eingehen, ist durch die Abstände der Treffer von dem Schnittpunkt bestimmt. Für innere Überlappereignisse hat der Fehler in dem ersten Treffer deshalb ein zehnmal größeres Gewicht als der Fehler in dem dritten Treffer. Genau umgekehrt verhält es sich für die äußeren Überlappregionen. In Abbildung 3.3 ist diese unterschiedliche Gewichtung des Fehlers in dem dritten Treffer dargestellt.

Aus diesem Grund ist der Fehler in den Residuen aufgrund von Vielfachstreuung für innere und äußere Überlappereignisse in der gleichen Größenordnung.

Mit der Vielfachstreuung ist die erste von mehreren Fehlerquellen behandelt, welche in den Fehler des Residuums eingehen. Andere Quellen werden in dem Abschnitt 3.7 bestimmt. Einige dieser Fehler wurde mit einem Programm bestimmt, das die Spuren der Teilchen innerhalb des Vertexdetektors simuliert. Es wird in dem folgenden Abschnitt beschrieben.

3.5 Das Simulationsprogramm

Das Simulationsprogramm wurde entwickelt, um die Eigenschaften des Anpassungsalgorithmuses der Auslenkungsparameter und der Messung der intrinsischen Auflösung zu studieren. Außerdem war es ein wertvolles Werkzeug, um die Beiträge von einigen Fehlerquellen zu bestimmen.

Für die Simulation wird angenommen, daß die Treffer bereits auf die Halbleiterkoordinaten umgerechnet worden sind. Dabei wurden die in der Halbleitervermessung bestimmten Parameter nicht berücksichtigt. Die Sensoren sind also an ihrer nominellen Position auf der Halbleiter simuliert. Die übrigen 378 Halbleiterparameter werden als normalverteilt und nicht korreliert angenommen. Die Gaußverteilungen haben die folgenden Breiten, falls nicht ausdrücklich auf eine andere Voreinstellung hingewiesen wird:

$$\begin{array}{ccc} \sigma(\Delta X_{HL}) = 100\,\mu\mathrm{m}, & \sigma(\Delta R_{HL}) = 100\,\mu\mathrm{m}, & \sigma(\Delta Z_{HL}) = 200\,\mu\mathrm{m}, \\ \sigma(\alpha_{HL}) = 1\,\mathrm{mrad}, & \sigma(\beta_{HL}) = 1\,\mathrm{mrad}, & \sigma(\gamma_{HL}) = 3\,\mathrm{mrad}. \end{array} \tag{3.41}$$

Diese Größen entsprechen einer Schätzung der Präzision, mit welcher der Zusammenbau des Vertexdetektors erfolgt ist.

Anschließend werden Spuren simuliert, welche den Vertexdetektor durchdringen:

- Es wird ein exponentielles Spektrum im transversalen Impuls angenommen. Es beschränkt sich auf ein Fenster zwischen 150 MeV/c und 10 GeV/c. Die Krümmungsradien κ werden entsprechend Gleichung (3.28) für Teilchen mit einer Elementarladung in einem Magnetfeld der Stärke 1,15 T berechnet [16]. Es wird angenommen, daß beiden Ladungsvorzeichen gleich häufig vorkommen.

- Der Polarwinkel ϕ_0 wird als gleichförmig verteilt im Intervall $[0, 2\pi]$ angenommen.

- Der kleinste Abstand von der z-Achse, d_{ca}, wird als normalverteilt und symmetrisch um die z-Achse angenommen. Die Standardabweichung der Gaußverteilung wurde mit 300 μm angesetzt. Dies entspricht der horizontalen Ausdehnung des HERA Protonstrahls im Wechselwirkungspunkt [17].

- Die z-Koordinate des Punktes mit dem kleinsten Abstand von der z-Achse, z_0, wurde als gaussverteilt um den nominellen Wechselwirkungspunkt bei z_{H1}=0 angenommen. Als Breite der Gaußverteilung wurden 11 cm angesetzt [17]. Die Ausläufer der Verteilung wurden abgeschnitten, indem $|z_0| <$17,64 cm verlangt wurde (s.u.).

- Der Polarwinkel θ_0 wurde als gleichverteilt im Intervall $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ angenommen. Die Intervallgrenzen wurden in Abhängigkeit von z_0 berechnet:

$$\begin{aligned} \theta_{min} &= arctan\left(\frac{10{,}3\,\mathrm{cm}}{17{,}64\,\mathrm{cm} - z_0[\mathrm{cm}]}\right) \\ \theta_{max} &= arctan\left(\frac{10{,}3\,\mathrm{cm}}{17{,}64\,\mathrm{cm} + z_0[\mathrm{cm}]}\right). \end{aligned} \tag{3.42}$$

Die Einschränkungen in den Parametern θ_0 und z_0 wurden gemacht, damit nur Spuren simuliert werden, welche beide Schalen des Vertexdetektors durchdringen. Das minimiert die Rechenzeit, welche für die Simulation einer Probe mit einer bestimmten Anzahl von Überlappereignisse benötigt wird.

Nachdem die Parameter einer Spur generiert wurden, werden die Schnittpunkte der Spur mit den Halbleiterebenen berechnet, welche in der Flugrichtung des Teilchens liegen. Dabei werden die Positionen der Halbleitern im H1-Experiment mit den generierten Parametern beschrieben. Die Schnittpunkte werden mit der numerischen Methode berechnet, welche in dem Abschnitt 3.6.1 beschrieben wird.

Es wird überprüft, ob der Schnittpunkt in dem aktiven Auslesebereich der Halbleiter liegt. Dies gilt als erfüllt, wenn $|\hat{x}_{HL}| <$1,5975 cm und $|\hat{z}_{HL}| <$8,8875 cm ist. Das entspricht der Realität nicht ganz, da die Abstände zwischen den Ausleseregionen in der $\hat{z}_{HL}$-Richtung nicht berücksichtigt werden.

Die intrinsische Auflösung des Vertexdetektors wird simuliert, indem gaussförmige Fehler der Breite $\sigma_{intr.}(\hat{x})$ in der $\hat{x}_{HL}$-Koordinate, bzw. der Breite $\sigma_{intr.}(\hat{z})$ in der $\hat{z}_{HL}$-Koordinate zugefügt werden. Sind der Spur bereits zwei Treffer zugeordnet, so werden zusätzlich zwei gaussförmige Fehler der Breite $\sigma_{VS}(\hat{x})$, bzw. $\sigma_{VS}(\hat{z})$ simuliert, welche die Vielfachstreuung des Teilchens an dem zweiten Sensor beschreiben. Die Breite der Fehler wird gemäß der im Abschnitt 3.4 besprochenen Methode berechnet.

Nachdem den lokalen Koordinaten diese Fehler hinzugefügt worden sind, wird erneut überprüft, ob der Treffer noch auf der Halbleiter liegt. Die doppelte Kontrolle simuliert die begrenzten Ausleseregionen. Es werden damit nur Teilchen berücksichtigt, welche den Hauptteil ihrer Ionisationsladung innerhalb der Ausleseregionen deponieren. Die erste Überprüfung entspricht der Annahme, daß dies nur für Teilchen erfüllt ist, welche den Sensor innerhalb der Ausleseregion durchqueren. Der Ladungsschwerpunkt der ausgelesenen Signale liegt auf jeden Fall innerhalb der Ausleseregion. Das wird nach dem Hinzufügen der Fehler überprüft.

Liegt der Treffer nach der zweiten Kontrolle noch immer in dem Ausleseregion der Halbleiter, so werden seine lokalen Koordinaten gemäß der idealen Geometrie in H1-Koordinaten umgerechnet. Das entspricht der Vorgehensweise, welche bei der Rekonstruktion der Daten in einem nicht ausgerichteten Vertexdetektor angewandt wird.

Werden einer Spur drei Treffer im Vertexdetektor zugeordnet, so werden ihre H1-Koordinaten und der Krümmungsradius κ in eine Ausgabeeinheit geschrieben. Von den simulierten Spuren werden ungefähr drei Prozent als Spuren erkannt, welche einen Überlappbereich durchdringen. Das entspricht der Erwartung: Aus der Geometrie des Vertexdetektors folgt, daß in der inneren Schale 1,3 Prozent und in der äußeren Schale 2 Prozent des Azimuthalwinkelbereichs durch zwei Sensoren abgedeckt wird. Die abgedeckten Bereiche überschneiden sich teilweise. Deshalb ist der beobachte Anteil geringer als die Summe der Anteile in der inneren und äußeren Schale. In dem herausgeschrieben Krümmungsradius kann zusätzlich ein Fehler simuliert werden, der dem Fehler der Spurbestimmung in den zentralen Jetkammern entspricht.

Die so simulierten Spuren und Treffer wurden auf dem H1 Event Display, Version 1.16/09, auf ihre Richtigkeit überprüft. Diese Überprüfung hat die Parametrisierung der Spur, die Berechnung der Schnittpunkte und die Parametrisierung der Auslenkung der Halbleitern umfaßt.

In dem nächste Abschnitt wird nun endlich das Residuum berechnet. Es werden zwei unterschiedliche Wege beschrieben, wie sich der Schnittpunkt einer Helix mit einer Ebene im Raum berechnet werden kann.

3.6 Die Berechnung des Residuums

Das Residuum ist der Abstand zwischen dem gemessenen Punkt auf dem Sensor und dem Schnittpunkt der interpolierten Spur mit dem Sensor. Wegen der Annahme der Halbleitervermessungen, daß die Sensoren einer Halbleiter in einer Ebene liegen, reicht es aus, den Schnittpunkt von Helix und Halbleiterebene zu berechnen.

Es stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung, diesen Schnittpunkt zu berechnen:

- Einerseits können die beiden geometrischen Objekte parametrisiert werden und die passenden Parametersätze über einen numerischen Algorithmus bestimmt werden.

- Andererseits ist es auch möglich den Schnittpunkt auf analytische Weise zu berechnen.

Die zweite Methode erfordert einen größeren Aufwand in der Formulierung des Problems, braucht aber nur ein Fünftel der Rechenzeit welche die numerische Berechnung beansprucht. Die Rechenzeit wird für die Minimierung der Residuenverteilung, mittels welcher die Halbleiterparameter bestimmt werden, ein wesentlicher Einflußfaktor. Die analytische Methode wurde deswegen für die Erstellung der Residuenverteilung verwendet. Es sei daran erinnert, daß das Simulationsprogramm die numerische Methode zur Berechnung des Schnittpunktes verwendet. Es war auf diese Weise auch möglich, die beiden Methoden miteinander zu vergleichen.

3.6.1 Die numerische Berechnung des Schnittpunktes

Die Position der Halbleitern wurde in Kapitel 3.1.2 definiert. Die Halbleiter läßt sich durch die folgende parametrisierte Ebene beschreiben.

$$\vec{r}_{Ebene}\ (\lambda,\mu) = \vec{r}_c + \lambda \cdot \vec{d}_1 + \mu \cdot \vec{d}_2 \tag{3.43}$$

Der Vektor $\vec{r}_c$ definiert das Zentrum der Halbleiter. Es kann berechnet werden, indem der Ursprung des Halbleiterkoordinatensystems ($\hat{x}_{HL}, \hat{y}_{HL}, \hat{z}_{HL}$) in H1 Koordinaten umgerechnet wird. Das geschieht über die Transformationen (3.1), (3.8) und (3.15).

$$\begin{aligned}
\vec{r}_c &= \vec{r}_{H1}\ (\ \hat{\vec{r}}_{HL} = \vec{0}\ ) \\
&= \mathcal{T}(\vec{g}) \circ \mathcal{D}_G(\phi,\theta,\psi) \circ \mathcal{D}_z(\phi_{HL} - \tfrac{\pi}{2}) \circ \mathcal{T}(\vec{a}_{HL}) \\
&\quad \circ \mathcal{T}(\vec{b}_{HL}) \circ \mathcal{D}_z(\gamma_{HL}) \circ \mathcal{D}_y(\beta_{HL}) \circ \mathcal{D}_x(\alpha_{HL})\ (\hat{\vec{r}}_{HL} = \vec{0})
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Die Vektoren $\vec{d}_{1,2}$ entsprechen den Richtungsvektorern $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_z$ des Halbleiterkoordinatensystems in H1 Koordinaten:

$$\begin{aligned}
\vec{d}_1 &= \vec{r}_{H1}\left(\hat{\vec{r}}_{HL} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) - \vec{r}_{H1}\left(\hat{\vec{r}}_{HL} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right) \\
\vec{d}_2 &= \vec{r}_{H1}\left(\hat{\vec{r}}_{HL} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right) - \vec{r}_{H1}\left(\hat{\vec{r}}_{HL} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right).
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Die Helix ist in Gleichung (1.1) in ihrer parametrisierten Form als $\vec{r}_{Helix}\ (t)$ gegeben. Der Schnittpunkt kann nun berechnet werden, indem nach dem Parametersatz $(\ \lambda,\mu,t\ )_{min}$ gesucht wird, der den Abstand zwischen $\vec{r}_{Ebene}\ (\lambda,\mu)$ und $\vec{r}_{Helix}\ (t)$ minimiert:

$$|\ \vec{r}_{Ebene}\ (\lambda_{min},\mu_{min}) - \vec{r}_{Helix}\ (t_{min})\ | = min\ ! \tag{3.46}$$

Diese Minimierung wurde mit dem Programm MINUIT, Version 95.03, CERN Program Library, durchgeführt.

3.6.2 Die analytische Berechnung des Schnittpunktes

Die Schwierigkeit in der analytischen Berechnung entsteht, weil das Auflösen der Gleichung

$$\vec{r}_{Ebene}\ (\lambda,\mu) = \vec{r}_{Helix}\ (t) \tag{3.47}$$

nach den Parametern (λ,μ,t) auf eine transzendente Gleichung führt. Deshalb muß der Schnittpunkt mit Umwegen berechnet werden.

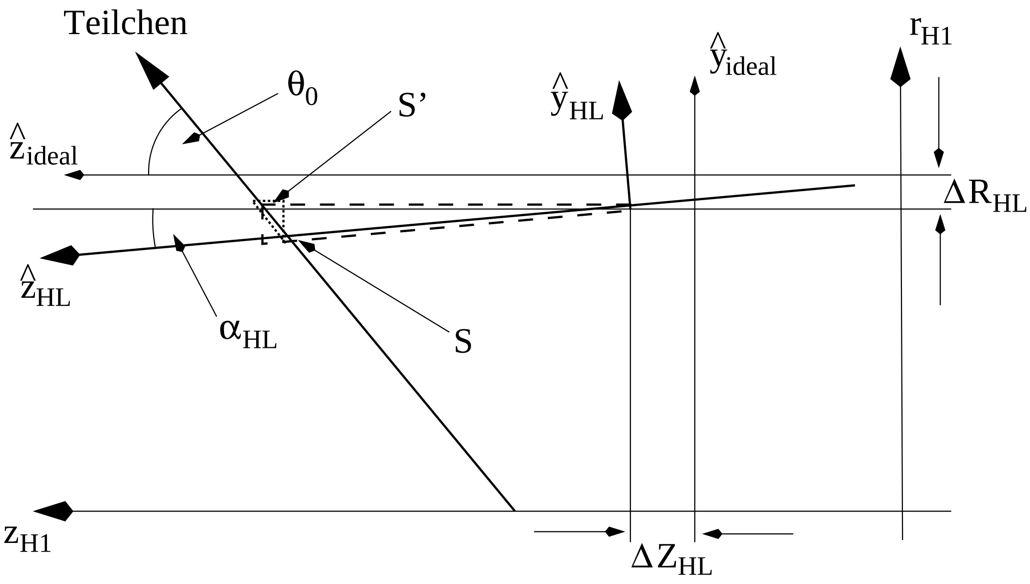

Abbildung 3.4: Die r-z-Ansicht einer verschobenen Halbleiter ist skizziert. Analytisch wird zuerst der Schnittpunkt S' der nicht stampfenden Halbleiter ($\alpha_{HL} = 0$) mit der Teilchenspur berechnet. Mit zwei rechtwinkligen Dreiecken kann dann die z-Koordinate des Schnittpunktes S der stampfenden Halbleiter mit der Teilchenspur bestimmt werden. Dabei wird angenommen, daß sich die r-z-Projektion der Spur zwischen den Schnittpunkten S und S' als Gerade darstellen läßt.

Die Idee ist eine Aufspaltung der Berechnung: Zuerst wird der Schnittpunkt in der r-ϕ-Projektion berechnet. Unter der Annahme, daß der Stampfwinkel α_{HL} verschwindet, ist die Ebene der Halbleiter in der r-ϕ-Projektion eine Gerade. Diese Gerade kann mit dem Kreis, welcher die Helix in der Projektion darstellt, geschnitten werden. Sobald aber der Radius des Schnittpunktes bekannt ist, kann die z-Koordinate des Schnittpunktes in der r-z-Projektion berechnet werden. Schwierigkeiten treten bei nicht verschwindendem Stampfwinkel α_{HL} auf: Der Abstand der Halbleiter von der Strahlachse wird dann über den Stampfwinkel von der z-Koordinate abhängig. Die r-ϕ-Projektion der Halbleiter ist keine Gerade mehr.

Das Problem wurde mit einer Rekursion in der Rechnung gelöst (vgl. Abbildung 3.4): Zuerst wird der Schnittpunkt S' für einen verschwindenden Stampfwinkel berechnet. Aus einer Geometriebetrachtung der z-r-Projektion kann dann der Radius des Schnittpunktes S berechnet werden, welcher auf der stampfenden Halbleiter liegt. Es wird dann nur noch der Schnitt betrachtet, welcher durch $z = z_S$ definiert ist. Auf diesem Schnitt stellt sich die Halbleiter wieder als Gerade dar und der Schnittpunkt von Gerade und Kreis kann neuerlich berechnet werden.

Die analytische Berechnung wird in dem internen Koordinatensystem des Vertexdetektors durchgeführt. Es wird angenommen, daß das Magnetfeld entlang der z-Achse des Vertexdetektors ausgerichtet ist und nicht entlang der z-Achse des H1 Experimentes. Der Fehler in dem Abschnitt 3.7 über die Fehlerrechnung abgeschätzt.

Es folgt die explizite Berechnung des Schnittpunktes.

Unter der Annahme, daß die Stampfwinkel α_{HL} verschwinden, wird die Halbleiter in der r-ϕ-Projektion durch die Gerade

$$\mathcal{G}' \; : \; \begin{pmatrix} x_{S'} \\ y_{S'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{ce} \\ y'_{ce} \end{pmatrix} + \mu' \cdot \begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix} \tag{3.48}$$

dargestellt. Das Zentrum der Halbleiter und der Richtungsvektor kann mit den Transformationen (3.1) und (3.8) berechnet werden:

$$\begin{pmatrix} x'_{ce} \\ y'_{ce} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & -\,sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) \\ sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\vec{a}_{HL})_x - \Delta X_{HL} \\ (\vec{a}_{HL})_y - \Delta R_{HL} \end{pmatrix} \tag{3.49}$$

$$\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & -\,sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) \\ sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos(\gamma_{HL}) \\ sin(\gamma_{HL}) \end{pmatrix} . \tag{3.50}$$

Der Vektor $\vec{a}_{HL}$ und der Winkel ϕ_{HL} ist einsprechend der Gleichungen (3.10) - (3.14) gegeben. Diese Gerade wird mit dem Kreis $\mathcal{K}$ geschnitten, welcher die Helix in der r-ϕ-Projektion darstellt:

$$\mathcal{K} : \quad (x_{S'} - x_0)^2 + (y_{S'} - y_0)^2 = \frac{1}{\kappa^2} \; . \tag{3.51}$$

Einsetzen ergibt für den Geradenparameter μ'

$$\begin{aligned} \mu'_{1,2} = -(x'_{ce} - x_0) \cdot x_d \; &- (y'_{ce} - y_0) \cdot y_d \\ &\pm \sqrt{\frac{1}{\kappa^2} - \{(x'_{ce} - x_0) \cdot y_d - (y'_{ce} - y_0) \cdot x_d\}^2} \; . \end{aligned} \tag{3.52}$$

Die beiden Lösungen entsprechen den beiden Schnittpunkten, welche der Kreis und die Gerade besitzen. Es ist der Schnittpunkt gesucht, der näher am Zentrum der Halbleiter liegt. Das entspricht dem Geradenparameter mit dem kleineren Betrag:

$$\mu' = \begin{cases} \mu'_1 & \text{für} \quad |\mu'_1| < |\mu'_2| \\ \mu'_2 & \text{für} \quad |\mu'_1| > |\mu'_2| \; . \end{cases} \tag{3.53}$$

Der Schnittpunkt ($x_{S'}, y_{S'}$) ist dann in der r-ϕ-Projektion durch Gleichung (3.48) gegeben. Die z-Koordinate wird dann mittels Einsetzen in die Gleichung der Helix berechnet:

$$\begin{aligned} x_{S'} &= \; x_0 + \tfrac{1}{\kappa} \cdot sin(\phi_0 + t_{S'}) \\ y_{S'} &= \; y_0 - \tfrac{1}{\kappa} \cdot cos(\phi_0 + t_{S'}) \end{aligned} \tag{3.54}$$

bestimmt den Parameter $t_{S'}$

$$t_{S'} = arctan\left(\frac{x_{S'} - x_0}{y_0 - y_{S'}}\right) - \phi_0 \ . \tag{3.55}$$

Dieser Parameter eingesetzen in der Gleichung der Helix ergibt die z-Koordinate des Schnittpunktes:

$$z_{S'} = \quad z_0 + \tfrac{1}{K} \cdot t_{S'} \cdot cot(\theta_0). \tag{3.56}$$

Damit ist der Schnittpunkt ($x_{S'}, y_{S'}, z_{S'}$) auf dem achsenparallelen Äquivalent der Halbleiter bestimmt.

Nun wird der Schnittpunkt auf der Halbleiter berechnet, welche um den Stampfwinkel α_{HL} verkippt ist. Dazu muß der Radius des Zentrum der Geraden $\mathcal{G}'$ um R_{korr} korrigiert werden. R_{korr} wird aus einer geometrische Betrachtung gewonnen. Die r-z-Projektion der Spur wird zwischen den Schnittpunkten S' und S als Gerade angenähert. Diese Annahme ist für kleine Winkel α_{HL} gerechtfertigt, da die beiden Punkte dann nur durch einen kleinen Abstand getrennt sind. Die r-z-Projektion der Punkte ($x_{S'}, y_{S'}, z_{S'}$), (x_S, y_S, z_S) und ($x_{S'}, y_{S'}, z_S$) definieren unter dieser Annahme ein rechtwinkliges Dreieck. In ihm gilt die Beziehung:

$$(z_{S'} - z_S) = R_{korr} \cdot cot(\theta_0). \tag{3.57}$$

Ein weiteres rechtwinkliges Dreieck kann durch den Ursprung des Halbleiterkoordinatensystems ($\hat{x}_{HL}, \hat{y}_{HL}, \hat{z}_{HL}$) $= \vec{0}$, (x_S, y_S, z_S) und ($x_{S'}, y_{S'}, z_S$) definiert werden. In diesem Dreieck gilt dann die Beziehung :

$$R_{korr} = (z_S - (\vec{a}_{HL})_z - \Delta Z_{HL}) \cdot tan(\alpha_{HL}). \tag{3.58}$$

Daraus ergibt sich der Korrekturradius zu

$$R_{korr} = \frac{(z_S - (\vec{a}_{HL})_z - \Delta Z_{HL}) \cdot tan(\alpha_{HL})}{1 + cot(\theta_0) \cdot tan(\alpha_{HL})} \ . \tag{3.59}$$

Mit diesem Radius wird das Zentrum der Geraden $\mathcal{G}'$ verschoben:

$$\begin{pmatrix} x_{ce} \\ y_{ce} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{ce} \\ y'_{ce} \end{pmatrix} - R_{korr} \cdot \begin{pmatrix} cos(\phi_{HL}) \\ sin(\phi_{HL}) \end{pmatrix}. \tag{3.60}$$

Die Gerade auf dem Schnitt $z = z_S$ ist dann gegeben durch

$$\mathcal{G} \ : \ \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{ce} \\ y_{ce} \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix}. \tag{3.61}$$

Die Rechnung wird mit dieser neuen Gerade von Gleichung (3.52) bis Gleichung (3.56) wiederholt und man erhält den gesuchten Schnittpunkt (x_S, y_S, z_S).

Mit dem so berechneten Schnittpunkt und dem zweiten Treffer des Überlapps kann nun das Residuum gestimmt werden. Es wird erwartet, daß die gemessene

Auflösung vor allem von dem Abstand zwischen den Auslesestreifen abhängt. Da dieser Streifenabstand auf der p- und n-Seite des Sensors unterschiedlich ist, wird das Residuum auf die Oberfläche des Sensors abgebildet und in ein Residuum in der lokalen $\hat{x}$-Koordinate und ein Residuum in der lokalen $\hat{z}$-Koordinate aufgespaltet. Die Differenz der Ortsvektoren von gemessen Raumpunkt und Schnittpunkt

$$\begin{pmatrix} x_{diff} \\ y_{diff} \\ z_{diff} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} \tag{3.62}$$

wird mittels der Transformation

$$\begin{pmatrix} res_{\hat{x}} \\ 0 \\ res_{\hat{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & -sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & 0 \\ sin(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & cos(\phi_{HL} - \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{diff} \\ y_{diff} \\ z_{diff} \end{pmatrix} \tag{3.63}$$

auf die Oberfläche des Sensors projiziert. Das ist eine Approximation, da nur in das nominelle Halbleiterkoordinatensystem und nicht in das lokale Koordinatensystem transformiert wird (s. Gleichungen (3.1) und (3.8)). Die y-Koordinate des Vektors auf der linken Seite von Gleichung (3.63) ist eigentlich von Null verschieden. Bei Auslenkungsparametern der Größenordnung (3.41) ist sie allerdings durchwegs kleiner als 0,3 μm. Sie wird deshalb vernachlässigt.

In dem folgende Abschnitt werden die Fehlerquellen und ihre Beiträge zu dem Fehler in dem Residuum bestimmt. Diese Beiträge werden dann bei der Messung der Ortsauflösung aus der Residuenverteilung entfaltet.

3.7 Fehlerrechnung und Skalierung der Residuen

Die intrinsische Ortsauflösung wird mittels einer Entfaltung der Residuenverteilung gemessen. Eine detailierte Fehlerrechnung des Residuums ist deshalb von entscheidender Bedeutung. Jeder Fehler in den Residuen liefert einen Betrag zu der Breite der Residuenverteilung.

Die Einflüsse der folgenden Beiträge auf die Fehler in den projizierten Residuen wurden berücksichtigt:

1. Die intrinsischen Ortsauflösungen $\sigma_{intr.}(\hat{x})$ und $\sigma_{intr.}(\hat{z})$. Sie gehen in den Fehler der lokalen Halbleiterkoordinaten ein.

2. Der Fehler in den Halbleiterkoordinaten des dritten Treffers aufgrund von Vielfachstreuung: $\sigma_{VS}(\hat{x})$ und $\sigma_{VS}(\hat{z})$. Der Fehler wird für jedes einzelne Ereignis berechnet.

3. Der Fehler in den Anpassungsparametern, welche durch die Halbleitervermessungen bestimmt wurden. Die dadurch entstehenden Fehler in den lokalen Halbleiterkoordinaten werden als $\sigma_{Sensorpar.}(\hat{x})$ und $\sigma_{Sensorpar.}(\hat{z})$ für jedes Ereignis bestimmt.

4. Die funktionale Abhängigkeit der projizierten Residuen von den lokalen Halbleiterkoordinaten wird für die Fehlerrechnung auf ereignisspezifischer Basis berücksichtigt:
$$res_{\hat{x}} = res_{\hat{x}}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3) \tag{3.64}$$
$$res_{\hat{z}} = res_{\hat{z}}(\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{x}_1, \hat{x}_3). \tag{3.65}$$
5. Der Beitrag aus der funktionalen Abhängigkeit des auf die $\hat{x}$-Koordinate projizierten Residuums von den lokalen $\hat{z}_i$-Koordinaten der Treffer wird global als $\sigma_{\hat{z}}(\hat{x})$ bestimmt.
6. Der Einfluß des Fehlers in dem Krümmungsradius κ auf die Fehler in den Residuen, $\sigma_\kappa(\hat{x})$ und $\sigma_\kappa(\hat{z})$, wird global bestimmt.
7. Der Einfluß der Fehler in den angepaßten Halbleiterparametern auf die Fehler in den Residuen, $\sigma_{HLpar.}(\hat{x})$ und $\sigma_{HLpar.}(\hat{z})$, wird global bestimmt.
8. Die Vernachlässigung der globalen Auslenkung trägt mit $\sigma_{global}(\hat{x})$ und $\sigma_{global}(\hat{z})$ zu den Fehlern in den Residuen bei.
9. Die Differenz zwischen analytisch und numerisch berechneten Residuen liefert einen Beitrag $\sigma_{analyt.}(\hat{x})$ und $\sigma_{analyt.}(\hat{z})$ zu den Fehlern in den Residuen.

Es folgt eine detailierte Beschreibung, wie die einzelnden Fehler behandelt und bestimmt wurden.

1.) Die intrinsischen Ortsauflösungen der lokalen Koordinaten soll gemessen werden. Sie werden an anderer Stelle besprochen.

2.) Der Fehler in dem dritten Treffer, welcher durch die Vielfachstreuung des Teilchens am zweiten Sensor entsteht, ist in Abschnitt 3.4 diskutiert.

3.) Die Halbleitervermessung verwendet den mittleren Sensor, um das lokale Halbleiterkoordinatensystem zu definieren. Deshalb sind nur Treffer auf den äußeren Sensoren der Halbleitern mit dem Fehler der Vermessung behaftet. Die Lage eines äußeren Sensors wird durch zwei Translationen und eine Rotation um sein Zentrum beschrieben. Der Fehler in den Translationen beträgt im Mittel über alle Halbleiter 3 μm, in den Rotationen beträgt er im Mittel 0,2 mrad [18]. Die Transformation von den Sensorkoordinaten in die lokalen Halbleiterkoordinaten hat die Form:
$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{HL} \\ \hat{z}_{HL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\alpha_{Sensor}) & -sin(\alpha_{Sensor}) \\ sin(\alpha_{Sensor}) & cos(\alpha_{Sensor}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_{Sensor} \\ \hat{z}_{Sensor} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\hat{x}_{Sensor} \\ \Delta\hat{z}_{Sensor} \end{pmatrix}. \tag{3.66}$$
Die Fehlerfortpflanzung von den Fehlern in den Transformationsparametern α_{Sensor}, $\Delta\hat{x}_{Sensor}$ und $\Delta\hat{z}_{Sensor}$ auf den Fehler in den lokalen Halbleiterkoordinaten ergibt:
$$\begin{aligned} \sigma^2(\hat{x}_{HL}) &= (\hat{z}_{HL} - \Delta\hat{z}_{Sensor})^2 \cdot \sigma^2(\alpha_{Sensor}) + \sigma^2(\Delta\hat{x}_{Sensor}) \\ \sigma^2(\hat{z}_{HL}) &= (\hat{x}_{HL} - \Delta\hat{x}_{Sensor})^2 \cdot \sigma^2(\alpha_{Sensor}) + \sigma^2(\Delta\hat{z}_{Sensor}). \end{aligned} \tag{3.67}$$

Dieser Fehler wird Treffern zugeordnet, welche auf den äußeren Sensoren einer Halbleiter liegen. Für die Fehlerrechnung werden die Parameter der Translationen mit ihren Werten für eine ideale Positionierung der Sensoren auf einer Halbleiter abgeschätzt: $\Delta\hat{x}_{Sensor} = 0$ und $\Delta\hat{z}_{Sensor} = 5{,}93\,\mathrm{cm}$. Gemäß den Halbleiterkoordinaten wird einem Treffer kein Fehler zugeordnet, wenn er auf dem mittleren Sensor liegt, und ein von seinen Koordinaten abhängiger Fehler, wenn er auf dem vorderen oder hinteren Sensor liegt:

$$\sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{x}) = \begin{cases} 0 & : \ |\hat{z}_{HL2}| < 2,965\,\mathrm{cm} \\ (|\hat{z}_{HL2}| - 5,93)^2 \cdot (0,2 \cdot 10^{-3})^2 + \\ \quad + (3 \cdot 10^{-4})^2 & : \ |\hat{z}_{HL2}| > 2,965\,\mathrm{cm} \end{cases} \tag{3.68}$$

$$\sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{z}) = \begin{cases} 0 & : \ |\hat{z}_{HL2}| < 2,965\,\mathrm{cm} \\ |\hat{x}_{HL2}|^2 \cdot (0,2 \cdot 10^{-3})^2 + (3 \cdot 10^{-4})^2 & : \ |\hat{z}_{HL2}| > 2,965\,\mathrm{cm}\ . \end{cases}$$

Dabei wird folgende Annahme gemacht: Die Position des Treffers auf der zweiten Halbleiter bestimmt auch die Positionen der anderen beiden Treffer, d.h. liegt der zweite Treffer auf einem der vorderen, bzw. hinteren Sensoren so wird das auch von den anderen beiden Treffern angenommen. Für die beiden Treffer in der Überlappregion ist diese Annahme meisten erfüllt, da die beiden Halbleitern sich räumlich sehr nahe sind. Für den dritten Treffer trifft diese Annahme häufiger nicht zu. Er ist aber vergleichsweise weit von der Halbleiter entfernt, auf welcher das Residuum berechnet wird und deshalb hat sein Fehler nur einen geringen Einfluß auf den Fehler in den Residuen.

4.) Die intrinsische Auflösung betrifft die Koordinaten aller Treffer. Die Fehlerfortpflanzung auf die Residuen wird für jedes Ereignis berechnet. Die explizite Rechnung wurde durchgeführt, da auf diese Weise die Breite der Residuenverteilung in das richtige Verhältnis zu der intrinsischen Auflösung gesetzt werden kann.

4/a.) Die Fehler in den Auslenkungsparametern werden bei dieser Betrachtung nicht berücksichtigt. Der Fehler in den Residuen sei nur durch Fehler in den lokalen Koordinaten der Treffer bestimmt. In der r-ϕ-Projektion läßt sich das Residuum dann als Funktion

$$res_{\hat{x}} = res_{\hat{x}}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{z}_1, \hat{z}_3) \tag{3.69}$$

schreiben. Die $\hat{z}$ Koordinate des zweiten Treffers wird für die Berechnung nicht benötigt. Die Abhängigkeit von den $\hat{z}$-Koordinaten der anderen beiden Treffer ist allerdings nur sehr schwach. Sie wurde deshalb für die Fehlerrechnung nur global bestimmt:

$$\begin{aligned}
\sigma^2(res_{\hat{x}}) &= \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_i}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{x}_i) \\
&\quad + \left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{z}_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{z}_1) + \left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{z}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{z}_3) \\
&\approx \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_i}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{x}_i) + \sigma_{\hat{z}}^2(\hat{x}).
\end{aligned} \tag{3.70}$$

Die Größe des Fehlers $\sigma_{\hat{z}}(\hat{x})$ wurde mit simulierten Daten bestimmt. Es wurde eine Probe generiert, in welcher den lokalen $\hat{x}_i$-Koordinaten der Treffer keine Fehler von der intrinsischen Auflösung oder Vielfachstreuung zugefügt wurden. Den Treffern werden also die berechneten $\hat{x}_i$-Koordinaten des Schnittpunktes zugeordnet. Die $\hat{z}_i$-Koordinaten der Treffer wurden mit einem Fehler der intrinsische Auflösung von $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25\,\mu$m bedacht und der Fehler aus der Vielfachstreuung des Teilchens wurden berücksichtigt. Für diese Probe wurde die Residuenverteilung in der r-ϕ-Projektion erstellt. Die exakten Werte der Auslenkparameter und der Krümmungsradien κ wurden dafür verwendet. Damit ist der Fehler in der r-ϕ-Projektion durch die Fehler in den $\hat{z}$-Koordinaten bestimmt. Der Residuenverteilung wurde eine Gaußkurve angepaßt, deren Breite dem globalen Fehler in dem Residuum der r-ϕ-Projektion aufgrund der Fehler in den $\hat{z}$-Koordinaten entspricht. Die Untersuchung hat als Resultat

$$\sigma_{\hat{z}}(\hat{x}) = 0{,}030\,\mu\text{m}. \tag{3.71}$$

4/b.) Für die Projektion des Residuums auf die $\hat{z}_{HL}$-Koordinate wurde die funktionale Abhängigkeit von allen beteiligten Koordinaten analytisch berücksichtigt, weil die lokalen $\hat{x}_{HL}$-Koordinate sowohl in die Berechnung der Spurparameter θ_0 und z_0 einfließen, als auch für die Berechnung der z-Koordinate des Schnittpunktes verwendet werden.

$$res_{\hat{z}} = res_{\hat{z}}(\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{x}_1, \hat{x}_3) \tag{3.72}$$

Die Koordinate $\hat{x}_2$ des zweiten Treffers geht nicht in die Rechnung ein. Die Fehler in den lokalen Koordinaten pflanzen sich laut Fehlerrechnung auf das Residuum fort:

$$\begin{aligned}
\sigma^2(res_{\hat{z}}) = &\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{z}_i}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{z}_i) \\
&+ \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{x}_1) + \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2(\hat{x}_3).
\end{aligned} \tag{3.73}$$

6.) Die Berechnung der Teilchenspuren im Vertexdetektor verwendet den Krümmungsradius κ aus der Spurvermessung der zentralen Jetkammern. Der Fehler in κ wird mit

$$\sigma(\kappa) = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}^{-1} \tag{3.74}$$

angegeben [5]. Die Fehlerfortpflanzung auf die Fehler in den Residuen wurde wiederum mit simulierten Daten global bestimmt, indem der Fehler in κ von alle anderen Fehlerquellen isoliert wurde. Die intrinsischen Ortsauflösungen wurden deshalb auf Null gesetzt, ebenso wurden keine Fehler aufgrund von Vielfachstreuung simuliert. Die Residuenverteilungen wurden mit den exakten Werten der Anpassungsparameter erstellt. In dem übergeben Wert für κ wurde ein gaussischer Fehler der oben angegeben Größe simuliert. Wiederum wurde mit der Breite der so erstellten Residuenverteilungen der Fehler in die Residuen bestimmt:

$$\begin{aligned} \sigma_\kappa(\hat{x}) &= 0{,}26\,\mu\mathrm{m} \\ \sigma_\kappa(\hat{z}) &= 0{,}06\,\mu\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{3.75}$$

7.) Die Auslenkungsparameter, welche mittels des Anpassungsalgorithmuses gefunden wurden, sind ebenfalls mit Fehlern behaftet, welche sich auf die Residuen fortpflanzen. Dieser Fehler hängt stark von dem Erfolg der Anpassung ab. Die Eigenschaften der Anpassung werden erst in dem nächsten Kapitel besprochen. Deshalb wird nur eine vorläufige Bestimmung dieses Fehlers gemacht und die endgültige Bestimmung erst durchgeführt, wenn die Eigenschaften der Anpassung bekannt sind.

Für die vorläufige Abschätzung der Fehler wird ein Satz von Auslenkungsparametern generiert. Alle Rollwinkel γ_{HL} werden auf Null gesetzt (vgl. Kapitel 4). Zu diesem Satz von Parametern werden zwei Proben von 4000 Ereignissen in der +z-Seite des Vertexdetektors simuliert. In der ersten Probe werden folgende Fehlerquellen berücksichtigt: Die intrinsischen Ortsauflösungen wurden mit $\sigma_{intr.}(\hat{x})$ =15 μm und $\sigma_{intr.}(\hat{z})$ =25 μm eingesetzt, ebenso wurde der Fehler durch die Vielfachstreuung in beiden Koordinaten des dritten Treffers simuliert. Mit dieser Probe werden 155 Parameter der Auslenkung angepaßt. Die Rollwinkel γ_{HL} sind in dieser Anpassung auf Null festgesetzt. In der zweiten Probe werden den Treffern die exakten Koordinaten der berechneten Schnittpunkte zugeordnet, ohne die intrinsische Auflösung oder die Vielfachstreuung zu simulieren. Mit dieser zweiten Probe wurden die Residuenverteilungen erstellt. Zum Erstellen der Verteilungen wurden die mit der ersten Probe angepaßten Halbleiterparameter verwendet. Die Breite der Residuenverteilungen entsprechen dann einer globalen Bestimmung der Fehlerfortpflanzung von den Fehlern in den angepaßten Halbleiterparametern auf die Fehler in den Residuen. Die Breiten der Verteilungen haben folgende Werte:

$$\begin{aligned} \sigma_{HLpar.}(\hat{x}) &= 2{,}9\,\mu\mathrm{m} \\ \sigma_{HLpar.}(\hat{z}) &= 5{,}1\,\mu\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{3.76}$$

Wie sich im nächsten Kapitel zeigen wird, sind diese Werte zu optimistisch für eine Anpassung von allen 186 Halbleiterparametern. Außerdem hat der Fehler starke Fluktuationen in Abhängigkeit von dem erzeugten Parametersatz.

8.) Die Parameter, welche die globale Auslenkung beschreiben, waren noch nicht bekannt und wurden innerhalb dieser Diplomarbeit auch nicht bestimmt. Eine Abschätzung der Größenordnung der Parameter wurde mit kosmischen Strahlen gemacht [19]. Diese Abschätzung wurde verwendet, um den Fehler zu bestimmen, welcher durch die Vernachlässigung der globalen Auslenkung in der Residuenberechnung gemacht wird. Dieser Fehler entsteht, weil das Magnetfeldes im H1 Experiment nicht wie angenommen entlang der z-Achse des Vertexdetektors ausgerichtet ist, sondern entlang der z-Achse des H1 Experimentes. Das hat einen systematischen Fehler in den Spuren zur Folge, welche innerhalb des Vertexdetektors berechnet werden. Die Bestimmung des Fehlers wurde global mit simulierten Daten durchgeführt: In der Simulation werden die Spuren im H1 Experiment generiert. Diese Spuren werden mit den Halbleiterebenen geschnitten, deren Positionen in Bezug auf das H1 Experiment parametrisiert sind. Den Treffern werden die exakten Koordinaten der Schnittpunkte zugeordnet. Beim Erstellen der Residuenverteilung werde die lokalen Halbleiterkoordinaten der Treffer nur in das interne Koordinatensystem des Vertexdetektors transformiert. Die globale Auslenkung wird nicht für die Berechnung der Residuen verwendet. Für die Parameter der Transformation (3.15) von dem detektorinternen in das H1-Koordinatensystem wurden folgende Werte angesetzt:

$$\begin{array}{lll} g_1 = 130\,\mu\text{m} & g_2 = \text{-}700\,\mu\text{m} & g_3 = 174\,\mu\text{m} \\ \phi = 4\,\text{mrad} & \theta = 0{,}3\,\text{mrad} & \psi = \text{-}3\,\text{mrad}. \end{array} \tag{3.77}$$

Die Breite der Residuenverteilungen entsprechen den isolierten Fehler in den Residuen, welche durch die Vernachlässigung der globalen Ausrichtung entsteht :

$$\begin{aligned} \sigma_{global}(\hat{x}) &= 0{,}5\,\mu\text{m} \\ \sigma_{global}(\hat{z}) &= 1{,}5\,\mu\text{m}. \end{aligned} \tag{3.78}$$

9.) Das Simulationprogramm berechnet die Schnittpunkte der Spuren und Halbleitern mittels der numerischen Methode. Bei dem Erstellen der Residuenverteilung werden die Schnittpunkte mittels der analytischen Methode berechnet. Diese unterschiedliche Berechnungsart hat folgende Breiten der Residuenverteilungen zur Folge:

$$\begin{aligned} \sigma_{analyt.}(\hat{x}) &= 0{,}003\,\mu\text{m} \\ \sigma_{analyt.}(\hat{z}) &= 0{,}006\,\mu\text{m}. \end{aligned} \tag{3.79}$$

Der Fehler in der r-ϕ-Projektion des Residuums lautet unter der Berücksichtung der obgenannten Fehler:

$$\begin{aligned} \sigma^2(res_{\hat{x}}) = \; & \left(\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_i} \right)^2 \right) \cdot \left(\sigma^2_{intr.}(\hat{x}) + \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{x}) \right) \\ & + \left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_3} \right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\;(\hat{x}) \\ & + \sigma_{\hat{z}^2}(\hat{x}) + \sigma^2_{\kappa}(\hat{x}) + \sigma^2_{HLpar.}(\hat{x}) + \sigma^2_{global}(\hat{x}) + \sigma^2_{analyt.}(\hat{x}). \end{aligned} \tag{3.80}$$

Der Fehler in der $\hat{z}$-Projektion des Residuums lautet

$$\begin{aligned}
\sigma^2(res_{\hat{z}}) = \; & \left(\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{z}_i}\right)^2\right) \cdot \left(\sigma^2_{intr.}(\hat{z}) + \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{z})\right) \\
& + \left(\left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2\right) \cdot \left(\sigma^2_{intr.}(\hat{x}) + \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{x})\right) \\
& + \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{z}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\ (\hat{z}) + \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\ (\hat{x}) \\
& + \sigma^2_{\kappa}(\hat{z}) + \sigma^2_{HLpar.}(\hat{z}) + \sigma^2_{global}(\hat{z}) + \sigma^2_{analyt.}(\hat{z}).
\end{aligned} \tag{3.81}$$

Um den Zusammenhang zwischen der Breite der Residuenverteilung und der intrinsischen Ortsauflösung zu vereinfachen, wurde die Residuen mit den ereignisspezifischen Faktoren $S_{\hat{x}}$ und $S_{\hat{z}}$ skaliert:

$$\begin{aligned}
res'_{\hat{x}} &= \frac{res_{\hat{x}}}{\sqrt{S_{\hat{x}}}}, \qquad S_{\hat{x}} = \left(\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_i}\right)^2\right) \\
res'_{\hat{z}} &= \frac{res_{\hat{z}}}{\sqrt{S_{\hat{z}}}}, \qquad S_{\hat{z}} = \left(\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{z}_i}\right)^2\right).
\end{aligned} \tag{3.82}$$

Die Skalierungsfaktoren haben im Mittel folgende Werte :

$$\begin{aligned}
&\left.\begin{aligned} \sqrt{S_{\hat{x}}} &= 1,387 \pm 0,010 \\ \sqrt{S_{\hat{z}}} &= 1,340 \pm 0,03 \end{aligned}\right\} \text{ für die inneren Überlappbereiche} \\
&\left.\begin{aligned} \sqrt{S_{\hat{x}}} &= 1,326 \pm 0,009 \\ \sqrt{S_{\hat{z}}} &= 1,349 \pm 0,04 \end{aligned}\right\} \text{ für die äußeren Überlappbereiche.}
\end{aligned} \tag{3.83}$$

Diese Werte stehen im Widerspruch zu dem eher erwarteten Wert $\sqrt{2} = 1,414$. Man muß jedoch berücksichtigen, daß nur die funktionale Abhängigkeit von den lokalen Halbleiterkoordinaten berücksichtigt wurde, um die Skalierungsfaktoren zu berechnen. Die Fehler in den Parametern, welche die Lage der betroffenen Halbleiter beschreiben, werden separat behandelt. Die Fehler in den Ortskoordinaten der Treffer sind auf die Halbleiterebenen beschränkt. Für die Fehlerfortpflanzung sind dann die Größen der Fehler ausschlaggebend, welche auf die Ebene senkrecht zur Spur projiziert werden. Diese projizierten Fehler sind systematisch kleiner als die in der Halbleiterebene.

Der Fehler in den skalierten Residuen läßt sich dann schreiben als:

$$\begin{aligned}
\sigma^2(res'_{\hat{x}}) &= \sigma^2_{intr.}(\hat{x}) + \sigma^2_{Ereignis}(\hat{x}) \\
\sigma^2(res'_{\hat{z}}) &= \sigma^2_{intr.}(\hat{z}) + \sigma^2_{Ereignis}(\hat{z}).
\end{aligned} \tag{3.84}$$

Es werden ereignissabhängige Fehler definiert, welche alle Beiträge neben den intrinsischen Ortsauflösungen zusammenfassen, welche zu den Fehlern in den skalierten Residuen beitragen:

$$\begin{aligned}\sigma^2_{Ereignis}(\hat{x}) = \; & \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{x}) + \frac{1}{S_{\hat{x}}} \cdot \left(\frac{\partial res_{\hat{x}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\;(\hat{x}) \\ & + \frac{1}{S_{\hat{x}}} \cdot \; \Big(\sigma^2_{\hat{z}}(\hat{x}) + \sigma^2_{\kappa}(\hat{x}) + \sigma^2_{HLpar.}(\hat{x}) \\ & \qquad + \sigma^2_{global}(\hat{x}) + \sigma^2_{analyt.}(\hat{x}) \;\Big)\end{aligned} \tag{3.85}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2_{Ereignis}(\hat{z}) = \; & \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{z}) \\ & + \frac{1}{S_{\hat{z}}} \cdot \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{z}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\;(\hat{z}) + \frac{1}{S_{\hat{z}}} \cdot \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2 \cdot \sigma^2_{VS}\;(\hat{x}) \\ & + \frac{1}{S_{\hat{z}}} \cdot \left(\left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial res_{\hat{z}}}{\partial \hat{x}_3}\right)^2\right) \\ & \qquad \cdot \left(\sigma^2_{intr.}(\hat{x}) + \sigma^2_{Sensorpar.}(\hat{x})\right) \\ & + \frac{1}{S_{\hat{z}}} \cdot \Big(\; \sigma^2_{\kappa}(\hat{z}) + \sigma^2_{HLpar.}(\hat{z}) + \sigma^2_{global}(\hat{z}) + \sigma^2_{analyt.}(\hat{z}) \; \Big) .\end{aligned} \tag{3.86}$$

Es sei darauf hingewiesen, daß die intrinsische Auflösung der lokalen $\hat{x}$-Koordinate in den ereignisabhängigen Fehler eingeht, welcher dem auf die $\hat{z}$-Koordinaten projizierten Residuum zugeordnet wird. Aus diesem Grund sind zwei Iterationen notwendig, um die intrinsische Auflösung der $\hat{z}$-Koordinaten zu messen. In der ersten Iteration wird $\sigma^2_{intr.}(\hat{x})$ bestimmt. In der zweiten Iteration fließt der so ermittelte Wert dann in die Bestimmung der Auflösung der $\hat{z}$-Koordinaten ein. Der Beitrag zu dem ereignisabhängigen Fehler ist klein.

Der größte Beitrag zu dem Fehlers in dem Residuum kommt von der intrinsischen Auflösung. In zweiter Ordnung sind die Fehler aufgrund von Vielfachstreuung und die Fehler bei der Bestimmung der Auslenkung entscheidend. Alle anderen Beiträge sind vernachlässigbar klein. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, welches Verfahren für die Entfaltung dieser Beiträge entwickelt wurde.

3.8 Die Methode zur Bestimmung der Ortsauflösung

Die intrinsische Ortsauflösung kann bestimmt werden, indem aus den Residuenverteilungen die ereignisabhängigen Fehler entfaltet werden. Da die letzteren stark von Ereignis zu Ereignis variieren, wird die Entfaltung in verschiedenen Parameterintervallen durchgeführt.

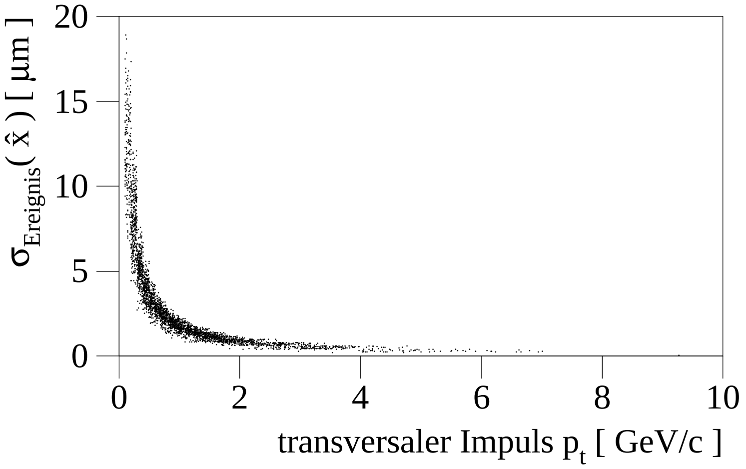

Abbildung 3.5: Die Größe des ereignisabhängigen Fehlers $\sigma_{Ereignis}(\hat{x})$ ist in simulierten Daten vor allem von dem transversalen Impuls p_t abhängig. Dieser Fehler entsteht durch die Vielfachstreuung des Teilchens am zweiten Sensor.

Ausschlaggebend für die Definition der Intervalle sind die funktionalen Abhängigkeiten der ereignisabhängigen Fehler $\sigma_{Ereignis}(\hat{x})$ und $\sigma_{Ereignis}(\hat{z})$. Dabei muß zwischen simulierten und gemessenen Daten unterschieden werden:

- In der Simulation werden die Fehler aus der Halbleitervermessung nicht berücksichtigt. Den dominanten Beitrag liefert dann die Vielfachstreuung des Teilchens an dem zweiten Sensor. Sie hängt von dem Impuls und den Winkeln ab, unter welchen das Teilchen die Sensoren durchquert.

- In gemessenen Daten liefert die Fehler der Halbleitervermessungen einen ähnlich großen Beitrag zur Breite der Residuenverteilung wie die Fehler durch Vielfachstreuung. Diese Fehler sind von den Positionen der Treffer auf der Halbleitern abhängig.

Für simulierte Daten ist die Größe des Fehlers in der r-ϕ-Projektion des Residuums fast ausschließlich durch den transversalen Impuls p_t gegeben (vgl. Abb. 3.5). Die Schale, in welcher das Teilchen einen Sensorüberlapp durchquert hat, liefert die zweitstärkste Abhängigkeit. Die Winkel, mit welchen das Teilchen den zweiten und den dritten Sensor durchdringt, sind stark mit der Schale und dem transversalen Impuls korreliert und müssen aus diesem Grund nicht speziell berücksichtigt werden. Die Ereignisse wurden deshalb in vier Intervalle des transversalen Impulses und in die beiden Schalen des Vertexdetektors unterteilt. Die Intervalle werden in Tabelle 3.1 am Ende dieses Kapitels definiert.

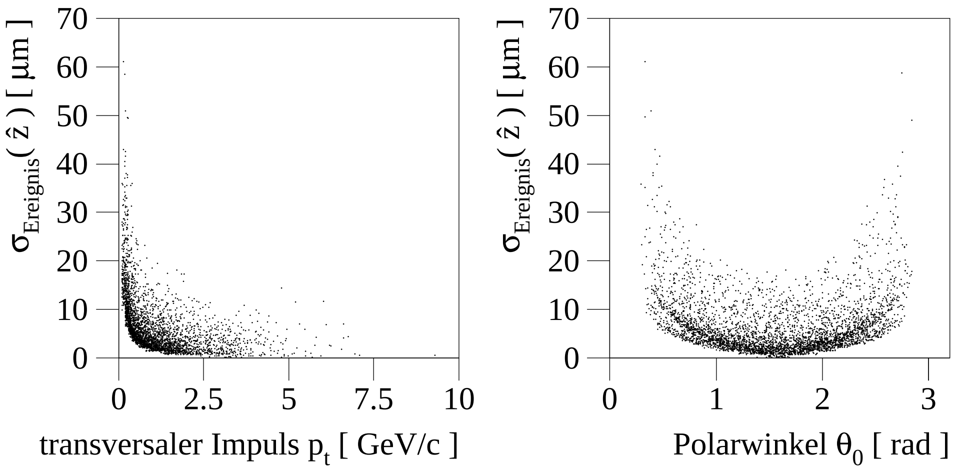

Abbildung 3.6: In simulierten Daten liefert die Vielfachstreuung den größten Beitrag zu dem Fehler $\sigma_{Ereignis}(\hat{z})$. Sie hat eine starke Abhängigkeit von dem transversalen Impuls p_t und dem Polarwinkel θ_0, unter dem das Teilchen den Sensor durchdringt.

Die Größe des Fehlers in der $\hat{z}$-Projektion hängt in simulierten Daten von dem transversalen Impuls p_t, von dem Polarwinkel θ_0 und der Schale ab, in welcher der Überlappbereich durchdrungen wurde (vgl. Abb. 3.6). Die zwei Bänder in der rechten Abbildung kommen von der Abhängigkeit des Fehlers von der Schale des Überlapps. Die Unterteilung der Ereignisse erfolgt aus diesem Grund in zwei Intervalle des transversalen Impulses, in zwei Intervalle des Polarwinkels und in die beiden Schalen des Vertexdetektors. Die Intervalle sind in Tabelle 3.2 am Ende dieses Kapitels definiert.

In gemessenen Daten muß zusätzlich unterschieden werden, ob ein Treffer auf dem mittleren Sensor oder auf einem der beiden äußeren Sensoren einer Halbleiter liegt. Für den ereignisabhängigen Fehler sind die Fehler in den beiden Treffern des Überlappbereichs entscheidend. Für die Fehlerrechnung wird angenommen, daß die Lage des Treffers auf der mittleren Halbleiter die Lage der anderen Treffer diktiert (vgl. Abschnitt 3.7). Diese weitere Unterteilung verdoppelt die Anzahl der Intervalle in beiden Projektionen. Als relevante Variable wird, der obigen Überlegung folgend, die lokale $\hat{z}_{HL}$-Koordinate des zweiten Treffers gewählt. Der getroffene Sensor ist der Mittlere auf der Halbleiter, wenn $|\hat{z}_{HL2}| < 2{,}965\,\mathrm{cm}$ ist. Wenn $|\hat{z}_{HL2}| > 2{,}965\,\mathrm{cm}$ ist, dann liegt der zweite Treffer auf einem der äußeren Sensoren und ist mit dem Fehler der Halbleitervermessungen behaftet.

Die Entfaltung der Residuenverteilung wird in jedem Intervall einzeln durchgeführt. Zuerst wird die Breite der Residuenverteilung bestimmt, indem der Verteilung eine Gaußkurve angenähert wird. Diese Annäherung wurde mit dem Pro-

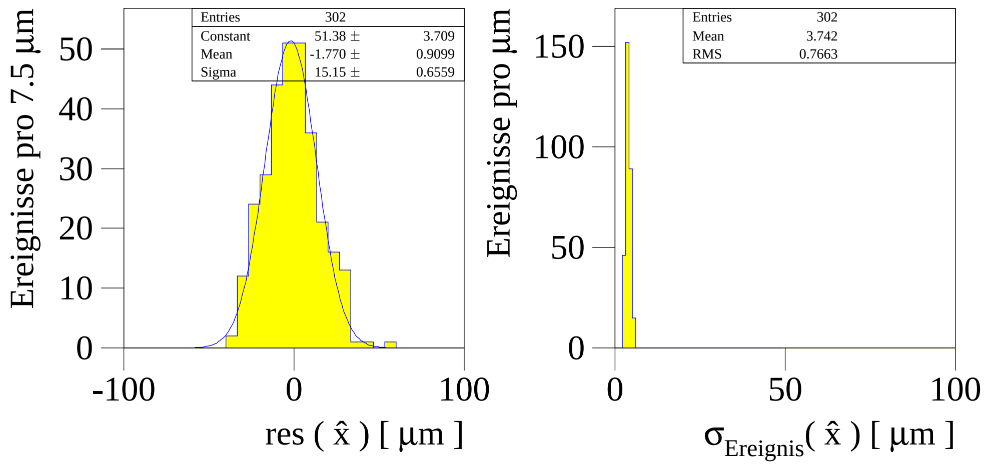

Abbildung 3.7: Die Residuenverteilung mit einer angepaßter Gaußverteilung und der Fehler des Residuums ist für den zweiten Intervall in der r-ϕ-Projektion gezeigt. Die Daten stammen aus einer simulierten Probe aus 4000 Überlappereignissen. Die simulierte intrinsische Auflösung beträgt 15 μm.

gramm MINUIT, Version 95.03, durchgeführt, welches in die Programmumgebung von PAW, Version 2.06/20, eingebunden ist. Die so bestimmte Standardabweichung der Gaußkurve wird als $\sigma^2_{Intervall}(res_{\hat{x}})$ und $\sigma^2_{Intervall}(res_{\hat{z}})$ bezeichnet. Die Breiten der Verteilungen aus anderen Quellen als der intrinsischen Auflösungen werden mit dem Mittelwert der ereignisabhängigen Fehler bestimmt, welche den Residuen des betroffenen Intervalls zugeordnet worden ist. Als Beispiel wurde in Abbildung 3.7 der zweite Intervall in der r-ϕ-Projektion dargestellt. Die Standardabweichung ist in diesem Beispiel 15,15 μ und der mittlere Fehler beträgt 3,74 μm. Der Zusammenhang zwischen dem Fehler in einem einzelnen Residuum, der intrinsischen Ortsauflösung und dem ereignisabhängigen Fehler ist durch die Gleichung (3.84) gegeben. Diese Gleichung wird nun über die Ereignisse in dem Intervall gemittelt und die über dieses Intervall gemittelte intrinsische Auflösung ist gegeben als:

$$\begin{aligned} \langle \sigma^2_{intr.}(\hat{x}) \rangle_{Intervall} &= \sigma^2_{Intervall}(res_{\hat{x}}) - \langle \sigma^2_{Ereignis}(\hat{x}) \rangle_{Intervall} \\ \langle \sigma^2_{intr.}(\hat{z}) \rangle_{Intervall} &= \sigma^2_{Intervall}(res_{\hat{z}}) - \langle \sigma^2_{Ereignis}(\hat{z}) \rangle_{Intervall}. \end{aligned} \tag{3.87}$$

Jeder Messung wird dann ein Fehler zugeordnet. Der Fehler in der angepaßten Breite der Verteilung wird aus der Fehlerrechnung des Annäherungsprogramms MINUIT übernommen. Der statistische Fehler in der Standardabweichung σ einer Stichprobe ist durch $\frac{\sigma}{\sqrt{2\cdot(N-1)}}$ gegeben, wobei N die Größe der Stichprobe ist [20].

Der Fehler in dem mittleren, ereignisabhängigen Fehler hat zwei Ursachen: Die erste Ursache ist die Aufteilung der Entfaltung in Intervalle. Sie ist nur eine Näherung. Die zweite Ursache sind Fehler, welche bei der Bestimmung der zu entfaltenden Beiträge gemacht werden.

Die Fehler durch das Aufteilen in Intervalle wurde ermittelt, indem in drei Proben die Fehler der intrinsischen Auflösungen nicht simuliert wurden. Für die Erstellung wurden die generierten Parameter verwendet (s.u.). Die Breiten der Residuenverteilungen sind dann ausschließlich durch die ereignisabhängigen Fehler gegeben. In jedem Intervall wird der Verteilung dann eine Gaußkurve angenähert. Die Standardabweichung der Kurve wird dann mit dem mittleren, ereignisabhängigen Fehler verglichen. Die mittlere Abweichungen in der Studie von drei Proben beträgt 15 Prozent.

In dem ereignisabhängigen Fehler tragen nur jenen Beiträgen zu dem Fehler der Messung bei, welche in ihrem Betrag nennenswert sind. Drei Beiträge haben einen nennenswerten Betrag: die Vielfachstreuung, die Halbleitervermessung und die Anpassung der Parameter. Die Vielfachstreuung und die Halbleitervermessung wurden aus diesem Grund detailiert behandelt. Schwieriger u bestimmen ist der Fehler der Anpassung. Er hängt von mehreren Größen ab und wird im nächsten Kapitel ausführlich untersucht. Es sei jedoch vorweggenommen, daß er den Fehler in der Messung dominiert.

Es wird eine intervallabhängige Fehlerrechnung durchgeführt:

$$\begin{aligned}\Delta^2(\langle\sigma_{intr.}(\hat{x})\rangle_{Intervall}) = &\left(\frac{\sigma_{Intervall}(res_{\hat{x}})}{\langle\sigma_{intr.}(\hat{x})\rangle_{Intervall}}\cdot\Delta(\sigma_{Intervall}(res_{\hat{x}}))\right)^2\\ &+\left(\frac{\langle\sigma_{Ereignis}(\hat{x})\rangle_{Intervall}}{\langle\sigma_{intr.}(\hat{x})\rangle_{Intervall}}\cdot\Delta(\langle\sigma_{Ereignis}(\hat{x})\rangle_{Intervall})\right)^2\end{aligned}\tag{3.88}$$

$$\begin{aligned}\Delta^2(\langle\sigma_{intr.}(\hat{z})\rangle_{Intervall}) = &\left(\frac{\sigma_{Intervall}(res_{\hat{z}})}{\langle\sigma_{intr.}(\hat{z})\rangle_{Intervall}}\cdot\Delta(\sigma_{Intervall}(res_{\hat{z}}))\right)^2\\ &+\left(\frac{\langle\sigma_{Ereignis}(\hat{z})\rangle_{Intervall}}{\langle\sigma_{intr.}(\hat{z})\rangle_{Intervall}}\cdot\Delta(\langle\sigma_{Ereignis}(\hat{z})\rangle_{Intervall})\right)^2 .\end{aligned}\tag{3.89}$$

Die Ortsauflösungen, welche in den Intervallen gemessen wurden, werden dann ihrem Fehler gemäß zu den in der Probe gemessen Ortsauflösungen zusammengefaßt [21]:

$$\sigma_{intr.}(\hat{x}) = \frac{1}{\Delta^2(\sigma_{intr.}(\hat{x}))}\cdot\sum_{Intervalle}\frac{\langle\sigma_{intr.}(\hat{x})\rangle_{Intervall}}{\Delta^2(\langle\sigma_{intr.}(\hat{x})\rangle_{Intervall})}\tag{3.90}$$

$$\sigma_{intr.}(\hat{z}) = \frac{1}{\Delta^2(\sigma_{intr.}(\hat{z}))}\cdot\sum_{Intervalle}\frac{\langle\sigma_{intr.}(\hat{z})\rangle_{Intervall}}{\Delta^2(\langle\sigma_{intr.}(\hat{z})\rangle_{Intervall})}\quad .\tag{3.91}$$

Diese beiden Größen sind das Ergebnis der Messung. Sie entsprechen der über die gesamte Probe gemittelten intrinsischen Auflösung. Der Messung wird dann der folgende Fehler zugeordnet:

$$\Delta^2(\sigma_{intr.}(\hat{x})) = \frac{1}{\sum\limits_{Intervalle} \left(\frac{1}{\Delta^2(\langle \sigma_{intr.}(\hat{x}) \rangle_{Intervall})} \right)} \tag{3.92}$$

$$\Delta^2(\sigma_{intr.}(\hat{z})) = \frac{1}{\sum\limits_{Intervalle} \left(\frac{1}{\Delta^2(\langle \sigma_{intr.}(\hat{z}) \rangle_{Intervall})} \right)} \quad . \tag{3.93}$$

Die Größe dieser Fehler wird in dem nächsten Kapitel bestimmt, weil zuerst die Eigenschaften der Anpassung besprochen werden müssen. Der Algorithmus, mit dem die Anpassung der Halbleiterparameter durchgeführt wurde, ist in dem folgenden Abschnitt beschrieben, welcher dieses Kapitel abschließt.

3.9 Die Anpassung der Halbleiterparameter

Nachdem jetzt die Resiudenverteilungen besprochen worden sind, sind alle Definitionen und Rechnungen bekannt, welche für den Anpassungsalgorithmus der Halbleiterparameter benötigt werden. Der Anpassungsalgorithmus bestimmt die 378 Parameter

$$(\Delta X_{HL}, \Delta R_{HL}, \Delta Z_{HL}, \alpha_{HL}, \beta_{HL}, \gamma_{HL})_{HL=1..63} \, . \tag{3.94}$$

Die nullte Halbleiter wird als Referenzsystem verwendet.

Die Anpassung wird auf einer Probe durchgeführt, in der die lokalen Sensorkoordinaten unter Verwendung der Halbleitervermessungen in lokale Halbleiterkoordinaten umgerechnet worden sind. Die Umrechnung der lokalen Halbleiterkoordinaten in H1-Koordinaten erfolgt mittels den Transformationen einer idealen Geometrie des Vertexdetektors.

Es wird ein globales χ^2_{Probe} als Funktion der Halbleiterparameter für die Probe definiert. Die Halbleiterparameter, welche die interne Auslenkung beschreiben, werden als der Parametersatz (3.94) definiert, welcher die Funktion χ^2_{Probe} minimiert.

Die Funktion χ^2_{Probe} ist die Summe der Funktionen $\chi^2_{Ereignis}$, welche für jedes Ereignis der Probe berechnet werden. Diese Funktionen werden definiert als:

$$\chi^2_{Ereignis} = \left(\frac{res_{\hat{x}}}{\sigma(res_{\hat{x}})} \right)^2 + \left(\frac{res_{\hat{z}}}{\sigma(res_{\hat{z}})} \right)^2 . \tag{3.95}$$

Die Residuen $res_{\hat{x}}$ und $res_{\hat{z}}$ sind in der Gleichung (3.63) definiert. Ihre Fehler $\sigma(res_{\hat{x}})$ und $\sigma(res_{\hat{z}})$ sind in Gleichung (3.80) definiert.

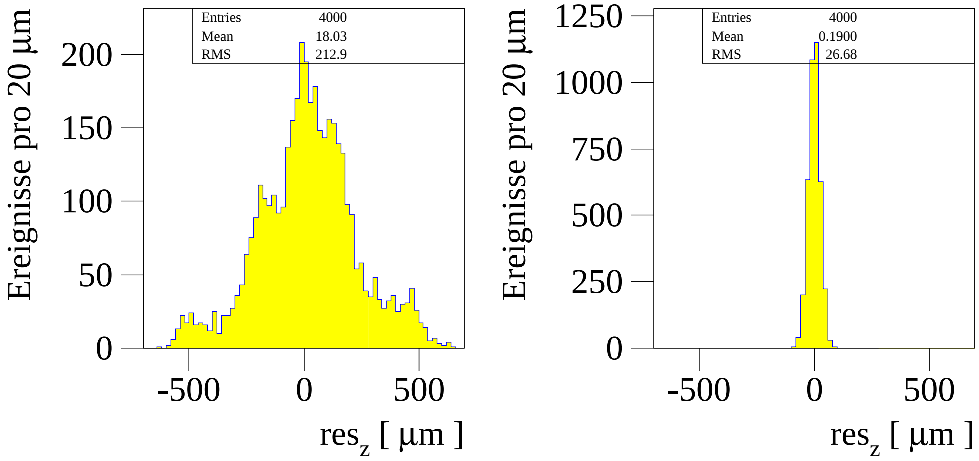

Abbildung 3.8: Die Residuenverteilung in der $\hat{z}$-Projektion vor (links) und nach(rechts) der Anpassung der Halbleiterparameter einer simulierten Probe von 4000 Ereignissen. Die intrinsische Auflösung wurde mit $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25\,\mu$m angesetzt.

Um der Abhängigkeit der Residuen von den Halbleiterkoordinaten Rechnung zu tragen, werden zuerst die Treffer gemäß den Transformationen (3.1) und (3.8) erneut von den lokalen Halbleiterkoordinaten in die detektorinternen Koordinaten umgerechnet. Die so erhalten Trefferkoordinaten werden dazu verwendet, die Spuren innerhalb des Vertexdetektors gemäß Abschnitt 3.3 zu berechnen. Diese Spuren werden dann mit den Ebenen der Halbleitern laut Abschnitt 3.6.2 analytisch geschnitten, wobei die Ebenen der Halbleiter wiederum von den entsprechenden Halbleiterparametern abhängen.

Die Fehlerberechnung wird entsprechend der Abschnitte 3.4 und 3.7 durchgeführt. Zum Einen ist diese Fehlerrechnung wichtig, da sie die Beiträge der beiden Residuen eines Ereignisses in das richtige Verhältnis setzten. Dieses Verhältnis ist für die Bestimmung der Halbleiterparameter wichtig, die mit beiden Residuen korreliert sind, d.h. vor allem die Gier- und die Stampfwinkel α_{HL} und β_{HL}. Zum Anderen definiert die Fehlerrechnung das Gewicht, mit dem ein Ereignis zum globalen χ^2_{Probe} beiträgt. Die intrinsischen Auflösungen in den beiden Projektionen gehen in die Gleichung (3.80) der Fehlerrechnung ein. Sie können aber erst bestimmt werden, wenn die Halbleiterparameter hinreichend genau bekannt sind. Deshalb werden die Halbleiterparameter in mehreren Iterationen bestimmt. In der ersten Iteration werden die intrinsischen Auflösungen gemäß der Abstände der Auslesestreifen mit $15\,\mu$m in der $\hat{x}$-Koordinate und mit $25\,\mu$m in der $\hat{z}$-Koordinate angesetzt. Nachdem der Parametersatz der ersten Iteration bekannt ist, können die intrinsischen Auflösungen in einer ersten Näherung bestimmt werden, und für eine zweite Iteration verwendet werden. Diese zweite Iteration ist auch notwendig, da die Auflösung der $\hat{x}$-Koordinate in den Fehler des Residuums in der $\hat{z}$-Projektion eingeht (vgl. Abschnitt 3.7).

Damit ist also die Abhängigkeit der Funktionen $\chi^2_{Ereignis}$ von den Halbleiterparametern bestimmt. Die globale Funktion χ^2_{Probe} wird dann folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned}
\chi^2_{Probe} &= \chi^2_{Probe}(\Delta X_1, \Delta R_1, \Delta Z_1, ..., \alpha_{63}, \beta_{63}, \gamma_{63}) \\
&= \sum_{Ereignisse} \chi^2_{Ereignis} \qquad (3.96) \\
&= \sum_{Ereignisse} \left(\frac{res_{\hat{x}}}{\sigma(res_{\hat{x}})}\right)^2 + \left(\frac{res_{\hat{z}}}{\sigma(res_{\hat{z}})}\right)^2 .
\end{aligned}$$

Diese Funktion wurde mit Hilfe der Subroutine E04FDF der NAG LIBRARY, FORTRAN MARK 16, minimiert. Die Subroutine verlangt nur die Definition der zu minimierenden Funktion und keine partielle Ableitungen der Funktion nach den variablen Parametern. Sie ist speziell für quadratische Minimierungsprobleme geeignet. Die Eigenschaften dieser Minimierung werden im nächsten Kapitel besprochen.

Intervallnummer	Lage des Überlapps	p_t-Intervall [Gev/c]
1	innere Schale	[0,15 , 0,40]
2	innere Schale	[0,40 , 0,65]
3	innere Schale	[0,65 , 1,00]
4	innere Schale	[1,00 , 10,00]
5	äußere Schale	[0,15 , 0,40]
6	äußere Schale	[0,40 , 0,65]
7	äußere Schale	[0,65 , 1,00]
8	äußere Schale	[1,00 , 10,00]

Tabelle 3.1: Die Unterteilung in Parameterintervalle für die Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung in der r-ϕ-Projektion. Diese Aufstellung gilt für simulierte Daten. In gemessenen Daten wird jedes Intervall in zwei zusätzliche Unterintervalle unterteilt: $|\hat{z}_{HL2}| < 2{,}965\,\mathrm{cm}$ und $|\hat{z}_{HL2}| > 2{,}965\,\mathrm{cm}$. (vgl. Text)

Intervall	Lage des Überlapps	p_t Intervall [GeV/c]	$\lvert\theta_0 - \frac{\pi}{2}\rvert$ [rad]
1	innen	[0,15 , 1,00]	$< .5$
2	innen	[1,00 , 10,00]	$< .5$
3	innen	[0,15 , 1,00]	$> .5$
4	innen	[1,00 , 10,00]	$> .5$
5	außen	[0,15 , 1,00]	$< .5$
6	außen	[1,00 , 10,00]	$< .5$
7	außen	[0,15 , 1,00]	$> .5$
8	außen	[1,00 , 10,00]	$> .5$

Tabelle 3.2: Die Unterteilung in Parameterintervalle für die Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung in der $\hat{z}$-Projektion. Diese Aufstellung gilt für simulierte Daten. In gemessenen Daten wird jedes Intervall in zwei zusätzlich Unterintervalle unterteilt: $|\hat{z}_{HL2}| < 2{,}965\,\mathrm{cm}$ und $|\hat{z}_{HL2}| > 2.965\,\mathrm{cm}$. (vgl. Text)

Kapitel 4

Die Eigenschaften der Messung

Dieses Kapitel befaßt sich mit den Eigenschaften der im dritten Kapitel entwickelten Methode, die intrinsische Ortsauflösung zu messen. Diese Messung ist erst möglich, nachdem der Vertexdetektor intern ausgerichtet ist. Deshalb sind auch die Eigenschaften des Algorithmuses, welcher die Auslenkungsparameter der Halbleitern bestimmt, untersucht worden. Die Studien werden mit simulierten Daten durchgeführt, da auf diese Weise die Messungen der Auflösung und die angepaßten Parameter mit ihren simulierten Werten verglichen werden können. Zuerst werden die mittleren Fehler der Parameter definiert. Sie werden benötigt, um die Güte einer Anpassung zu beschreiben. Es folgt die Diskussion der wichtigsten Eigenschaft der Anpassung.

4.1 Die Definition der mittleren Fehler in den Parametern

Die relevanten Größen für den Vergleich der simulierten mit den angepaßten Auslenkungen sind die 378 Differenzen der Halbleiterparameter:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{diff}_{HL}(par) = \quad & par_{HL}(\text{generiert}) \\ & -par_{HL}(\text{angepaßt}) \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} HL \quad &= 1..63 \\ par \quad &= \Delta X, \Delta R, \Delta Z, \alpha, \beta, \gamma. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Es wird daran erinnert, daß die nullte Halbleiter dafür verwendet wird, ein detektorinternes Koordinatensystem zu definieren. Ihre Parameter werden in der Simulation und während der Anpassung auf Sollwerte gesetzt. Ihre Parameterdifferenzen enthalten deshalb keine Aussage über die Güte der Anpassung.

Um die Anzahl der Kennzahlen zu verkleinern, welche die Güte einer Anpassung charakterisieren, wird für jeden Parameter das geometrische Mittel der Differenzen über alle Halbleitern gebildet:

$$\begin{gathered} err^2(\ par\ ) = \frac{1}{63} \sum_{HL=1}^{63} \mathrm{diff}^2_{HL}(\ par\ ) \\ par = \Delta X, \Delta R, \Delta Z, \alpha, \beta, \gamma. \end{gathered} \tag{4.2}$$

Damit sind sechs mittlere Fehler definiert, welche eine Aussage über die Güte einer Anpassung zulassen. In den folgenden Kapiteln werden häufig nur die Parameter der +z-Hälfte des Vertexdetektors angepaßt (vgl. Abschnitt 4.6). In diesen Fällen werden die geometrischen Mittelwerte über die Parameterdifferenzen der Halbleitern 1 bis 31 als mittlere Fehler definiert.

Da mit der Definition der mittleren Fehler ein nützliches Werkzeug für die Beschreibung des Anpassungsalgorithmuses zur Verfügung steht, kann in dem nächsten Abschnitt bereits eine wichtige Aussage über die Methode der Anpassung gemacht werden.

4.2 Die Unbestimmtheit der Residuenverteilung

Die Rollbewegungen um die $\hat{z}_{HL}$-Achsen und die Translationen entlang der $\hat{x}_{HL}$- und $\hat{y}_{HL}$-Achsen beschreiben die Lagen der Halbleitern innerhalb der r-ϕ-Projektion. Aufgrund einer nur schwachen Abhängigkeit der Residuenverteilung von den berechneten Spurparametern ergibt sich, daß einer dieser drei Parameter in der Anpassung unbestimmt bleibt.

In einer ersten Studie wird untersucht, welchen Einfluß die Rollwinkel auf die Eindeutigkeit des Minimums der Funktion χ^2_{Probe} haben. Es werden zwei Proben generiert, in welchen den Treffern die exakten Koordinaten der Schnittpunkte zugeordnet sind, d.h. perfekte intrinsische Auflösung und keine Vielfachstreuung simuliert wird. In diesen Proben sollte das Minimum eindeutig definiert sein und nicht von statistischen Fluktuationen in den Proben abhängen. Der Verlauf der Funktion χ^2_{Probe} kann somit isoliert untersucht werden. Die Proben enthalten 1600 Ereignisse in der +z-Hälfte des Vertexdetektors. In der ersten Probe werden alle $6 \times 31 = 186$ Halbleiterparameter simuliert und angepaßt. Die Größenordnung der generierten Parameter wird mit den folgenden Werten angesetzt:

$$\begin{array}{lll} \sigma(\Delta X_{HL}) = 100\,\mu\text{m}, & \sigma(\Delta R_{HL}) = 100\,\mu\text{m}, & \sigma(\Delta Z_{HL}) = 200\,\mu\text{m}, \\ \sigma(\alpha_{HL}) = 1\,\text{mrad}, & \sigma(\beta_{HL}) = 1\,\text{mrad}, & \sigma(\gamma_{HL}) = 3\,\text{mrad}. \end{array} \tag{4.3}$$

In der zweiten Probe werden alle Rollwinkel γ_{HL} auf den Wert Null gesetzt. Die übrigen Parameter werden in den oben definierten Größenordnungen erzeugt. Es werden nur die von Null verschiedenen $5 \times 31 = 155$ Parameter angepaßt. Die folgende Tabelle enthält die mittleren Fehler in den angenäherten Parametern der beiden Anpassungen.

Dimension des Parameterraums	$err(\Delta X)$ [μm]	$err(\Delta R)$ [μm]	$err(\Delta Z)$ [μm]	$err(\alpha)$ [μrad]	$err(\beta)$ [μrad]	$err(\gamma)$ [μrad]
186	8,6	4,6	0,03	0,16	0,18	90,5
155	0,02	0,03	0,05	0,18	0,27	s.Text

Die Ergebnisse der ersten Anpassung zeigen, daß die Rollwinkel γ_{HL} mit einem weitaus größeren Fehler behaftet sind, als die Stampfwinkel α_{HL} und die Gierwinkel β_{HL}. Die Rollbewegungen haben als mittleren Hebelarm die halbe Breite einer

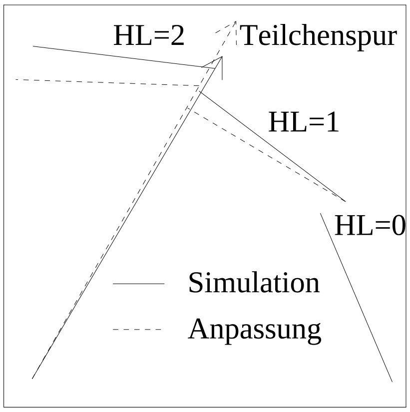

Abbildung 4.1: Die r-ϕ-Projektion der simulierten und der angenäherten Halbleiterpositionen ist schematisch dargestellt. Die Abbildung zeigt, wie sich Fehler in den Parametersätzen (ΔX_{HL}, ΔR_{HL}, γ_{HL}) entlang der Schalen des Vertexdetektors fortpflanzen.

Halbleiter ($\sim$ 1,6 cm). Die Gier- und Stampfbewegungen haben ein Viertel der Halbleiterlänge als mittleren Hebelarm ($\sim$ 4,5 cm). Das Verhältnis der Hebelarme 1,6 : 4,5 entspricht nicht dem beobachteten Verhältnis der mittleren Fehler von 90 : 0,2. Im Vergleich zu der zweiten Anpassung werden außerdem große Fehler in den Translationen entlang der $\hat{x}_{HL}$- und $\hat{y}_{HL}$-Achsen beobachten.

Um ein besseres Verständnis für diese großen Fehler zu entwickeln, werden die simulierten und die angepaßten Halbleiterpositionen in der r-ϕ-Projektion verglichen. Die Beobachtung ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt: Die nullte Halbleiter wird festgehalten, um ein detektorinternes Koordinatensystem zu definieren. Die Lage des rechten Randes der ersten Halbleiter wird sehr gut an die Position der nullten Halbleiter angepaßt. Die angepaßten Parameter ΔX_1, ΔR_1 und γ_1 stimmen jedoch nicht mit ihren simulierten Werte überein. Das macht sich in der absoluten Position des linken Randes der ersten Halbleiter bemerkbar. Die relative Ausrichtung des rechten Randes der zweiten Halbleiter an den linken Rand der ersten Halbleiter ist wieder sehr genau. Deshalb ist die absolute Position der zweiten Halbleiter falsch. Der Fehler pflanzt sich über die ganze Schale fort. Der linke Rand der letzten Halbleiter in der Schale wird wieder sehr gut an den rechten Rand der nullten Halbleiter angenähert. Die angepaßten Schalen sind also in Bezug auf die simulierten Positionen verformt.

Der Effekt wird folgendermaßen erklärt:
Bei der Behandlung der Vielfachstreuung hat sich ergeben, daß die Fehler in den

Treffern nicht zu gleichen Teilen in den Fehler des Residuums eingehen: Der Treffer auf der Spur, welcher außerhalb der Überlappregion liegt, besitzt nur einen kleinen Einfluß auf das Residuum. Der Grund dafür ist die Geometrie eines Überlapperereignisses: Die zwei Halbleitern in der Überlappregion haben einen Abstand von nur 4 mm, während die dritte Halbleiter 4 cm von der Überlappregion entfernt ist. Das Residuum wird auf einer der Halbleitern der Überlappregion gebildet. Die beiden anderen Treffer werden dazu verwendet, die Spur des Teilchens zu bestimmen. Diese Spur wird mit der Halbleiterebene geschnitten, auf der das Residuum berechnet wird. Die Fehler in diesen Treffern pflanzen sich dann gemäß dem 1:10 Verhältnis ihrer Abstände von dem Schnittpunkt auf den Fehler des Schnittpunktes fort. Dieser Fehler geht direkt in den Fehler des Residuums ein. Der Fehler in dem Residuum ist also hauptsächlich von den Fehlern in den beiden Treffern des Überlapps bestimmt.

Diese Beobachtung läßt sich auf die Bestimmung der Auslenkung übertragen: Das Residuum eines Ereignisses ist vor allem von den Positionen der beiden Halbleitern in dem Überlappbereich abhängig. Die Position der dritten Halbleiter hat nur einen geringen Einfluß. Die Treffer der Überlappregion liegen an den Rändern der Halbleitern. Die Funktion χ^2_{Probe} hängt also weitaus stärker von den relativen Positionen der Halbleiterränder innerhalb des Überlapps ab, als von der relativen Ausrichtung der inneren und der äußeren Schale. Die relative Ausrichtung der inneren und der äußeren Schale wird aber gerade für die Bestimmung der Spurparameter benötigt. Die Funktion χ^2_{Probe} ist deshalb bis zu einem gewissen Grade unabhängig von den Spurparametern, welche innerhalb des Vertexdetektors berechnet werden. Invarianz führt dazu, daß die Transformation und damit das Minimum der Funktion χ^2_{Probe} nicht eindeutig bestimmt ist. Da der Effekt verschwindet, wenn einer der Parameter nicht simuliert und nicht angepaßt wird, kann geschlossen werden, daß je ein Parameter der Transformation für jede Halbleiter unbestimmt ist.

In Abbildung 4.2 ist die Auflösung der Spurparameter des Vertexdetektors gezeigt. Die linke Kolonne ist mit einer Probe erstellt worden, die unter Vernachlässigung der Rollwinkel simuliert und angepaßt wurde. Die Auflösungen der Spurparameter sind $\sigma(\theta_0) = 1.2\,\mathrm{mrad}$, $\sigma(\phi_0) = 1.1\,\mathrm{mrad}$, $\sigma(z_0) = 119\,\mu\mathrm{m}$ und $\sigma(d_{ca}) = 72\,\mu\mathrm{m}$. Diese Werte sind durch die intrinsische Auflösung des Vertexdetektors gegeben. Die rechte Kolonne ist mit einer Probe erstellt worden, welche unter Berücksichtigung von alle 186 Parametern angepaßt wurde. Die Auflösungen der Spurparameter bleibt weit unter dem Potential des ausgerichteten Vertexdetektors. Die Darstellung ist unter Vernachlässigung der Vielfachstreuung am Strahlrohr erstellt.

Es stellt sich die Frage, wie groß dieser Effekt ist, wenn die intrinsische Auflösung und die Vielfachstreuung simuliert werden. Der Effekt wurde in den folgenden drei Studien unter Berücksichtigung der Fehler in den Koordinaten studiert:

1. In einer ersten Studie werden in der Simulation und in der Anpassung alle 186 Parameter berücksichtigt. Die mittleren Fehler werden über sieben Proben mit unterschiedlichen Parametersätzen gemittelt. Ihre Abhängigkeit von den Parametersätzen und den Proben wird durch die Standardabweichung der sieben mittleren Fehler bestimmt.

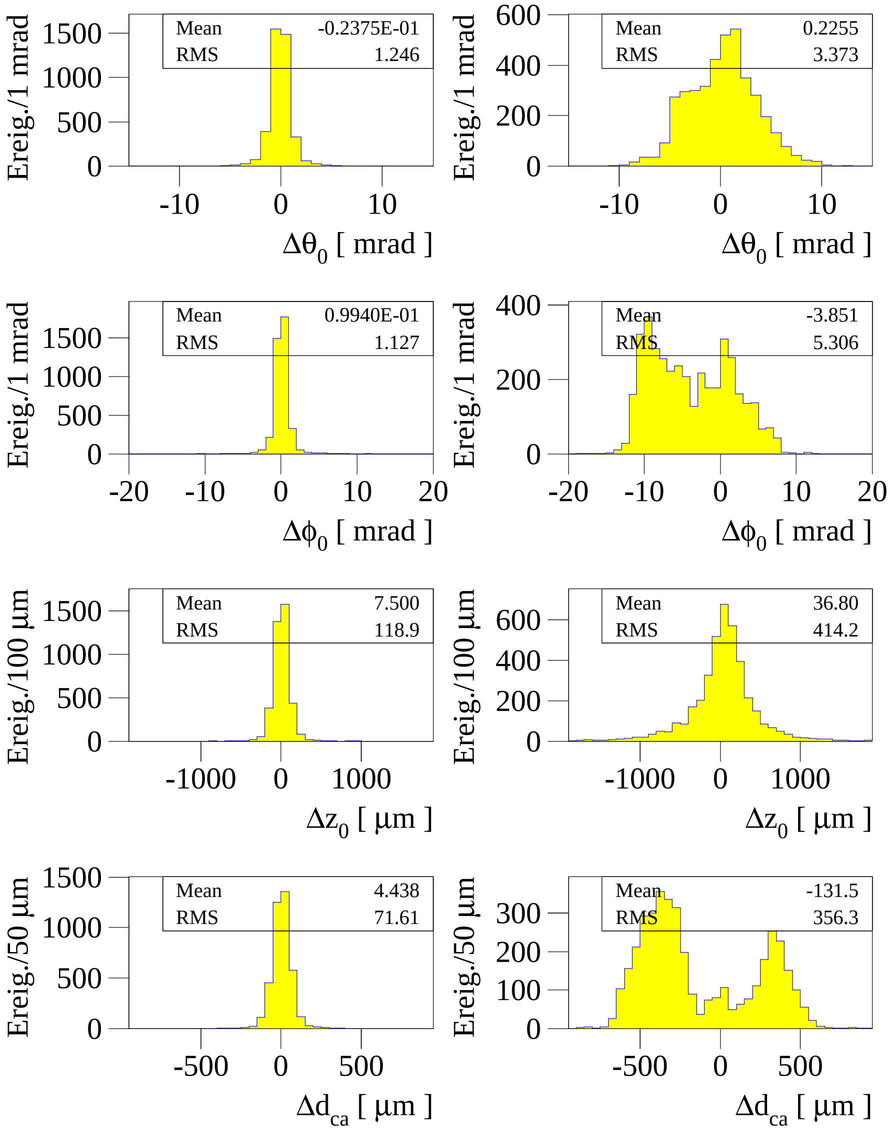

Abbildung 4.2: Die Parameter der simulierten Spuren werden mit den Parametern verglichen, welche nach der Bestimmung der internen Auslenkung mit zwei Treffern im Vertexdetektor berechnet werden. Die Spuren werden mit einem exponentiellen Spektrum im transversalen Impuls simuliert ($p_t > 150\,\mathrm{MeV/c}$). Die linke Kolonne zeigt die Auflösung nach einer Anpassung von 155 Parametern in einer Probe, in welcher alle Rollwinkel mit dem Wert Null simuliert sind. Die Auflösungen entsprechen den erwarteten Werten in dem ausgerichteten Vertexdetektor. In der rechten Kolonne sind die Differenzen in einer Probe gebildet worden, in der alle Rollwinkel simuliert und angepaßt wurden. Die Breite der Verteilungen rührt von den Fehlern in den Auslenkungsparametern und in den Koordinaten der Treffer her. Vielfachstreuung an einem Sensor wird berücksichtigt. Die $\Delta\phi_0$- und Δd_{ca}-Verteilungen in der rechten Kolonne haben gespaltene Spitzen. Ursache sind fehlende, langreichweitige Korrelationen entlang der Halbleiterschalen (vgl. Abschnitt 4.4).

	1.Studie	2.Studie	3.Studie
simulierte Parameter	186	186	155
angepaßte Parameter	186	155	155
$err(\Delta X)$ [μm]	260 ± 60	110 ± 10	8,7 ± 3,7
$err(\Delta R)$ [μm]	300 ± 50	110 ± 30	10 ± 4
$err(\Delta Z)$ [μm]	26 ± 10	45 ± 18	20 ± 9
$err(\alpha)$ [mrad]	0,25 ± 0,06	0,41 ± 0,18	0,17 ± 0,03
$err(\beta)$ [mrad]	0,23 ± 0,08	0,33 ± 0,14	0,14 ± 0,05
$err(\gamma)$ [mrad]	11 ± 2	(s.Text)	(s.Text)

Tabelle 4.1: Die Tabelle faßt die mittleren Fehler in den angepaßten Auslenkungsparametern aus drei Studien zusammen. Die Studien unterscheiden sich in der Anzahl von den simulierten und den angepaßten Parametern (siehe Text).

2. In einer zweiten Studie wird untersucht, welche Ergebnisse der Anpassungsalgorithmus erzielt, wenn die simulierten Rollwinkel für die Anpassung nicht berücksichtigt werden. Es werde die Proben der ersten Studie verwendet, in welchen alle 186 Parameter simuliert werden. Die Größe der Rollwinkel wird mit 3 mrad Für die Anpassung werden alle Rollwinkel auf Null gesetzt und das Minimum in dem auf 155 Dimensionen reduzierten Parameterraum gesucht.

3. Eine dritte Studie wird gemacht, um die Größe der Fehler zu bestimmen, welche durch statistische Fluktuationen innerhalb der endlichen Proben entstehen. Es soll damit die relative Größe des Effektes in den ersten beiden Studien ermittelt werden. Dazu werden Proben simuliert, in welchen alle Rollwinkel den Wert Null haben. Die restlichen 155 Parameter werden mit dem Anpassungsalgorithmus bestimmt.

In jeder dieser drei Studien wird mit sieben Proben gearbeitet, welche sich in den simulierten Parametersätzen unterscheiden. Die Mittelwerte der Fehler in den Parametern sind dann unabhängig von den simulierten Parametern. Die sieben mittleren Fehler der Proben reichen außerdem aus, den Schätzwert für die Standardabweichung zu berechnen, welche die Abhängigkeit der Fehler von den erzeugten Parametersätzen und Proben beschreibt. Die Größenordnung der Parameter wird mit den in Gleichung (4.3) definierten Breiten simuliert. Eine Proben umfassen 4000 Ereignisse in der +z-Hälfte des Vertexdetektors. Die Fehler in den Trefferkoordinaten werden durch intrinsische Ortsauflösungen mit den Werten $\sigma_{intr.}(\hat{x}) = 15\,\mu$m und $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25\,\mu$m und durch Vielfachstreuung an dem zweiten Sensor simuliert.

Die Tabelle 4.1 faßt die Ergebnisse der Studien zusammen. Die Anpassung der Rollwinkel erfolgt mit einem mittleren Fehler von 11 mrad, fast einen Faktor vier größer als die in der Simulation angesetzte Größe. Mit dem Hebelarm von 1,6 cm multipliziert entspricht dieser Fehler einer Translation der Größenordnung von 170 μm in den Radien. In den Parametern ΔX und ΔR ist der beobachtete Fehler sogar noch einen Faktor 2 größer. Die Fehler in diesen Parametern sind damit dreimal so groß wie ihre erzeugten Werte. Das Gieren und Stampfen haben als mittleren Hebelarm ungefähr 4,5 cm. Damit entsprechen ihre Fehler von 0,25 mrad Translationen der Größenordnung von 10 μm. Sie sind also um eine Größenordnung kleiner als die mittleren Fehler $err(\Delta X)$ und $err(\Delta R)$ und von der gleichen Größenordnung wie der Fehler $err(\Delta Z)$.

Die Studie zwei mit festgehaltenen Rollwinkeln ergibt dreimal kleinere Fehler $err(\Delta X)$ und $err(\Delta R)$. Das deckt sich mit dem um einen Faktor drei kleineren Fehler $err(\gamma)$, der sich aus dem Festhalten der Rollwinkel ergibt. Die mittleren Fehler in den drei anderen Transformationen sind allerdings größer.

Diese Ergebnisse werden mit den mittleren Fehler verglichen, welche die dritte Studie unter Vernachlässigung der Rollwinkel ermittelt. Die Fehler aufgrund der Unbestimmtheit von der Residuenverteilung kann damit relativ zu dem rein statistischen Fehler bestimmt werden. Dieser statistische Fehler ist in allen Parametern kleiner. In den mittleren Fehler $err(\Delta X)$ und $err(\Delta R)$ beträgt der Unterschied sogar mehr als eine Größenordnung.

Die Korrelation zwischen dem mittleren Fehler der Rollwinkel und den mittleren Fehlern der restlichen Parameter wurde ebenfalls untersucht. Es wird ein Satz von Auslenkungsparametern definiert, in dem die Rollwinkel mit sechs unterschiedlichen Faktoren skaliert werden. Damit erreicht man, daß die Parameter, welche die Lage einer Halbleiter bestimmen, in allen sechs Parametersätzen identisch sind, bis auf die absolute Größen des Rollwinkels. Auf diese Weise ist es möglich, die Korrelation zwischen einem kontrolliert veränderten Fehler in den Rollwinkeln und dem mittleren Fehler in den restlichen Parametern zu untersuchen. Die Messung ist dabei nicht durch die unterschiedlichen mittleren Fehler in den Parametern verfälscht, welche in unterschiedlichen Parametersätzen auftreten.

Zu diesen sechs Parametersätzen wird jeweils eine Probe von 4000 Ereignissen simuliert, wobei die Fehler in den Koordinaten berücksichtigt werden. Den Stampfwinkeln wird für die Anpassung der Wert Null zugeordnet und die Auslenkung mit 155 Parametern angenähert.

Die Abbildung 4.3 faßt das Ergebnis der Studie zusammen. Ein klarer linearer Zusammenhang zwischen der mittleren Größe der Rollwinkel und den mittleren Fehler der übrigen Parameter wird beobachtet. Die Steigung der beiden Geraden, welche den Fehlern $err(\Delta X)$ und $err(\Delta R)$ angepaßt werden, hat die gleiche Größenordnung. Das entspricht der Beobachtung, daß die Fehler in den Rollwinkeln im Mittel zu gleichen Teilen von beiden Translationen kompensiert werden.

Ein linearer Zusammenhang mit dem Rollwinkel ist auch in den Fehlern der Gier- und Stampfbewegungen sichtbar. Diese Rotationen haben einen mittleren Hebelarm von 4,5 cm, damit entspricht ein mittlerer Fehler von 0,2 mrad in den Rotationen einer Translation von der Größenordnung 10 μm. Das entspricht der Erwartung, daß

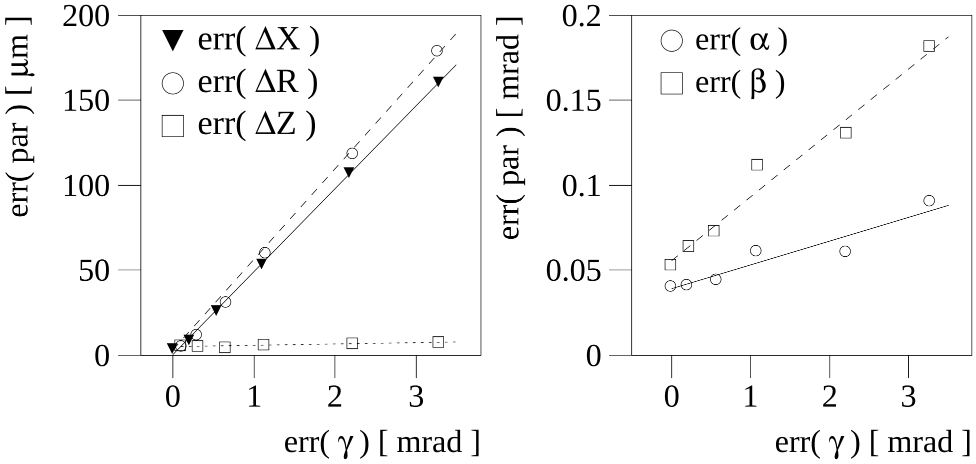

Abbildung 4.3: Die mittleren Fehler in den angepaßten Parametern sind gegen die mittlere Größe der nicht angepaßten Rollwinkel aufgetragen. In der Studie wurden nur die funktionalen Abhängigkeiten untersucht. Die Steigungen der Geraden sind in einer anderen Messung mit größerer Genauigkeit ermittelt worden.

diese Rotationen nur in zweiter Ordnung mit den Rollwinkeln korreliert sind. Der mittleren Fehler $err(\Delta Z)$ scheint nicht von dem mittleren Fehler in den Rollwinkeln abzuhängen.

Die Minimierung der Funktion χ^2_{Probe} mit Überlappereignissen ist also nicht ausreichend, eine vollständige Ausrichtung des Vertexdetektors zu bestimmen, da sie nicht auf alle Parameter sensitiv ist. Es stellt sich die Frage, ob eine Aussage über den Erfolg einer Anpassung anhand von simulierten Parametersätzen möglich ist. Der nächste Abschnitt behandelt diese Frage.

4.3 Die Unabhängigkeit der Anpassung von der Größe der Auslenkung

Die Halbleiterparameter werden in den Simulationen mittels Gaußverteilungen zufällig generiert. Die Größenordnung der Parameter ist dabei meistens mit

$$\begin{array}{rrr} \sigma(\Delta X_{HL}) = 100\,\mu\mathrm{m}, & \sigma(\Delta R_{HL}) = 100\,\mu\mathrm{m}, & \sigma(\Delta Z_{HL}) = 200\,\mu\mathrm{m}, \\ \sigma(\alpha_{HL}) = 1\,\mathrm{mrad}, & \sigma(\beta_{HL}) = 1\,\mathrm{mrad}, & \sigma(\gamma_{HL}) = 3\,\mathrm{mrad}. \end{array} \tag{4.4}$$

angesetzt. Es stellt sich die Frage, ob eine solche Simulation von nicht korrelierten Parametern dieser Größenordnung der Wirklichkeit entspricht. Da dieser Vergleich zur Zeit noch nicht möglich ist, wird untersucht, ob die Güte einer Anpassung

		verschwindende Auslenkparameter	nicht verschwindende Auslenkparameter
$err(\Delta X)$	[μm]	6,2 ± 1,4	6,4 ± 1,1
$err(\Delta R)$	[μm]	7,5 ± 1,2	8,0 ± 1,0
$err(\Delta Z)$	[μm]	26 ± 8	19 ± 3
$err(\alpha)$	[mrad]	0,17 ± 0,04	0,20 ± 0,01
$err(\beta)$	[mrad]	0,16 ± 0,04	0,16 ± 0,03

Tabelle 4.2: Unter Vernachlässigung der Rollwinkel γ_{HL} werden Proben mit der idealen Geometrie des Vertexdetektors und Proben mit nicht verschwindender Auslenkung simuliert. Die Anpassungen mittels der unterschiedlichen Probentypen haben die gleiche Güte.

überhaupt von der Größenordnung und der Korrelation der erzeugten Parameter abhängt.

In der Studie werden zwei Probentypen simuliert: In dem einen Typ werden zufällige Halbleiterparameter von der oben genannten Größenordnungen erzeugt. In dem zweiten Probentyp werden alle Parameter auf Null gesetzt und nur die ideale Geometrie des Vertexdetektors verwendet. Alle anderen Kennzahlen der Proben sind identisch: Eine Probe enthält 4000 Überlappereignisse in der +z-Hälfte des Vertexdetektors. Die intrinsischen Ortsauflösungen sind mit 15 μm in den lokalen $\hat{x}$-Koordinaten und mit 25 μm in den lokalen $\hat{z}$-Koordinaten simuliert. Die Fehler durch die Vielfachstreuung werden berücksichtigt . Die Rollwinkel γ_{HL} werden in beiden Proben nicht simuliert und nicht angepaßt. Die restlichen 155 Parameter werden mittels der beiden Proben angepaßt.

Damit das Ergebnis unabhängig von den erzeugten Proben und Parametern wird, sind von jedem Typ drei unterschiedliche Proben erzeugt worden. Die Mittelwerte aus den drei mittleren Fehlern in den Parametern sind in die untenstehende Tabelle angegeben. Es werden auch die Standardabweichung berechnet, um eine Eindruck der Fluktuationen der mittleren Fehler zu erhalten. Drei Meßpunkte erlauben eine Schätzung der Standardabweichung mit einer relativen Genauigkeit von 50 Prozent.

Die Tabelle 4.2 enthält das Ergebnis der Studie. Die mittleren Fehler der Proben, in welchen nur die ideale Geometrie angenommen wurde, sind innerhalb der Genauigkeit der Studie von der selben Größe wie die mittleren Fehler der Probe, in welchen eine Auslenkung der oben genannten Größenordnung simuliert wurde. Die größte Diskrepanz tritt zwischen den Werten der Translation entlang der lokalen $\hat{z}_{HL}$-Achsen auf. Ihre Ursache wird in dem folgenden Abschnitt gefunden.

Das Ergebnis zeigt, daß die Güte einer Anpassung nicht von der Größe der simulierten Auslenkungsparametern abhängt.Die angewandte Simulation der Auslenkparameter ist also ausreichend, um Studien über die Eigenschaften der Anpassung zu machen.

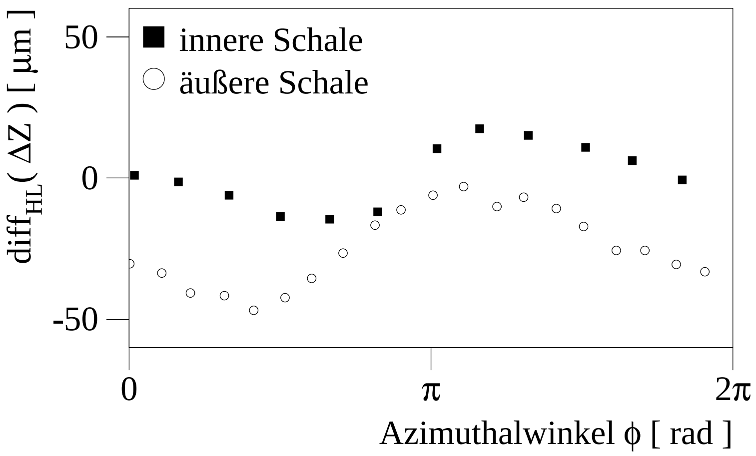

Abbildung 4.4: Die Differenzen diff$_{HL}(\Delta Z)$ einer Probe sind für die Halbleitern der +z-Seite gegen den Azimuthalwinkel ϕ aufgetragen. Wellenformen werden in dieser Art der Darstellung allgemein beobachtet, jedoch sind die abgebildeten Kurven nicht repräsentativ, sondern wurden mit einem didaktischem Hintergedanken ausgewählt.

4.4 Das Fehlen langreichweitiger Korrelationen

Für die Anpassung werden Spuren verwendet, welche den Überlappbereich zweier Sensoren durchdringen. Mit diesen Spuren kann die Position einer Halbleiter in Bezug auf ihre beiden Nachbarn bestimmt werden. Die einzige langreichweitige Korrelation zwischen den Halbleiterpositionen entsteht aus der Randbedingung von geschlossenen Schalen im Vertexdetektors: Die Halbleitern sind in zwei konzentrischen Schalen um die Wechselwirkungszone angeordnet. Sie bilden geschlossene Ketten, in denen jede Halbleiter zwei Nachbarn besitzt.

Da die Position einer Halbleiter jeweils in Bezug auf ihre Nachbarn bestimmt wird, pflanzen sich ein Fehler in den Parametern einer Halbleiter auf die Fehler in den Parametern der benachbarten Halbleiter fort. Dieser Effekt wird in den Abbildungen 4.4 und 4.5 gezeigt. In ihnen sind die Abweichungen in den angepaßten Parametern von ihren simulierten Werten gegen den Azimuthalwinkel ϕ aufgetragen. Der Effekt kann beschrieben werden, indem die mittlere Steigung der abgebildeten Kurve berechnet wird. Die Halbleitern der +z-Hälfte des Vertexdetektors tragen die Nummern 0 bis 31. Die mittlere Steigung in den Parametern der +z-Hälfte wird folgendermaßen berechnet:

$$
\begin{aligned}
slope^2_{+z}(\ par\ ) = \frac{1}{32} \Bigg(\sum_{HL=1}^{11} & \left(\mathrm{diff}_{HL}(\ par\ ) - \mathrm{diff}_{HL-1}(\ par\ )\right)^2 \\
& + \left(\mathrm{diff}_{11}(\ par\ ) - \mathrm{diff}_{0}(\ par\ )\right)^2 \\
+ \sum_{HL=13}^{31} & \left(\mathrm{diff}_{HL}(\ par\ ) - \mathrm{diff}_{HL-1}(\ par\ )\right)^2 \\
& + \left(\mathrm{diff}_{31}(\ par\ ) - \mathrm{diff}_{12}(\ par\ )\right)^2 \Bigg)
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

$$par = \Delta X, \Delta R, \Delta Z, \alpha, \beta, \gamma.$$

Die mittlere Steigung gibt Auskunft, wie genau die Lage einer Halbleiter an ihre Nachbarn angepaßt wurde. Das bedeutet, daß sie unabhängig von dem Abstand eines Halbleiterpaares von der Nulllinie ist, sondern nur deren Position aufeinander berücksichtigt. Der mittlere Fehler entspricht hingegen dem arithmetischen Mittel der Abstände von der Nulllinie. Die mittlere Steigung ist im Gegensatz zu dem mittleren Fehler unabhängig von einer globalen Verschiebung einer Schale des Vertexdetektors. Eine solche Verschiebung der äußeren Schale ist in den ΔZ_{HL}-Parametern des Beispiels zu sehen, welches in der Abbildung 4.4 dargestellt ist.

Die mittlere Steigung der Parameter ist für die Anpassungen berechnet worden, welche in dem vorangegangen Abschnitt 4.3 beschrieben sind. Die Parameter sind mit Proben aus 4000 Ereignisse in der +z-Hälfte ermittelt worden, in denen die vollen Fehler in den Koordinaten, nicht aber die Rollwinkel simuliert wurden. Das Ergebnis der Studie lautet:

	verschwindende Auslenkparameter	nicht verschwindende Auslenkparameter
$slope_{+z}(\Delta X)$ [μm]	2,7	3,2
$slope_{+z}(\Delta R)$ [μm]	4,8	5,4
$slope_{+z}(\Delta Z)$ [μm]	6,8	6,5
$slope_{+z}(\alpha)$ [mrad]	0,11	0,22
$slope_{+z}(\beta)$ [mrad]	0,07	0,07

Die mittleren Steigungen in den Rotationen entsprechen bei ihrem mittleren Hebelarm von $\sim 4{,}5$ cm Translationen von $\sim 5\,\mu$m. Die mittlere Steigung in den Parametern ΔX ist ein wenig kleiner als die der anderen Parameter. Bemerkenswert ist jedoch die mittlere Steigung in den Translationen entlang der $\hat{z}_{HL}$-Achsen. Sie hat die gleiche Größenordnung wie die anderen Transformationen. Der mittlere Fehler $err(\Delta Z)$, welcher in Abschnitt 4.3 ermittelt wurde, ist einen Faktor drei größer als die der restlichen Parameter.

In Abbildung 4.5 sind zusätzlich die Differenzen diff_{HL} der Parameter ΔR und β dargestellt. In ihnen kann keine Verschiebung von innerer und äußerer Schale beobachtet werden.

Daraus wird geschlossen, daß die größeren mittleren Fehler in den Translationen entlang der $\hat{z}_{HL}$-Achsen nicht von der schlechteren Auflösung in den $\hat{z}$-Koordinaten

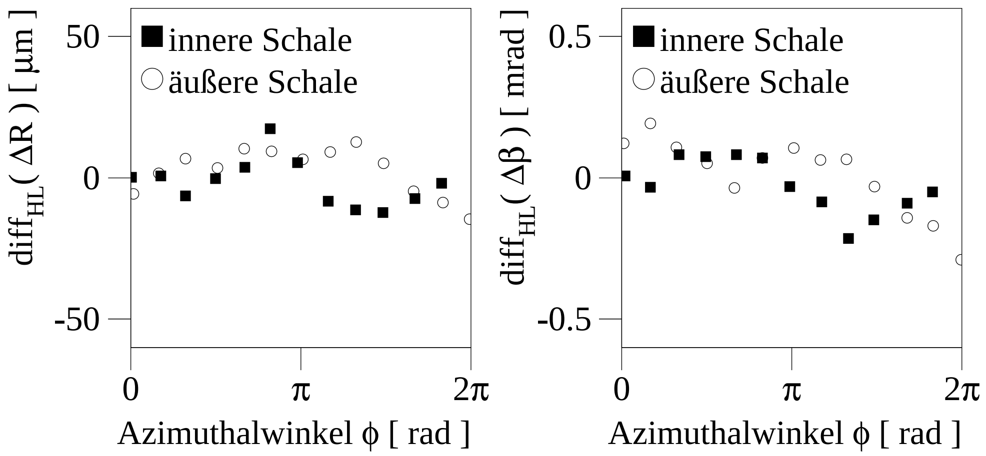

Abbildung 4.5: Die Differenzen $\text{diff}_{HL}(\Delta R)$ und $\text{diff}_{HL}(\beta)$ derselben Probe wie in Abbildung 4.4 sind gegen den Azimuthalwinkel ϕ aufgetragen. Eine Verschiebung der äußeren Schale in Bezug auf die innere kann in diesen Parametern nicht beobachtet werden.

herrührt, sondern von einem globalen Fehler bei der Anpassung der äußeren auf die innere Halbleiterschale. Diese Beobachtung deckt sich mit der schwache Korrelation zwischen der innerer und der äußeren Schale, die bereits in Abschnitt 4.2 auftrat.

In der obigen Tabelle sind die mittleren Steigungen in den Proben mit der idealen Geometrie den Steigungen der Proben mit einer simulierten Auslenkung gegenübergestellt. Die kleine Abweichung, welche in dem vorangegangenen Kapitel in den mittleren Fehlern der Translationen entlang der z_{HL}-Achse festgestellt wurden, können in der mittleren Steigung nicht mehr beobachtet werden. Es wird also bestätigt, daß der Erfolg der Anpassung nicht von den simulierten Parametern abhängt.

Bis jetzt wurden in allen Untersuchungen nur Proben verwendet, in denen die Spuren ausschließlich die +z-Hälfte des Vertexdetektors durchqueren. Der nächste Abschnitt erklärt diese Vorgehensweise.

4.5 Die gleichzeitige Anpassung von 378 Parametern

Der Anpassungalgorithmus soll die Auslenkungen der Halbleitern bestimmen. Die Auslenkungen der 64 Halbleitern des Vertexdetektors werden mit $63 \times 6 = 378$ Parametern beschrieben. Es wird untersucht, ob das Ergebnis der Anpassung von der Anzahl Parameter abhängt, die gleichzeitig angepaßt werden.

	ganzer Vertexdetektor	+z-Hälfte des Vertexdetektor	+y-Hälfte des Vertexdetektor
$err(\Delta X)$ [μm]	38	9	35
$err(\Delta R)$ [μm]	21	5	26
$err(\Delta Z)$ [μm]	0,04	0,03	0,1
$err(\alpha)$ [μrad]	0,5	0,2	3
$err(\beta)$ [μrad]	0,5	0,3	3
$err(\gamma)$ [μrad]	430	100	560

Tabelle 4.3: Die Güte der Anpassung hängt von der Anzahl der Parameter ab, die gleichzeitig angenähert werden: links bei der gleichzeitigen Annäherung von allen 378 Auslenkungsparametern, von den 186 Parametern der +z-Hälfte (Mitte) und von den 186 Parametern der oberen +y-Hälfte (rechts) des Vertexdetektors. In den für die Anpassung verwendeten Proben wurde perfekte intrinsische Auflösung und keine Vielfachstreuung simuliert.

Zuerst werden die mittleren Fehler in den Parametern in einer Anpassung ermittelt, die alle 378 Parameter gleichzeitig annähert. Diese Fehler werde mit den Fehlern einer Anpassung verglichen, die sich auf die gleichzeitige Annäherung der Halbleiterpositionen in +z-Hälfte beschränkt. Eine dritte Anpassung nähert nur die Parameter der oberen +y-Hälfte an.

Für die gleichzeitige Anpassung aller Parametern wird eine Probe von 3200 Ereignissen verwendet. Diese Anzahl Überlappereignisse entspricht 10^5 simulierten Spuren innerhalb des Vertexdetektors.

Die Probe, mit welcher die +z-Hälfte angepaßt wird, enthält 1400 Ereignisse. Es werden nur Ereignisse mit Spuren verwendet, welche drei Treffer innerhalb der +z-Hälfte des Vertexdetektors besitzen. Deshalb hat die Probe weniger als die Hälfte der Ereignisse, welche für die gleichzeitige Anpassung des ganzen Vertexdetektors verwendet wird. Das gleiche gilt für die Probe, welche für die Anpassung der +y-Hälfte verwendet wird. Sie enthält ebenfalls nur 1400 Ereignisse. In den Treffern werden keine Fehler von der intrinsischen Auflösung und der Vielfachstreuung simuliert.

In der Tabelle 4.3 ist das Ergebnis der Studie dargestellt. Die Einschränkung des Parameterraums auf die 186 Parameter der Halbleitern in der +z-Hälfte des Vertexdetektors verringert die mittleren Fehler in den Parametern. Die Fehler in den beiden anderen Anpassungen sind jeweils von der gleichen Größe. Obwohl die Einschränkung der Anpassung auf die +y-Hälfte die Anzahl der Parameter ebenfalls halbiert, sind die Fehler größer als bei der Beschränkung auf die +z-Hälfte. Dies wird auf die Randbedingung der geschlossenen Schalen zurückgeführt, die in der +y-Hälfte nicht mehr vorhanden ist. Die Unterschiede zwischen den mittleren Fehlern bei der Anpassung des ganzen Vertexdetektors und denen bei der Anpassung der +z-Hälfte werden auf eine verschlechterte Konvergenz der Minimierungsroutine zurückgeführt. Eine getrennte Anpassung der +z- und -z-Hälfte ist deshalb sinnvoll.

Eine Studie mit Proben, in denen auch die Fehler in den Treffern simuliert wer-

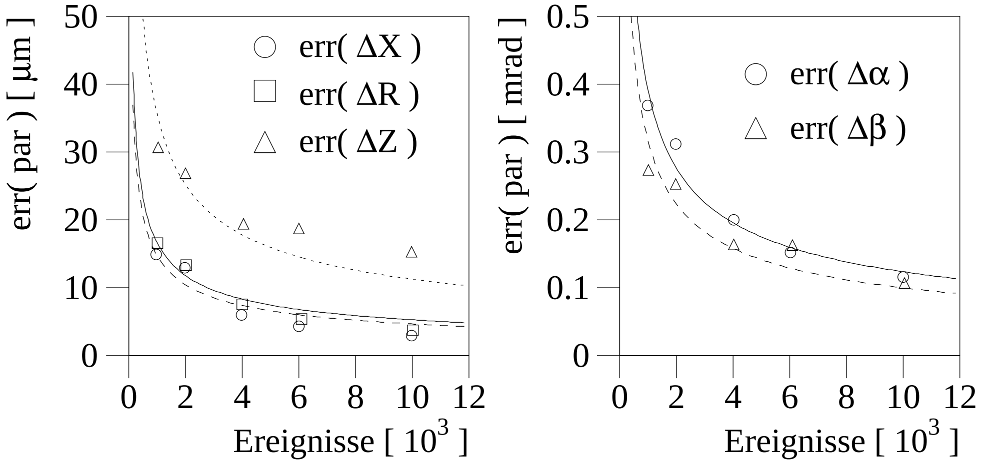

Abbildung 4.6: Die Güte der Ausrichtung ist von der Anzahl Ereignissen abhängig, mit der die Auslenkung bestimmt wurde. Eine Anzahl von 7000 Ereignissen entspricht einer halben Million Spuren, welche den Vertexdetektor mit einem transversalen Impuls von mindestens 150 MeV/c durchdringen. Den Meßpunkten werden $\frac{1}{\sqrt{N}}$-Funktionen angepaßt.

den, war nicht möglich, da die gleichzeitige Anpassung von 378 Parametern mehr als 24 Stunden Rechenzeit benötigt. Das ist ein weiterer Grund, warum alle Studien nur mit Proben gemacht werden, in denen die Spuren ausschließlich die +z-Hälfte des Vertexdetektors durchqueren.

Es gibt noch einen zweiten Faktor, welcher ebenfalls die Rechenzeit für die Bestimmung der Auslenkung vergrößert, wenn auch nicht in demselben Maße: Die Anzahl der Ereignisse, welche für die Anpassung verwendet werden. Sie haben allerdings einen erfreulicheren Einfluß auf die Güte der Anpassung. Sie werden in dem folgenden Abschnitt behandelt.

4.6 Die Anzahl der für die Anpassung verwendeten Ereignisse

Eine endliche Probe von Ereignissen unterliegt statistischen Fluktuationen. Diese Fluktuationen haben Fehler in den angepaßten Parametern zur Folge. Es stellt sich die Frage, ob sich die Abhängigkeit dieser Fehler von der Größe der Probe durch ein $\frac{1}{\sqrt{N}}$-Gesetz beschreiben läßt.

Um diese Frage zu untersuchen, werden die mittleren Fehler der Parameter für verschiedene Probengrößen ermittelt. Es werden drei Proben mit unterschiedlichen

Parametersätzen simuliert. Damit soll eine Unabhängigkeit der Untersuchung von den erzeugten Parametern erreicht werden. Die Fehler der intrinsischen Auflösung der Treffern werden mit $15\,\mu$m in der lokalen $\hat{x}$-Koordinate und mit $25\,\mu$m in der lokalen $\hat{z}$-Koordinate simuliert. Die Fehler durch die Vielfachstreuung werden berücksichtigt. Nur Spuren in der +z-Hälfte des Vertexdetektors werden verwendet. 7000 verwendete Ereignisse entsprechen einer halben Million Spuren innerhalb des Vertexdetektors. Die Rollwinkel werden sowohl in der Simulation als auch für die Anpassung vernachlässigt.

Das Ergebnis der Studie ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Meßpunkten sind die Funktionen

$$
\begin{aligned}
err(par) &= \frac{K_{par}}{\sqrt{N}}, \\
par &= \Delta X, \Delta R, \Delta Z, \alpha, \beta, \gamma
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

angepaßt worden. Dabei ist N die Anzahl der Ereignisse, die für die Bestimmung der Auslenkungsparameter verwendet wurden, und K_{par} sind die angepaßten Parameter. Die $\frac{1}{\sqrt{N}}$-Abhängigkeit wird durch die Messung bestätigt.

Die Abhängigkeit der Güte einer Anpassung von der Anzahl verwendeten Ereignissen, ermöglicht eine Studie über ein weiteres Selektionskriterium für die verwendeten Ereignisse, das in dem folgenden Abschnitt untersucht worden ist.

4.7 Die Anpassung mit Vielfachstreuung

Die Anpassung aller Auslenkungsparameter ist durch die Unbestimmtheit der Transformation in der r-ϕ-Projektion nicht möglich. Beschränkt man sich bei der Beschreibung der Halbleitern auf fünf Parameter, so bestimmt der Fehler in den Residuen und die Anzahl der verwendeten Ereignisse die Güte der Anpassung. Die Fehler in den Residuen werden von der intrinsischen Auflösung dominiert. Einen weiteren Beitrag liefert die Vielfachstreuung des Teilchens an dem zweiten Sensor. Die Größe dieses Beitrages ist in erster Ordnung umgekehrt proportional zu dem Impuls des Teilchens. Für kleine Impulse bestimmt dieser Beitrag den Fehler in dem Residuum, für große Impulse dominiert die Auflösung:

$$
\begin{aligned}
&\sigma(Residuum) = \sqrt{\sigma_{intr.}^2 + \sigma_{VS}^2} \\
&\lim_{p \to 0} \sigma(Residuum) = \sigma_{VS} \propto \frac{1}{p} \\
&\lim_{p \to \infty} \sigma(Residuum) = \sigma_{intr.}.
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

Dieser Zusammenhang motiviert ein Studie über die Abhängigkeit der Güte einer Anpassung von dem Impulsintervall der verwendeten Ereignisse. Es werden verschiedene Schwellenwerte definiert und nur Spuren in der Anpassung verwendet, deren transversalen Impuls größer als dieser Schwellwert ist.

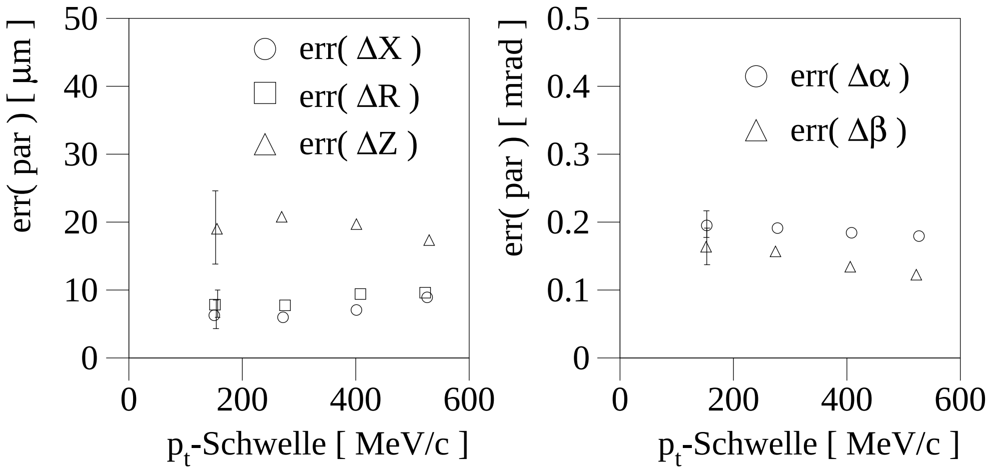

Abbildung 4.7: Die Güte einer Anpassung wird in Abhängigkeit der verwendeten Spuren dargestellt. Bei kleinen Schwellenwerten für den transversalen Impuls sind die Fehler in den Residuen und die Anzahl der zugelassenen Ereignisse größer. Das Spektrum des transversalen Impulses wird als exponentiell angenommen. Für die Anpassung werden im Mittel 4000, 3514, 3091, bzw. 2703 Ereignisse verwendet, wenn transversale Impulse größer als 150, 275, 400, bzw. 525 MeV/c verlangt werden.

Diese Selektion verringert aber gleichzeitig die Anzahl der für die Anpassung verwendeten Ereignisse. In der Simulation wird ein exponentielles Spektrum in dem transversalen Impuls simuliert. In dem vorangegangenen Abschnitt ist die Abhängigkeit der Güte einer Anpassung von der Anzahl der verwendeten Ereignisse bestimmt worden. Es kann also der funktionale Zusammenhang zwischen den mittleren Fehlern und der Impulsschwelle p_S vorhergesagt werden:

$$\left.\begin{aligned} N &\propto exp\left(-\frac{p_S}{p_0}\right) \\ err(par) &\propto \frac{1}{\sqrt{N}} \end{aligned}\right\} \qquad err(par) \propto exp\left(\frac{p_S}{2\cdot p_0}\right). \tag{4.8}$$

Es wird also ein Anstieg der mittleren Fehler der Parameter sowohl für kleine als auch für große Schwellenwerte im transversalen Impuls erwartet.

Dieser Zusammenhang wurde in einer Studie untersucht. Es werden drei Proben erstellt, in welchen Vielfachstreuung und Auflösungen von $\sigma_{intr.}(\hat{x}) = 15\,\mu$m und $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25\,\mu$m simuliert werden. Die Proben enthalten 4000 Ereignisse mit einem exponentiellem Spektrum im transversalen Impuls. Das Impulsspektrum reicht von 150 MeV/c bis 10 GeV/c. Die Rollwinkel werden nicht simuliert und nicht angepaßt. Die Anpassung der Auslenkung wird mit vier unterschiedliche Schwellenwerten für den transversalen Impuls durchgeführt. Die Fehler in den Parametern werden über die drei Proben gemittelt. Die Mittelwerte sind in die Abbildung 4.7 eingetragen worden. Für die Impulsschwelle 150 MeV/c sind zusätzlich die Fehler in den Mittelwerten angegeben, welche in dem Abschnitt 4.3 bestimmt wurden.

Die funktionale Abhängigkeit der mittleren Fehler ist klein im Vergleich zu ihren Fehlern. Die mittleren Fehler $err(\Delta X)$ und $err(\Delta R)$ haben den vorhergesagten Verlauf mit einem Minimum bei einer p_t-Schwelle von $\sim$ 250 MeV/c. Die Fehlern $err(\Delta Z)$, $err(\alpha)$ und $err(\beta)$ scheinen das Minimum nicht innerhalb des untersuchten Intervalls zu durchlaufen.

Die Annäherung des Impulsspektrums der Teilchen durch eine Exponentialfunktion ist eher pessimistisch. In dem H1 Experiment nähert ein Potenzgesetz das Impulsspektrum besser an [22]. Das bedeutet, daß in der gemachten Studie für höhere Impulsschwellen zu wenige Ereignisse verwendet werden. Eine Verbesserung der Anpassung ist deshalb bei höheren Schwellen zu erwarten.

Im nächsten Abschnitt wird die Messung der intrinsischen Ortsauflösung behandelt. Ein besonderes Augenmerk ist dabei auf die Abhängigkeit der Messung von dem Ergebnis der Anpassung gelegt.

4.8 Die Messung der Ortsauflösung

In Abschnitt 4.2 wurde festgestellt, daß der Vertexdetektor mittels der Minimierung der Funktion χ^2_{Probe} nicht vollständig ausgerichten werden kann. Die Anpassung läßt einen der sechs Auslenkungsparameter, welche die Lage einer Halbleiter beschreiben, unbestimmt. Die intrinsische Ortsauflösung des Vertexdetektors wirdebenfalls mittels der Residuenverteilung bestimmt. In diesem Abschnitt wird die Auflösung gemessen, wobei die mittels Minimierung der Residuenverteilung bestimmten Auslenkungsparameter verwendet werden. Es zeigt sich, daß die Methode der Messung unabhängig von den Halbleiterparametern ist, welche nicht mittels der Minimierung von χ^2_{Probe} bestimmt werden können.

Die Messungen werden in den Proben gemacht, welche in Abschnitt 4.2 für drei Studien verwendet wurden:

1. Simulation und Anpassung von allen 186 Auslenkungsparametern.

2. Simulation von 186 Auslenkungsparametern und Anpassung von 155 Parametern. Die Rollwinkel werden während der Anpassung festgehalten (γ_{HL}=0).

3. Simulation und Anpassung von 155 Parametern mit verschwindenden Rollwinkeln (γ_{HL}=0).

In jeder Studie wurden sieben Proben zu unterschiedlichen Parametersätzen verwendet. jede Probe enthält 4000 Überlappereignisse in der +z-Hälfte des Vertexdetektors. Nach der Anpassung der Auslenkungsparameter wird die Residuenverteilung der Probe entfaltet und die intrinsische Auflösung gemessen.

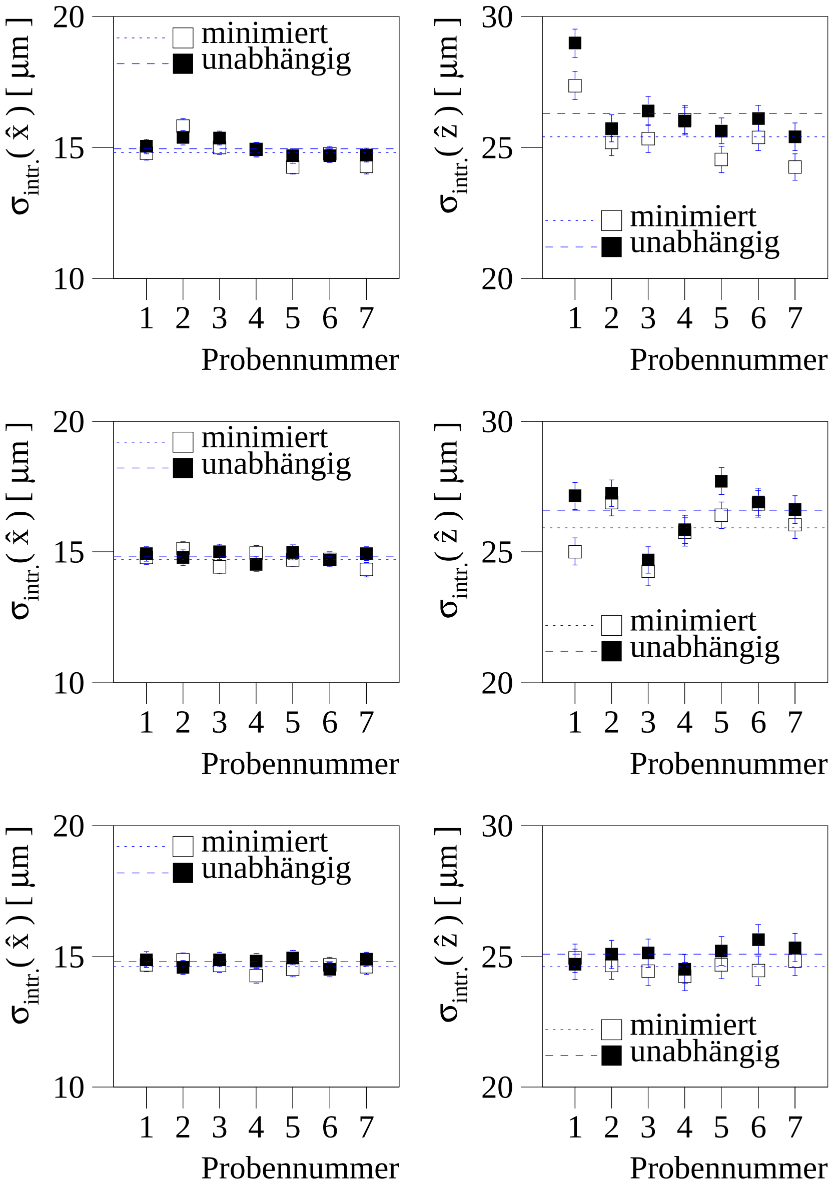

Abbildung 4.8: Die intrinsischen Ortsauflösungen in $\hat{x}$ und $\hat{z}$ werden in sieben minimierten Proben ermittelt. Sieben weitere, von der Minimierung unabhängige Messungen werden in jeweils einer zweiten Probe durchgeführt. Dabei werden die zuvor bestimmten Auslenkungsparameter verwendet. Die Messungen in den oberen beiden Darstellungen werden in Proben durchgeführt, in welchen alle 186 Parameter simuliert und angepaßt wurden. Die mittleren Darstellungen zeigen die Messungen in denselben Proben nach einer Anpassung von 155 Parametern, wobei allen Rollwinkeln der Wert Null zugeordnet wird. Die unteren Darstellungen zeigen die Messungen in Proben, in welchen die Rollwinkel weder simuliert noch angepaßt werden. In den Proben werden die Auflösungen mit $15\,\mu$m und $25\,\mu$m in $\hat{x}$, bzw. $\hat{z}$ simuliert.

gemessene Größe		simulierte Parameter	angepaßte Parameter	gemittelter Wert [μm]	berechneter Fehler	gemessene Standardabw.
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	min.	186	186	14,8	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,5
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	unabh.	186	186	15,0	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,3
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	min.	186	155	14,7	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,3
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	unabh.	186	155	14,8	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,2
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	min.	155	155	14,6	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,2
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	unabh.	155	155	14,8	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,2
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	min.	186	186	25,5	$\pm$ 0,5	$\pm$ 1,0
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	unabh.	186	186	25,9	$\pm$ 0,5	$\pm$ 1,7
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	min.	186	155	25,9	$\pm$ 0,5	$\pm$ 1,0
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	unabh.	186	155	26,6	$\pm$ 0,5	$\pm$ 1,0
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	min.	155	155	24,6	$\pm$ 0,5	$\pm$ 0,3
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	unabh.	155	155	25,1	$\pm$ 0,5	$\pm$ 0,4

Tabelle 4.4: Die intrinsischen Auflösung sind angegeben, welche nach der Entfaltung der Residuenverteilung gemessen wurden. Die Auslenkungsparameter werden durch Minimieren der Residuenverteilung bestimmt. Anschließend wird die Auflösung in den minimierten Proben und zusätzlich in von der Minimierung unabhängigen Proben unter Verwendung der angepaßten Auslenkungsparameter gemessen. Die simulierten Werte der Auflösung betragen 15 μm in den $\hat{x}$-Koordinaten und 25 μm in den $\hat{z}$-Koordinaten.

Die Proben sind für die Minimierung der Funktion χ^2_{Probe} verwendet worden. Wird die Auflösung mittels der gleichen Verteilung gemessen, so ist sie durch die Anpassung ebenfalls minimiert. Eine von der Minimierung unabhängige Messung wird deshalb in einer zweiten Probe gemacht. Diese zweite Probe wird mit dem gleichen Satz von Auslenkungsparametern simuliert, wie die für die Minimierung verwendete Probe. Für die Erstellung der Residuenverteilung wird der Parametersatz verwendet, welcher in der Anpassung ermittelt worden ist.

Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 4.8 gezeigt. In den Proben werden die Auflösungen mit normalverteilten Fehlern der Breite $\sigma_{intr}(\hat{x}) = 15\,\mu$m und $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25\,\mu$m simuliert. Die Messungen der Auflösung nach der Minimierung der Residuenverteilungen reproduzieren diese Werte. Selbst der Unterschied zwischen den minimierten und den unabhängigen Proben ist klein.

Die Kalibration der Messungen wurde in der Fehlerrechnung des Residuums auf Seite 45 für eine Anpassung von nur 155 Parametern gemacht. Für diese Anpassungen sind die Messungen exakt. In den Anpassungen, welche die Rollwinkel berücksichtigen, ist noch ein kleiner systematischer Fehler zu erkennen, der jedoch die Genauigkeit der Messung nicht vermindert.

Die abgebildeten Fehlerbalken entsprechen den berechneten Fehler, die bei der Bestimmung der Breite der Verteilung und bei der Entfaltung gemacht werden. Sie

gemessene Größe		simulierte Parameter	angepaßte Parameter	gemittelter Wert [μm]	berechneter Fehler	gemessene Standardabw.
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	unabh.	186	186	15,0	$\pm$ 0,3	$\pm$ 0,3
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	unabh.	186	186	25,0	$\pm$ 1,3	$\pm$ 1,3

Tabelle 4.5: Die Messung der intrinsischen Ortsauflösung ist in dem nicht ausgerichteten Vertexdetektor möglich. Mit 4000 Überlappereignissen in der +z-Hälfte des Vertexdetektors hat die Messung eine Genauigkeit von 0,3 μm in der $\hat{x}$-Koordinate und von 1,3 μm in der $\hat{z}$-Koordinate.

entsprechen der in Kapitel 3 besprochenen Fehlerrechnung. Der Mittelwert aus den Messungen wird unter Berücksichtigung dieser Fehler angepaßt und als Linie in die Darstellung eingetragen.

Die Fehler, welche den Messungen zugeordnet werden, kann überprüft werden, indem die Standardabweichungen der Meßreihen berechnet werden. Sie geben Auskunft über die Schwankungen der Messung in unterschiedlichen Proben. Die Tabelle 4.4 enthält die über eine Meßreihe gemittelten Messungen der Auflösung, den Mittelwert der berechneten Fehler und die Standardabweichung der Meßreihe.

Die Messungen der Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate sind wie erwartet unabhängig von dem Resultat des Anpassungsalgorithmuses. Die Standardabweichung der Messungen mit unterschiedlichen Parametersätzen entspricht den berechneten Fehlern von 0,3 μm.

Die Entfaltung der Verteilung in der $\hat{z}$-Projektion hat noch einen systematischen Fehler von $\sim 1\,\mu$m. Auch sind die Fehler noch zu optimistisch behandelt. Der Grund dafür ist die Fehlerbestimmung auf Seite 49. Sie wurde mittels der Fehler einer Anpassung von 155 Parametern erstellt, in welcher die Rollwinkel nicht behandelt wurden. In dem Fall der 155 Parameteranpassung stimmt das Resultat mit dem simulierten Wert exakt überein.

Für die gleichzeitige Anpassung von 186 Parameter muß der Beitrag des Fehlers aufgrund der falsch angepaßten Parameter erneut bestimmt werden. Dafür wird die obige Meßreihe auf ihren Sollwert von 25 μm kalibriert. Der Beitrag zu dem ereignisabhängigen Fehler ist in der $\hat{z}$-Koordinate entsprechend größer als der auf Seite 49 bestimmte Wert:

$$\begin{aligned} \sigma_{HLpar}(\hat{x}) &= 2{,}9\ \mu\text{m bleibt,} \\ \sigma_{HLpar}(\hat{z}) &= 17{,}2 \text{ statt } 5{,}1\ \mu\text{m.} \end{aligned} \tag{4.9}$$

Die Fluktuationen in diesem Beitrag werden als Fehler in dem ereignisabhängigen Fehler behandelt. Der relative Fehler wird dabei an die ermittelte Standardabweichung angepaßt. Die nach der Kalibration gemessene Standardabweichung der Meßreihe ergibt die erreichbare Meßgenauigkeit (vgl. Tabelle 4.5).

Der Fehler in der Messung ist durch den Fehler bei der Ausrichtung des Vertexdetektors dominiert. Die Messung der Auflösung mit 4000 Überlappereignissen in der +z-Hälfte ist mit einem Fehler von $\pm\,0{,}3\,\mu$m in der $\hat{x}$-Koordinate und mit

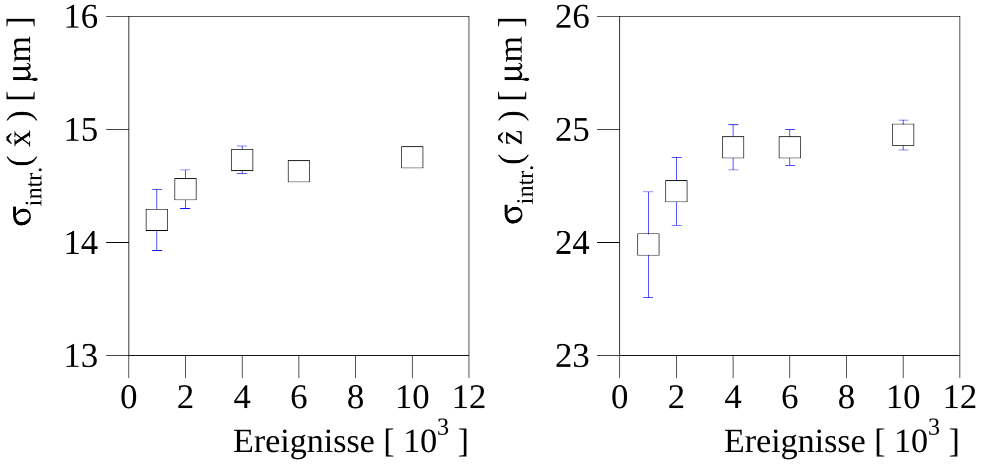

Abbildung 4.9: In unterschiedlich großen Proben werden die Auslenkungsparameter bestimmt. Die minimierten Residuenverteilungen werden anschließend entfaltet und die intrinsische Auflösung wird bestimmt. Die Messung ist wegen der statistischen Fluktuationen in den Proben zu tief. Mit einer steigenden Anzahl von verwendeten Ereignissen konvergieren die Messungen gegen die simulierten Werte von $15\,\mu$m in der $\hat{x}$- und $25\,\mu$m in der $\hat{z}$-Koordinate.

einem Fehler von $\pm 1{,}3\,\mu$m in der $\hat{z}$-Koordinate möglich. In einem ausgerichteten Vertexdetektor dominiert der statistische Fehler (vgl. Seite 55).

Die systematischen Fehler der Messung, welche für die Bestimmung der intrinsischen Auflösung aus der Residuenverteilung gefaltet werden, sind dabei mit simulierten Daten bestimmt worden. Neben der Vielfachstreuung dominiert die Güte der angepaßten Parameter diesen systematischen Fehler. In Abschnitt 4.3 wurde gezeigt, daß die Güte der Anpassung nicht von der Größe der simulierten Parameter abhängt. Deshalb ist eine Bestimmung dieses Beitrages mittels simulierter Daten gerechtfertigt.

Im nächsten Abschnitt wird die Abhängigkeit der Messung von der Anzahl für die Messung verwendeten Überlappereignissen untersucht.

4.9 Die Anzahl der für die Messung der Ortsauflösung verwendeten Ereignisse

In dem nicht ausgerichteten Vertexdetektor ist der Fehler bei der Bestimmung der intrinsischen Auflösung durch die Güte der Anpassung bestimmt. In Abschnitt 4.6 wurde die Abhängigkeit der Güte einer Anpassung von der Anzahl der verwendeten

Überlappereignisse bestimmt. Mittels der Proben dieser Studie wurde die Abhängigkeit bestimmt, welche die Messung der intrinsischen Auflösung von der Anzahl der verwendeten Überlappereignisse hat.

Die Studie in Abschnitt 4.6 bestimmt die Güte einer Anpassung bei einer festen Anzahl von verwendeten Ereignissen in drei Proben, welche zu unterschiedlichen Auslenkungen simuliert sind. In den für die Anpassungen verwendeten Proben wurden zusätzlich die Ortsauflösungen gemessen. Diese Messungen sind in der Abbildung 4.9 dargestellt.

Die Messungen sind in kleinen Proben systematisch zu tief. Dieser systematische Fehler kommt von den größeren statistischen Fluktuationen in kleinen Proben. Das gefundene Minimum der Funktion χ^2_{Probe} ist wegen dieser Fluktuationen ein wenig verfälscht. Dieses verfälschte Minimum entspricht einer zu schmalen Residuenverteilung. Deshalb ist die Messung der Auflösung mit dieser Residuenverteilung systematisch zu tief.

Die Messungen konvergieren für steigende Probengrößen gegen ihre simulierten Werte von $15\,\mu$m und $25\,\mu$m in der $\hat{x}$-, bzw. $\hat{z}$-Koordinate. Für eine Probengröße von 1000 Überlappereignissen – das entspricht 70'000 Spuren mit einem transversalen Impuls p_t größer als 150 MeV/c innerhalb des Vertexdetektors – ist der dadurch entstehende Fehler bereits kleiner als ein Mikrometer. Für eine Probengröße von ungefähr 2000 Überlappereignissen ist der Wendepunkt überschritten und die Konvergenz wird langsamer.

Die Meßmethode bestimmt die Auflösung am Rand der Ausleseregion. Der nächste Abschnitt behandelt den systematischen Fehler, der sich aus dieser Methode ergibt.

4.10 Die Messung der Ortsauflösung am Sensorrand

Die Messungen der Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate, welche in Abschnitt 4.3 unter Berücksichtigung von nur 155 Parametern gemacht wurden, sind systematisch zu tief. Das kann zwei Ursachen haben: Entweder wird ein systematischer Fehler bei der Entfaltung der Residuenverteilung gemacht, oder die in den Randbereichen der Sensoren gemessen Auflösung ist systematisch besser als in der Mitte der Sensoren.

Der Grund für die letztere Vermutung sind die geerdeten Ringe, welche die Ausleseregionen begrenzen. Sie leiten die Ionisationsladung von Teilchen ab, welche außerhalb der Ausleseregion den Sensor durchqueren. Das Residuum wird mit Spuren bestimmt, welche die Randbereiche des Sensors in der $\hat{x}$-Koordinate durchdringen. In diesen Randbereichen werden die Ausläufer der Residuenverteilung abgeschnitten.

Einer Studie mit sieben Proben wird gemacht, in welcher unbegrenzte Ausleseregionen simuliert werden. In den Proben werden die Rollwinkel vernachlässigt. Sie enthalten 4000 Überlappereignisse. Die Auflösungen werden wiederum in einer von der Minimierung unabhängigen Probe bestimmt. Die mittlere Auflösungen in diesen unabhängigen Proben werden mit $14,91 \pm 0,26$ und $25,10 \pm 0,56$ gemessen. In sieben Proben mit den gleichen Kennzahlen, in welchen die geerdeten Ringe simuliert wurden, ergeben die gleichen Messungen $14,80 \pm 0,26$ und $25,09 \pm 0,56$. Der Effekt der geerdeten Ringe ist also im Rahmen der in Abschnitt 4.3 bestimmten Fehler zu vernachlässigen.

Kapitel 5

Die Messung der Ortsauflösung

Im Anschluß an die Diplomarbeit erfolgte die Anwendung der vorgestellten Methode für die Bestimmung der Ortsauflösung. Das folgende Kapitel beschreibt zuerst die Meßbedingungen und die Auswahl der für die Messung verwendeten Spuren. Dann wird eine Messung der Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate in Abhängigkeit des transversalen Impulses des Teilchens vorgestellt. Den Abschluß bildet eine Messung der Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate und in der $\hat{z}$-Koordinate als Funktion des Lotwinkels, welcher zwischen der Teilchenspur in der r-z-Projektion und der Ebene des Sensors gemessen wird.

5.1 Die Rahmenbedingungen der Messung

Am Ende der Datennahmeperiode 1996 des H1 Experimentes war die Auslese eines Teilbereichs des Vertexdetektors möglich. Mit diesen Daten konnte die Ortsauflösung bestimmt werden.

Die Daten wurden zwischen dem 24. und dem 28.November 1996 aufgenommen. Sie beinhalten ungefähr 1,6 Millionen Ereignisse, welche alle fünf Stufen der Ereignisselektion des H1 Experimentes durchlaufen haben. Das entspricht einer Datenmenge von 250 Gigabyte ($= 2.5 \cdot 10^{11}$ Byte), welche auf über 1200 Magnetbändern gespeichert ist.

Der Teilbereich des Vertexdetektors, welcher während dieser Periode ausgelesen wurde, umfaßt je zwei Halbleitern in den beiden Schalen. Grund für diesen eingeschränkten Betrieb ist ein Ausfall des Kühlsystems. Bei vier ausgelesenen Halbleitern beträgt die Temperatur auf den Hybriden statt 20^oC ungefähr 35^oC. Die Auslese von weiteren Halbleitern erhöht diese Temperatur zusätzlich und macht einen Betrieb der Hybride nahezu unmöglich.

Die vier Halbleitern liegen auf der +z-Seite des Vertexdetektors. In der inneren Schale denken die zwei Halbleitern den Azimuthalwinkel in dem Bereich $[120^o, 180^o]$, in der äußeren Schale den Bereich $[144^o, 180^o]$ ab. Auf diese Weise gibt es zwei Regionen, in welchen sich zwei Sensoren überlappen: Die eine in der inneren Schale bei einem Azimuthalwinkel von ungefähr 150^o, die andere in der äußeren Schale bei ungefähr 162^o.

Die Auslese der Streifen erfolgt gemäß der Beschreibung in Kapitel 2. Die Nullwertunterdrückung innerhalb des PowerPCs reduziert die Daten auf die Positionen und die Signalhöhen von Streifen, welche als Treffer erkannt wurden. Diese Daten werden an die zentrale Datennahme des H1 Experimentes geleitet und dort auf Magnetband geschrieben. Die weitere Verarbeitung erfolgt dann extern auf der Basis dieser Daten.

Die Position des Treffers kann aus den Positionen und den Signalen der Streifen bestimmt werden. Dafür stehen eine Vielzahl von Verfahren zur Verfügen (vgl. [23]). Es wurden zwei Verfahren getestet: der Schwerpunktsalgorithmus und der digitale Randstreifenalgorithmus.

Im Schwerpunktsalgorithmus werden die Positionen x_i und die Signale S_i von allen Streifen verwendet, welche den Treffer bilden. Die Position des Treffers ist durch seinen Ladungsschwerpunkt gegeben:

$$x_{SP} = \frac{\sum\limits_{Streifen} S_i \cdot x_i}{\sum\limits_{Streifen} S_i} \tag{5.1}$$

Die Ortsauflösung, welche mit dem Schwerpunktsalgorithmus erreicht werden kann, hängt stark von der Anzahl der Streifen ab, aus welchen der Treffer besteht. Die Anzahl der Streifen ist mit dem Einfallswinkel des Teilchens korreliert. Dabei ist jedoch nur der Winkel senkrecht zu den Auslesestreifen entscheidend. Ein nicht senkrechter Einfall parallel zu den Auslesestreifen führt in erster Näherung nicht zu einer größeren Anzahl der am Treffer beteiligten Streifen.

Bei schrägem Teilcheneinfall sind mehrere Streifen an dem Treffer beteiligt. Die Signale der Streifen innerhalb des Treffers sind ungefähr gleich groß. Die wichtige Information wird von den Randstreifen getragen, welche den Treffer begrenzen. Diesem Umstand wird in dem digitalen Randstreifenalgorithmus Rechnung getragen. Die Position des Treffer wird dabei aus der Position x_h des ersten Streifens und der Position x_t des letzten Streifens innerhalb des Treffers berechnet:

$$x_{RS} = \frac{x_h + x_t}{2} \tag{5.2}$$

Für große Einfallswinkel wird mit dem Randstreifenalgorithmus eine bessere Auflösung erwartet, als sie mit dem Schwerpunktsalgorithmus erreicht wird.

Nachdem die Position der Treffer bestimmt worden ist, werden sie den Spuren aus den zentralen Spurkammern zugeordnet. Bei der Zuordnung wurde sehr großzügig verfahren, um die nicht bekannte geometrische Ausrichtung zu berücksichtigen. Es werden Treffer zugeordnet, welche bis zu einem Zentimeter von dem vorhergesagten Spurpunkt entfernt liegen. Deshalb wird eine Vielzahl von Treffern falsch zugeordnet. Ebenso wird elektronisches Rauschen, welches die an einen Treffer gestellte Bedingungen erfüllt, Spuren zugeordnet.

Es wurden 7158 Spuren gefunden, denen drei Treffer zugeordnet sind und welche damit Kandidaten für Spuren in einen der Überlappbereiche sind.

Für die Bestimmung der geometrischen Auflösung wird auf diese Spuren eine weitere Selektion angewandt, um eine Probe von möglichst guten Spuren zu erhalten. Die Auswahl wird in dem nächsten Abschnitt besprochen.

5.2 Die Bestimmung der geometrischen Ausrichtung

Die Messung der Auflösung ist erst möglich, nachdem die relative Positionen der betroffenen Sensoren bestimmt worden sind. Die Bestimmung dieser geometrischen Ausrichtung wurde mittels der Methode bestimmt, welche in Kapitel 3 vorgestellt wurde.

Die Positionen der Sensoren innerhalb der Halbleitern sind aus der Vermessung am Paul-Scherer-Institut bekannt. Dabei wird die Position des vorderen und des hinteren Sensors einer Halbleiter in Bezug auf den mittleren Sensor bestimmt. Die mittlere Auslenkung aus den idealen Positionen beträgt bei den ausgelesenen Halbleitern ungefähr 30 μm in den Translationen und 0,6 mrad in den Rotationen um das Zentrum des jeweiligen Sensors (vgl. Seite 26).

Die geometrische Ausrichtung der Halbleitern wird anschließend mit dem vorgeschlagenen Algorithmus bestimmt. Als Referenzsystem dient dabei eine Halbleiter, welche an ihrer nominellen Position festgehalten wird. Die Positionen der drei übrigen Halbleiter werden innerhalb dieses Referenzsystems bestimmt.

Die Bestimmung der Ausrichtung erfolgt nur mit einem Teil der selektierten Spuren. Die Auswahl dieser Spuren erfolgt mittels drei Größen: dem transversalen Impuls p_t, dem Lotwinkel θ_{Lot} und dem mittleren Abstand $\bar{\chi}$.

Eine erste Bedingung verlangt Spuren mit einem transversalen Impuls p_t von größer als 150 MeV/c. Dabei wird für die Berechnung des transversalen Impulses angenommen, daß es sich bei dem Teilchen um ein Pion handelt. Unter diesem Wert dominiert die Vielfachstreuung über die erwartete intrinsische Auflösung. Bei transversalen Impulsen über 150 MeV/c ist das Ergebnis der Anpassung weitgehend unabhängig von der Vielfachstreuung (vgl. Abb. 76). Von den 7158 selektierten Ereignissen erfüllen 6322 diese Bedingung.

Die Ortsauflösung ist von dem Winkel abhängig, unter welchem das Teilchen die Sensoren durchdringt. Für die Anpassung hat sich die Notwendigkeit ergeben, eine Selektion nach dem Lotwinkel θ_{Lot} einzuführen. Der Lotwinkel θ_{Lot} wird dabei zwischen der Flächennormalen des Sensors und der Teilchenspur in der r-z-Projektion definiert. Es gilt dabei der folgende Zusammenhang mit dem Polarwinkel θ_0 der Spur:

$$\theta_{Lot} = |\theta_0 - \frac{\pi}{2}| \tag{5.3}$$

Für die Anpassung der Ausrichtung werden nur Spuren verwendet, welche einen Lotwinkel θ_{Lot} von kleiner als 30^o haben. Von den selektierten Ereignissen erfüllen nur 2358 diese Bedingung.

Es wird zusätzlich versucht eine Auswahl zu treffen, welche nur Spuren mit richtig zugeordneten Treffern beinhaltet. Deshalb wird die Größe des mittleren Abstands $\bar{\chi}$ definiert: Den drei Raumpunkten, welche der Spur zugeordnet sind, wird hierfür eine Gerade angepaßt. Das Mittel der räumlichen Abständen der Treffer von der Geraden wird als der mittlere Abstand $\bar{\chi}$ definiert. Für die Minimierung werden nur Spuren verwendet, welche einen mittleren Abstand von kleiner als $100\,\mu$m haben, was für 2947 der selektierten Ereignisse zutrifft.

Diese Bedingung ist weitgehend unabhängig von dem Krümmungsradius der Spuren und damit unabhängig von dem transversalen Impuls des Teilchens. Grund dafür ist die Geometrie der Spuren: Zum Beispiel kann man die Gerade durch den innersten und den äußersten Treffer definieren und den Abstand des mittleren Treffers, welcher auf der gekrümmten Spur liegt, von dieser Geraden betrachten. Da er sehr nahe an seinem Partner in der Überlappregion liegt, hat er auch bei einer starken Krümmung einen nur kleinen Abstand von der Geraden.

Von den 7158 vorselektierten Ereignissen erfüllen 865 die drei Bedingungen:

$$\begin{array}{rcl} p_t & > & 150\,\mathrm{MeV/c} \\ \theta_{Lot} & < & 30^o \\ \bar{\chi} & < & 100\,\mu\mathrm{m}. \end{array} \tag{5.4}$$

Mit diesen Spuren wird die geometrische Ausrichtung der drei Halbleitern bestimmt.

Für die Anpassung muß eine Abschätzung der intrinsischen Ortsauflösungen gemacht werden. Diese Notwendigkeit ergibt sich, weil die beiden Vermessungen der Koordinaten mit unterschiedlicher Genauigkeit erfolgen. Besonders für die Rotationen hat die Gewichtung der beiden Residuen einen Einfluß auf das Ergebnis der Anpassung. Die beiden Residuen eines Ereignisses müssen deshalb mit dem richtigen Gewicht in die zu minimierende Funktion eingehen.

Die erste Iteration erfolgt mit den digitalen Auflösungen $\sigma_{estimate}(\hat{x}) = 15\,\mu$m und $\sigma_{estimate}(\hat{z}) = 25\,\mu$m als Schätzwert der Auflösungen. Den minimierten Residuenverteilungen wurden dann Gaußkurven angepaßt. Die Standardabweichungen wurden dann als Schwätzwerte in einer zweiten Iteration verwendet. Sie betragen $\sigma_{estimate}(\hat{x}) = 16\,\mu$m und $\sigma_{estimate}(\hat{z}) = 27,5\,\mu$m. Eine weitere Iteration erwies sich als unnötig, da sich diese beiden Werte nicht mehr wesentlich ändern.

Die Eigenschaften der Anpassung wurden mit Hilfe des Simulationsprogramms unter ähnlichen Bedingungen studiert. Die mittleren Fehler in den angepaßten Parameter wurden in 14 Proben ermittelt. Die folgende Aufstellung faßt die Mittelwerte der 14 Proben und ihre Standardabweichungen zusammen:

$$\begin{array}{rcrcrl} err(\Delta X) & = & 350 & \pm & 300 & \mu\mathrm{m} \\ err(\Delta R) & = & 300 & \pm & 200 & \mu\mathrm{m} \\ err(\Delta Z) & = & 350 & \pm & 300 & \mu\mathrm{m} \\ err(\alpha) & = & 0{,}35 & \pm & 0{,}20 & \mathrm{mrad} \\ err(\beta) & = & 0{,}16 & \pm & 0{,}20 & \mathrm{mrad} \\ err(\gamma) & = & 15 & \pm & 10 & \mathrm{mrad} \end{array}$$

Die gefundenen Werte stimmen mit den Werten der gleichzeitigen Anpassung der gesamten +z-Seite überein, jedoch sind die Fluktuationen zwischen den einzelnden

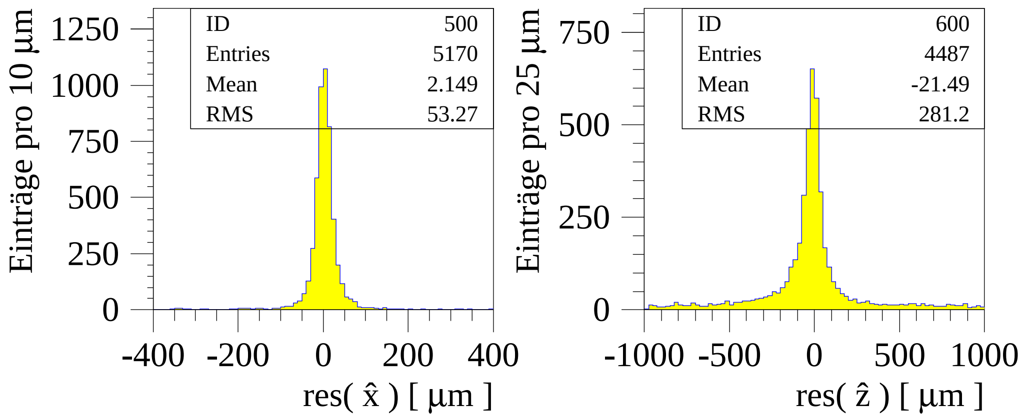

Abbildung 5.1: Die beiden Residuenverteilungen in der $\hat{x}$- und der $\hat{z}$-Koordinate sind nach Bestimmung der geometrischen Ausrichtung dargestellt. Die Breite der Verteilungen entspricht dem Faltungsprodukt aus den intrinsischen Auflösungen und allen systematischen Fehlern für alle Bereiche der Einfallswinkel und Impulse. Die langen Ausläufer entsprechen Spuren mit falsch zugeordneten Treffern.

Proben wesentlich größer (vgl. Seite 66). Dies wird auf die fehlenden Randbedingungen der geschlossenen Schalen zurückgeführt. Der mittlere Fehler in den Translation entlang der z-Achse ist allerdings sehr groß. Es wird beobachtet, daß die zwei Halbleitern der äußeren Schale in Relation zu der inneren Schale gemeinsam verschoben sind. Daraus folgt, daß eine Bestimmung der Auslenkung nicht möglich ist.

Die Messungen der Ortsauflösung in den 14 Proben reproduziert die simulierten Werte allerdings sehr gut. In der folgenden Aufstellung sind die Mittelwerte aus den 14 Meßwerten, die gemessene Standardabweichungen der Werte und das Mittel der berechneten Fehler der Messungen zusammengefaßt:

gemessene Größe		simulierter Wert	gemessener Mittelwert	gemessene Standardabw.	berechneter Fehler
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	minimiert	15,0 μm	14,9 μm	$\pm$ 0,5 μm	$\pm$ 0,6 μm
$\sigma_{intr.}(\hat{x})$	unabhängig	15,0 μm	14,8 μm	$\pm$ 0,4 μm	$\pm$ 0,5 μm
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	minimiert	25,0 μm	25,0 μm	$\pm$ 0,6 μm	$\pm$ 0,8 μm
$\sigma_{intr.}(\hat{z})$	unabhängig	25,0 μm	24,9 μm	$\pm$ 0,7 μm	$\pm$ 0,8 μm

Die gemessenen und die simulierten Ortsauflösungen sind in sehr guter Übereinstimmung. Die berechneten Fehler entsprechen den gemessenen Standardabweichungen. Bemerkenswert ist die sehr gute Übereinstimmung der Messungen in den minimierten Proben mit den simulierten Werten. Bei der verwendeten Statistik von ungefähr

900 Spuren in den beiden Überlappregionen ist die Messung in einer unabhängigen Probe also nicht mehr unbedingt nötig.

Die in den nächsten Abschnitten behandelten Messungen verwenden alle 7158 gefunden Spuren. Dies beinhaltet auch die 865 Spuren, welche zur Auffindung der geometrischen Ausrichtung verwendet wurden. In der Abbildung 5.1 sind diese Residuenverteilungen dargestellt.

Der nächste Abschnitt behandelt die Messung der Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate als Funktion des transversalen Impulses.

5.3 Die Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate

Die $\hat{x}$-Koordinate wird auf der p-Seite der Sensoren vermessen. Diese Seite ist von 1280 Streifen in einem Abstand von 25 μm unterteilt. Es wird jedoch nur jeder zweite Streifen ausgelesen. Der Streifenabstand zwischen den ausgelesen Streifen beträgt deshalb 50 μm. Bei senkrechten Teilcheneinfall ist eine obere Grenze durch die digitale Auflösung gegeben. Sie beträgt 14,4 μm.

Die Auflösung ist von dem Winkel abhängig, unter welchem das Teilchen einen Sensor durchquert. Die Messung wird aber nur mit Spuren innerhalb des Überlappbereichs durchgeführt, die Auflösung also mit einer festgelegten Geometrie bestimmt.

Das Teilchen durchquert die drei Sensoren unter verschiedenen Winkeln. Für die Residuenberechnung sind in erster Ordnung nur die beiden Treffer des Überlappbereichs entscheidend. Deshalb werden nur die Einfallswinkel betrachtet, welche die Spuren mit diesen beiden Sensoren einschließt.

Betrachtet man diese beiden Einfallswinkel getrennt, so findet man Abhängigkeiten von der Schale, in welcher sich der Überlappbereich befinden, von dem Ladungsvorzeichen und dem transversalen Impuls des Teilchens. Die Einfallswinkel werden zwischen der Flächennormale des Sensors und der Spur in der r-ϕ-Projektion gemessen, also senkrecht zu den Auslesestreifen. Sie variieren zwischen 0^o und 30^o.

Betrachtet man stattdessen den Mittelwert zwischen den beiden Einfallswinkeln der Überlappregion, so verschwinden diese Abhängigkeiten fast vollständig. Da die Auflösungen auf diesen beiden Sensoren zu ungefähr gleichen Teilen in das Residuum eingehen, erscheint diese Mittelwertbildung sinnvoll. Die Mittelwerte betragen

$$\begin{aligned} \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} &= 15,0 \pm 0,2\,^o \quad \text{für die innere Überlappregion und} \\ \frac{\phi_2 + \phi_3}{2} &= 9,1 \pm 0,8\,^o \quad \text{für die äußere Überlappregion.} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Der größte systematische Fehler, welcher zur Bestimmung der intrinsischen Ortsauflösung aus der Residuenverteilung entfaltet werden muß, kommt von der Vielfachstreuung des Teilchens an der mittleren Halbleiter. Da dieser Beitrag stark von dem Impuls des Teilchens abhängt, wurde die Auflösung in acht Bereichen des transversalen Impulses p_t gemessen.

Diese Messungen wurden für den inneren und den äußeren Überlapp getrennt durchgeführt. Die Residuen wurden hierfür in Histgramme gefüllt und mit einer

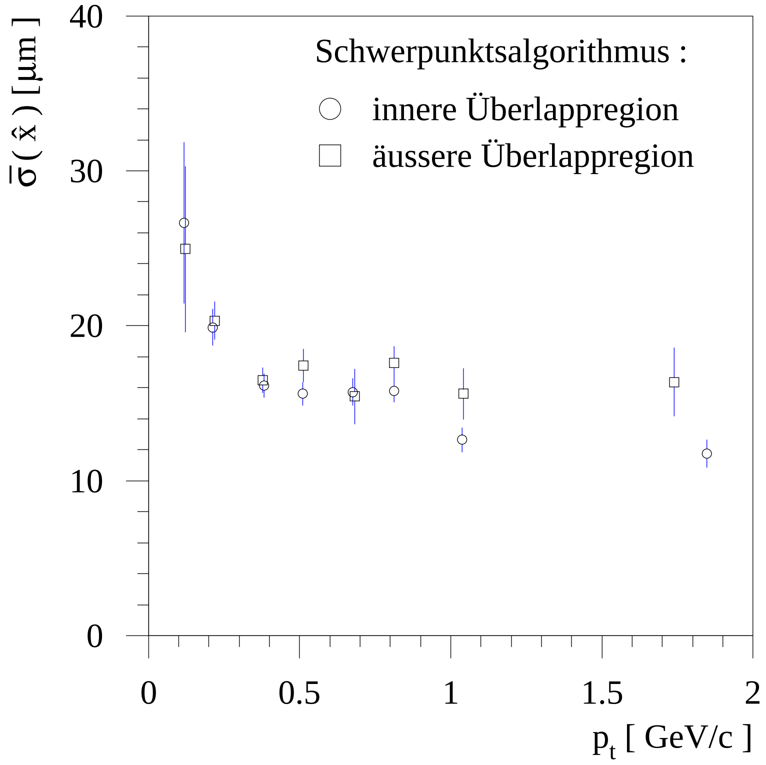

Abbildung 5.2: Die intrinsische Ortsauflösung der $\hat{x}$-Koordinate wurde in den beiden Überlappregionen als Funktion des transversalen Impulses p_t gemessen. Für die Messungen werden systematische Fehler aus der Breite der Residuenverteilungen entfaltet (siehe Abb. 5.3). Die Trefferpositionen wurden mit dem Schwerpunktsalgorithmus bestimmt.

Gaußkurve angenähert. Der durch die Histogramme abgedeckte Bereich reicht von -400 μm bis +400 μm und ist in 80 Teilbereiche unterteilt. Aus der gemessenen Standardabweichung werden dann die systematischen Fehler entfaltet. Der Ort eines Treffer wurde mittels des Schwerpunktsalgorithmus aus den Streifensignalen und deren Positionen bestimmt.

Die Ergebnisse der Messung sind in der Tabelle 5.1 zusammengefaßt. In der Abbildung 5.2 und 5.3 sind die Messungen zusätzlich grafisch dargestellt. Die erste Darstellung zeigt die Messungen aufgeteilt nach den beiden Überlappbereichen. Die Übereinstimmung ist in allen Bereichen des transversalen Impulses gut. In den letzten beiden Bereichen liegen die Meßpunkte der inneren Überlappregion leicht tiefer.

Für die zweite Abbildung wurden die Meßpunkte der beiden Überlappregionen

p_t-Bereich [GeV/c]	intrinsische Auflösung $\sigma(\hat{x})$ [μm]	
	innere Schale	äußere Schale
0,050 - 0,150	26,1 ± 5,2	25,0 ± 5,4
0,150 - 0,300	19,9 ± 1,2	20,3 ± 1,2
0,300 - 0,450	16,2 ± 0,8	16,5 ± 0,8
0,450 - 0,600	15,6 ± 0,8	17,4 ± 1,1
0,600 - 0,750	15,7 ± 0,9	15,4 ± 1,8
0,750 - 0,900	15,8 ± 0,7	17,6 ± 1,1
0,900 - 1,200	12,6 ± 0,8	15,6 ± 1,7
1,200 - 8,000	11,8 ± 0,9	16,4 ± 2,2

Tabelle 5.1: Die intrinsische Ortsauflösung $\sigma(\hat{x})$ ist für jede Überlappregion in acht Bereichen des transversalen Impulses p_t gemessen worden. Die Position der Treffer ist mit dem Schwerpunktsalgorithmus bestimmt worden. Die angegebenen Fehler stammen aus der Anpassung der Gaußkurve und der Entfaltung der systematischen Fehler.

zusammengefaßt. Zusätzlich wurden die Breiten der Residuenverteilungen vor der Entfaltung dargestellt, um die Größe der systematischen Fehler zu verdeutlichen. Der Beitrag der Vielfachstreuung ist für die ersten beiden Meßpunkte von der gleichen Größenordnung wie die intrinsische Auflösung. Aus diesem Grund ist die Entfaltung in diesem Bereich sehr ungenau. Für die übrigen Meßpunkte ist dieser systematische Fehler sehr klein.

Die intrinsische Auflösung verbessert sich bei hohen Impulsen. Eine mögliche Erklärung ist eine Unterschätzung des systematischen Fehlers aufgrund von Vielfachstreuung.

Der Mittelwert der Meßpunkte wurde durch die Anpassung einer Konstanten ermittelt. Dabei werden die Fehler aus den Messungen berücksichtigt. Das Ergebnis dieser Anpassung lautet:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(\hat{x}) &= 15,8 \pm 0,3 \mu m \\ \chi^2/ndf &= 74,18/15 = 4,9 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Eine weitere Messung der Ortsauflösung in der $\hat{x}$-Koordinate wurde als Funktion des Lotwinkels θ_{Lot} durchgeführt. Der Lotwinkel wird in zwischen der Flächennormalen und der Spur in der r-z-Projektion gemessen. Ein großer Lotwinkel hat deshalb keine Verbreiterung des Treffers auf der p-Seite zur Folge. Jedoch ist die Größe der im Sensor deponierten Ladung bei schrägem Einfall, d.h. bei großem Lotwinkel größer. Dieser Effekt scheint allerdings keinen Einfluß auf die Auflösung in der $\hat{x}$-Koordinate zu haben, wie aus Abbildung 5.4 ersichtlich ist.

Es wurden bei dieser Messung auch die beiden Verfahren zur Ortsbestimmung der Treffer miteinander verglichen. Da die involvierten Einfallswinkel klein sind,

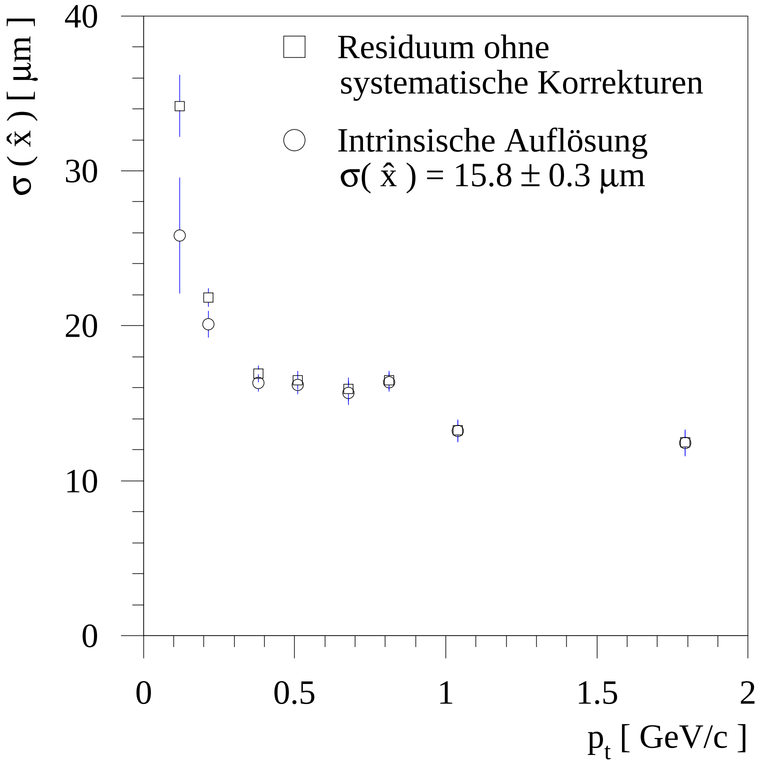

Abbildung 5.3: Die Messungen aus den beiden Überlappbereichen wurde in dieser Abbildung zusammengefaßt. Den größten Beitrag zu den systematischen Fehlern liefert die Vielfachstreuung des Teilchens an der mittleren Halbleiter. Die Trefferpositionen wurden mit dem Schwerpunktsalgorithmus bestimmt.

erzielt der Schwerpunktsalgorithmus erwartungsgemäß ein besseres Resultat als der Randstreifenalgorithmus. Den Meßwerten wurden Konstanten angepaßt:

$$\begin{array}{lll} \text{Schwerpunktsalgorithmus:} & \bar{\sigma}(\hat{x}) = 16,5 \pm 0,4\mu m & \chi^2/ndf = 1,71 \\ \text{Randstreifenalgorithmus:} & \bar{\sigma}(\hat{x}) = 28,1 \pm 0,5\mu m & \chi^2/ndf = 6,32 \end{array} \tag{5.7}$$

Im Vergleich zu der vorhergehenden Messung, welche die Auflösung als Funktion des transversalen Impulses bestimmt, wird eine etwas schlechtere Auflösung gemessen. Der Grund dafür liegt bei der Entfaltung der Vielfachstreuung. In dieser zweiten Meßreihe wird der systematische Fehler aufgrund von Vielfachstreuung über den gesamten Impulsbereich gemittelt und erst dann entfaltet.

Im nächsten Abschnitt wird eine Messung der Auflösung auf der n-Seite der Sensoren, also bei der Vermessung der $\hat{z}$-Koordinate vorgestellt.

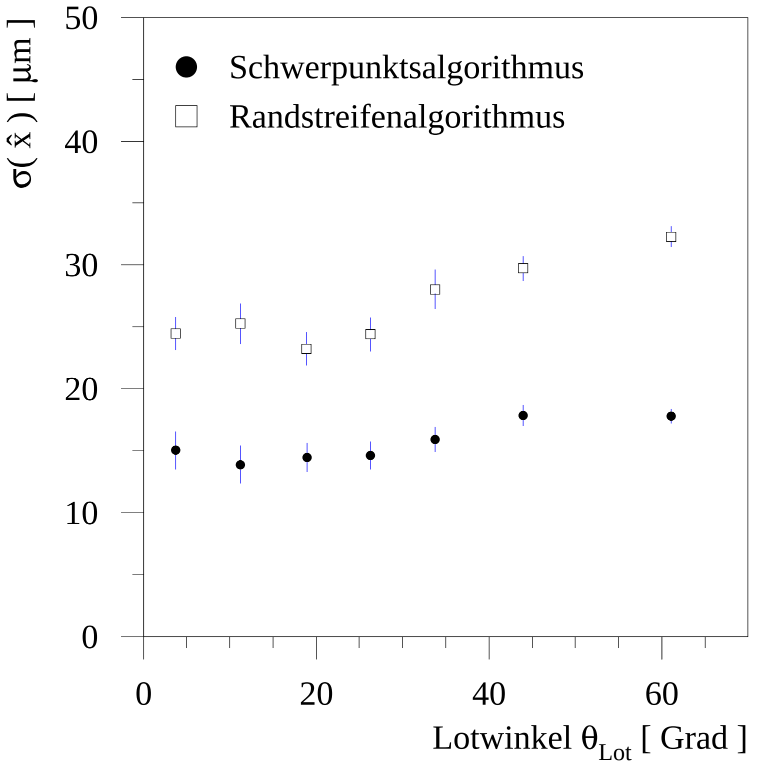

Abbildung 5.4: Der Lotwinkel θ_{Lot} wird parallel zu den Auslesestreifen der p-Seite gemessen. Es wird deshalb in erster Ordnung erwartet, daß die Auflösung der $\hat{x}$-Koordinate nicht von dem Lotwinkel abhängt. Die Messung stimmt mit dieser Erwartung überein.

5.4 Die Auflösung in der $\hat{z}$-Koordinate

Die $\hat{z}$-Koordinate wird auf der n-Seite der Sensoren vermessen. Der Abstand zwischen den Auslesestreifen beträgt 88 μm. Es sind keine Zwischenstreifen implantiert. Als ein oberes Limit der Auflösung bei senkrechtem Einfall gilt die digitale Auflösung mit 25,4 μm.

Die Auflösung wurde als Funktion des Lotwinkels θ_{Lot} bestimmt. Er wird zwischen der Oberflächennormalen des Sensors und der Teilchenspur in der r-z-Projektion, also senkrecht zu den Auslesestreifen gemessen.

Für die Messung wurden die Residuen für sieben unterschiedliche Bereiche des Lotwinkels histogrammiert. Die Histogramme decken einen Bereich von -400 μm bis +400 μm mit 80 Unterteilungen ab. Den Histogrammen werden dann Gaußkurven angepaßt. Die Messung erfolgt für die innere und die äußere Überlappregion ge-

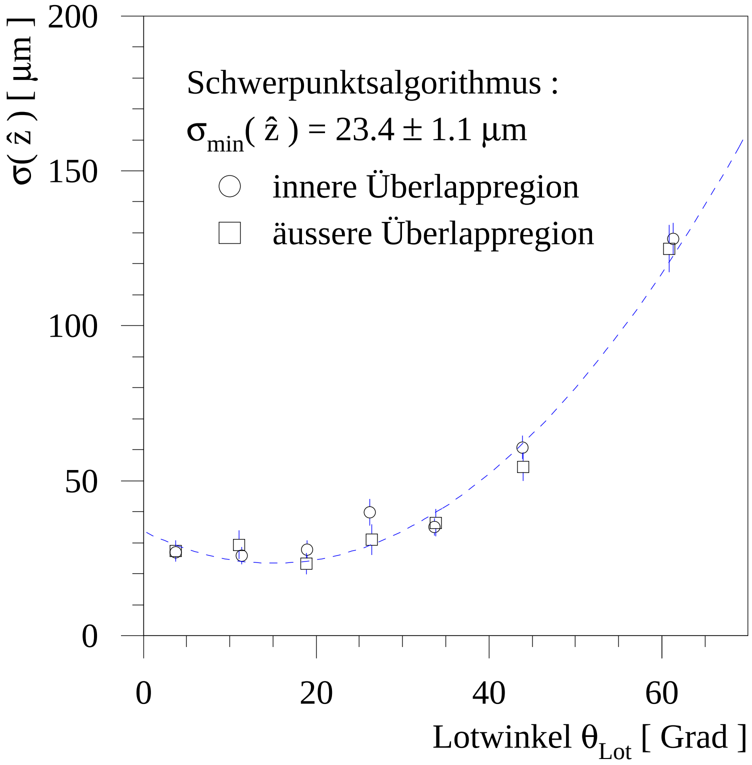

Abbildung 5.5: Die Auflösung der $\hat{z}$-Koordinate ist als Funktion des Lotwinkels gemessen worden. Dabei wurden die Messungen in den beiden Überlappbereichen getrennt durchgeführt. Den Meßpunkten ist eine Parabel angepaßt worden. Der angegebene Minimalwert entspricht dem Minimum der Parabel bei $15,0 \pm 1,1\,^{o}$.

trennt.

Die Entfaltung der systematischen Fehler aus der Breite wird für jeden Bereich getrennt durchgeführt. Den Hauptbeitrag liefert die Vielfachstreuung an der mittleren Halbleiter. Sie steigt mit wachsendem Lotwinkel aufgrund der effektiven Sensordicke, welche das Teilchen sieht (vgl. Abb. 5.7). Es wird für die Entfaltung über den ganzen Impulsbereich gemittelt.

Die erwartete Abhängigkeit der Auflösung von dem Lotwinkel ist folgende: Bei kleinen Winkeln wird die Ionisationsladung auf einem oder zwei Streifen deponiert. Der Ort des Durchgangs ist durch die Position des getroffenen Auslesestreifen gegeben. Die Form der Ladungsverteilung bleibt unbekannt.

Bei größer werdenden Winkel steigt die Anzahl der Streifen, auf welchen Ladungen deponiert werden. Die Positionsbestimmung hat also mehr Information über die deponierte Ladungsverteilung und die Auflösung verbessert sich.

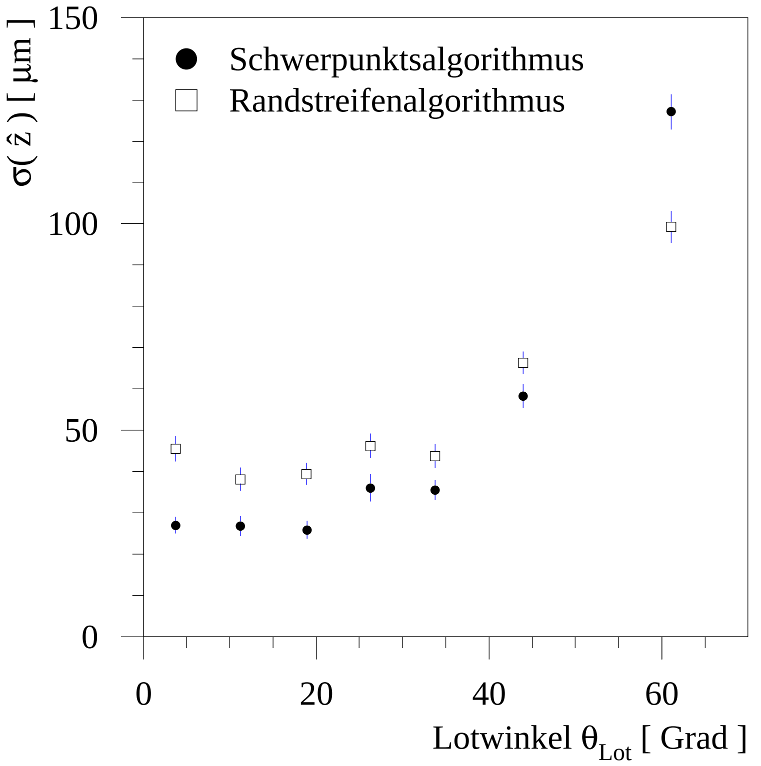

Abbildung 5.6: Es wurden zwei Verfahren zur Bestimmung der Position eines Treffers getestet. Der digitale Randstreifenalgorithmus erzielt erst bei sehr schräg einfallenden Teilchen ein besseres Resultat als der Schwerpunktsalgorithmus ($\theta_{Lot} \approx 45^o$).

Bei sehr großem Lotwinkel sind die Treffer sehr breit. Die auf den Streifen deponierte Ladung ist gleich groß. Der Hauptteil der Information liegt in den Randstreifen, da sie angeben, wo das Teilchen in den Sensor eingetreten und wo es ausgetreten ist.

Bei kleinen Winkeln sollte der Schwerpunktsalgorithmus eine bessere Auflösung erzielen als der Randstreifenalgorithmus, weil er zusätzlich die auf einem Streifen deponierte Ladung berücksichtigt. Bei großen Winkeln ist er hingegen von Fluktuationen dieser deponierten Ladungen beeinflußt, welche keine Information über den Teilchendurchgang enthalten. Der Randstreifenalgorithmus sollte in diesen Bereichen eine bessere Auflösung erzielen.

Die Abbildung 5.5 zeigt die Messungen getrennt nach der Region des Überlapps. Die Übereinstimmung ist offensichtlich. Die Abhängigkeit entspricht der Erwartung. Die Meßpunkte aus den beiden Regionen wurde in der Tabelle 5.2 und der Abbildung 5.6 zusammengefaßt und die beiden Verfahren zur Ortsbestimmung mitein-

Lotwinkel [Grad]	intrinsische Auflösung $\sigma(\hat{z})$ [μm]	
	Schwerpunktsalgorithmus	Randstreifenalgorithmus
0,0 - 7,5	27,0 ± 2,0	45,5 ± 3,0
7,5 - 15,0	26,8 ± 2,4	38,1 ± 2,8
15,0 - 22,5	25,9 ± 2,2	39,4 ± 2,7
22,5 - 30,0	36,0 ± 3,3	46,2 ± 3,0
30,0 - 37,5	35,5 ± 2,4	43,8 ± 2,9
37,5 - 50,0	58,3 ± 2,9	66,3 ± 2,8
50,0 - 90,0	127,1 ± 4,3	99,3 ± 3,9

Tabelle 5.2: Die intrinsische Ortsauflösung $\sigma(\hat{z})$ ist für als Funktion des Lotwinkels θ_{Lot} gemessen worden. Zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Trefferposition sind angewendet worden: Der Schwerpunktsalgorithmus und der digitale Randstreifenalgorithmus.

ander verglichen. Auch hier stimmt die Erwartung mit der Messung überein. Für kleine Winkel erzielt der Schwerpunktsalgorithmus das bessere Resultat, während der Randstreifenalgorithmus bei große Winkel überlegen ist.

Den Meßpunkten wurden Parabeln angepaßt. Diese Vorgehensweise entbehrt einer physikalischen Basis, beschreibt die Messung aber sehr gut. Die Parametrisierung der Parabel lautet:

$$\sigma(\hat{z})\ [\mu m] = \sigma_{min}(\hat{z}) + C \cdot (\theta_{Lot}\ [Grad] - \theta_{min})^2. \tag{5.8}$$

Die Anpassung an die je 14 Meßpunkte aus den beiden Meßreihen ergab die folgenden Werte:

$$\begin{array}{lll} \text{Schwerpunktsalgorithmus:} & \sigma_{min}(\hat{z}) & = 23,4 \pm 1,2\,\mu m \\ & \theta_{min} & = 15,0 \pm 1,1\,Grad \\ & C & = 0,046 \pm 0,003\,\frac{\mu m}{Grad^2} \\ & \chi^2/ndf & = 20,8/13 \\ \text{Randstreifenalgorithmus:} & \sigma_{min}(\hat{z}) & = 39,4 \pm 1,4\,\mu m \\ & \theta_{min} & = 16,2 \pm 2,1\,Grad \\ & C & = 0,031 \pm 0,004\,\frac{\mu m}{Grad^2} \\ & \chi^2/ndf & = 18,2/13 \end{array} \tag{5.9}$$

Das heißt, daß die beste Auflösung bei Einfallswinkeln von ungefähr 15^o erreicht wird. Sie beträgt für den Schwerpunktsalgorithmus 23,4 μm und für den Randstreifenalgorithmus 39,4 μm. Die beiden Parabeln schneiden sich bei einem Lotwinkel $\theta_{Lot} = 45,3^o$. Für Winkel größer als 45^o ist der Randstreifenalgorithmus also überlegen, für Winkel kleiner als 45^o ist dem Schwerpunktsalgorithmus der Vorzug zu geben.

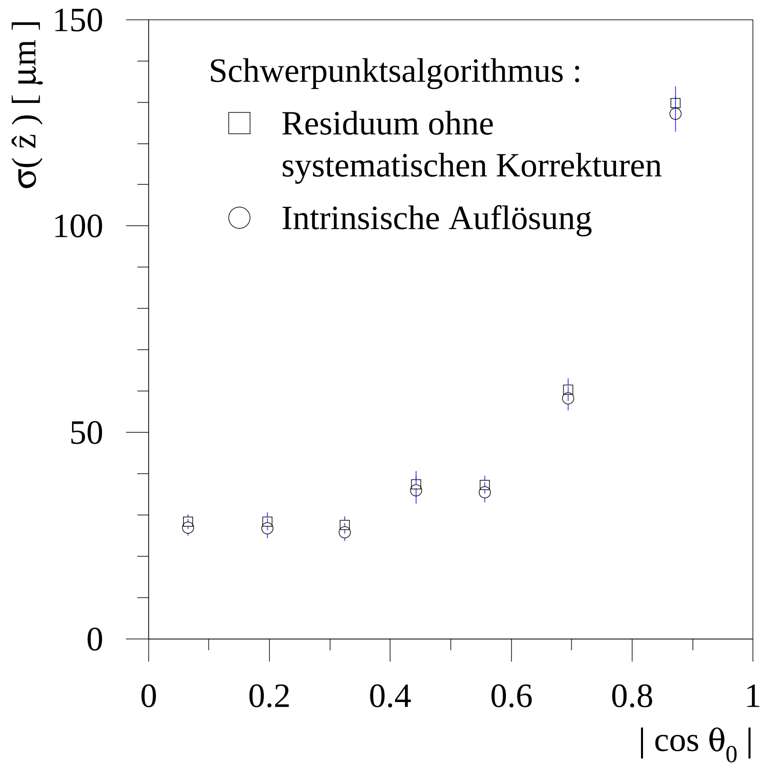

Abbildung 5.7: Das Residuum vor der Entfaltung und die intrinsische Auflösung in der $\hat{z}$-Koordinate ist in Abhängigkeit des Cosinuses von dem Polarwinkel θ_0 des H1 Experiments dargestellt. Zwischen dem Polarwinkel und dem Lotwinkel gilt der Zusammenhang: $\theta_{Lot} = |\frac{\pi}{2} - \theta_0|$.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Innerhalb dieser Diplomarbeit wurde eine Methode entwickelt, die eine Messung der intrinsischen Ortsauflösung in dem nicht ausgerichteten H1 Vertexdetektor ermöglicht. Die intrinsische Ortsauflösung wird als die Genauigkeit definiert, mit welcher die Sensoren des Vertexdetektors einen Punkt auf der Spur eines geladenen Teilchens vermessen können.

Um die Auflösung des Vertexdetektors vollständig auszunutzen, verwendet die Methode ausschließlich Spuren, welche von insgesamt drei Sensoren vermessen werden. Das trifft für ungefähr 3 % der Spuren innerhalb des Akzeptanzbereichs des Vertexdetektors zu. Zwei von den drei Spurpunkten werden für die Spurbestimmung verwendet. Mit dem dritten Spurpunkt wird das Residuum des Ereignisses bestimmt. Das Residuum ist der Abstand zwischen dem gemessenen und dem berechneten Spurpunkt. Systematische Fehler und der Einfluß der Vielfachstreuung werden für die Messung der Auflösung aus der Residuenverteilung gefaltet.

Eine Methode für die Bestimmung der geometrischen Ausrichtung des Vertexdetektors wurde entwickelt, um die Messung der intrinsischen Ortsauflösung zu ermöglichen. Diese Methode verwendet eine Vermessung der Halbleitern des Vertexdetektors (s.S. 17), welche vor dem Einbau durchgeführt wurde. Die Auslenkung der Halbleitern innerhalb des Vertexdetektors wird unter Verwendung der Residuenverteilung angepaßt.

Die Eigenschaften der beiden Methoden wurden mittels eines Simulationsprogramms studiert:

1. **Die Messung der Ortsauflösung:**

   - Die Messung benötigt mindestens 2000 Überlappereignisse in einer Hälfte des Vertexdetektors, um nicht durch die Statistik limitiert zu sein (s.S. 81).
   - Der Fehler in der Messung ist durch die Fehler in den Auslenkungsparametern dominiert. Mit 4000 simulierten Überlappereignissen in einer Hälfte des Vertexdetektors werden die digitalen Auflösungen $\sigma_{intr.}(\hat{x}) = 15{,}0\,\mu$m (p-Seite) und $\sigma_{intr.}(\hat{z}) = 25{,}0\,\mu$m (n-Seite) mit den Fehlern $0{,}3\,\mu$m, bzw. $1{,}3\,\mu$m wieder reproduziert (s.S 77ff).

2. Die Bestimmung der Ausrichtung:

- Für die Bestimmung der Ausrichtung benötigt man 10^4 Spuren in den Überlappbereichen mit einem transversalen Impuls $p_t > 150\,\mathrm{MeV/c}$ (s.S. 74ff).
- Durch die Einschränkung auf Überlappereignisse gehen langreichweitige Korrelation innerhalb der Schalen (s.S. 70ff) und zwischen den beiden Schalen des Vertexdetektors (s.S. 62ff) verloren. Nur fünf der sechs Parameter, welche die Lage einer Halbleiter beschreiben, können bestimmt werden (s.S. 66).
- Die Auflösung der Spurvermessung innerhalb des ausgerichteten Vertexdetektors ist auf der Seite 65 unter Verwendung der digitalen Ortsauflösung (s.S. 21) abgebildet.
- Für die Bestimmung der Ausrichtung ist eine Aufteilung in die +z- und die -z-Hälfte des Vertexdetektors sinnvoll (s.S. 73).

Die Messung der Ortsauflösung wurde mit ungefähr 7000 Spuren innerhalb eines Teilbereichs des Vertexdetektors durchgeführt. Der Teilbereich umfaßt vier der 64 Halbleitern des Vertexdetektors und beinhaltet zwei Überlappbereiche.

Die Auflösung der $\hat{x}$-Koordinate wurde als Funktion des transversalen Impulses gemessen (s.S. 90ff). Es wurde festgestellt, daß sich die Auflösung bei wachsendem Impuls verbessert. Der Mittelwert über das gesamte Impulsspektrum beträgt

$$\sigma(\hat{x}) = 15,8 \pm 0,3\,\mu\mathrm{m}.$$

Die Auflösung der $\hat{z}$-Koordinate wurde in Abhängigkeit des Einfallswinkel bestimmt. Die Messung läßt sich mit einer Parabel gut beschreiben (s.S. 94ff). Die beste Auflösung wird bei einem Lotwinkel von $\theta_{Lot} = 15,0 \pm 1,1$ Grad erreicht und beträgt

$$\sigma(\hat{z}) = 23,4 \pm 1,1\,\mu\mathrm{m}.$$

Ein Vergleich zwischen zwei Verfahren zur Positionsbestimmung der Treffer wurde gemacht. Der Schwerpunktsalgorithmus erzielt bei Lotwinkeln $\theta_{Lot} < 45^o$ eine bessere Auflösung als der Randstreifenalgorithmus, dem bei sehr schräg einfallenden Spuren der Vorzug zu geben ist.

Literaturverzeichnis

[1] H1 Collaboration, The H1 Detektor at HERA, DESY H1-96-01, (1996) 18

[2] K. Wille, 'Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen', B.G. Teubner Stuttgart, (1992) 38

[3] F. Kneubühl, 'Repetitorium der Physik', B.G. Teubner Stuttgart, 2.Auflage, (1982) 217

[4] H1 Collaboration, The H1 Detektor at HERA, DESY H1-96-01, (1996) 29-37

[5] H1 Collaboration, The H1 Detektor at HERA, DESY 93-103, (1993) 36

[6] H1 Collaboration, Technical Proposal to build Silicon Tracking Detektors for H1, DESY PRC 92-01, (1992)

[7] H1 Collaboration, Photoproduction of D* Mesons in Electron-Proton Collisions at HERA, Nucl. Phys. B472, (1996) 32

[8] S.M. Sze, 'Physics of Semiconductor Devices', Jon Wiley & Sons, Inc., New York, 2nd Edition, (1981) 77

[9] H. Niggli, Ladungssammlung in doppelseitigen Silizium-Streifendetektoren für H1, Diplomarbeit Institut für Teilchenphysik der ETH Zürich, (1994) 9

[10] Particle Data Group, Phys. Rev. D54, (1996) 132

[11] A.S. Schwarz, Heavy flavour physics at colliders with silicon strip vertex detectors, Phys. Rep. 238, Nos. 1 & 2 (1994) 36, 40

[12] D. Pitzl et al., Evaluation of double sided, AC-coupled, double metal silicon strip detectors for H1 at HERA, Nucl. Instr. and Meth. A348, (1994) 454-460

[13] R. Horisberger und D. Pitzl, A novel readout chip for silicon strip detectors with analog pipeline and digitally controlled analog signal processing, Nucl. Instr. and Meth. A326, (1993) 92-99

[14] W. Erdmann et al., Optical analog readout and control of the central silicon vertex detector of H1 at HERA, Nucl. Instr. and Meth. A372, (1996) 188-194

[15] Particle Data Group, Phys. Rev. D54, (1996) 134

[16] H1 Collaboration, The H1 Detektor at HERA, DESY H1-96-01, (1996) 16

[17] H1 Collaboration, The H1 Detektor at HERA, DESY 93-103, (1993) 23

[18] D. Pitzl, Persönliche Mitteilung, September 1996

[19] H. Niggli, Persönliche Mitteilung, Juli 1996

[20] S. Brandt, 'Datenanalyse', BI-Wiss.-Verl., 3.Auflage, (1992) 145

[21] S. Brandt, 'Datenanalyse', BI-Wiss.-Verl., 3.Auflage, (1992) 254

[22] H1 Collaboration, Inclusive charged particle cross sections in photoproduction at HERA, Phys. Lett. B 328 (1994) 183

[23] R. Turchetta, Spatial resoultion of silicon microstrip detectors, Nucl. Instr. and Meth. A335, (1993) 44-58

Danksagung

Bei der Durchführung dieser Arbeit habe ich die Unterstützung vieler erfahren. Ihnen allen gilt mein Dank.

Besonders danke ich Herrn Prof. Dr. Ralph Eichler für die Auswahl der interessanten Aufgabenstellung und für seine Betreuung während dieser Diplomarbeit.

Ganz herzlich möchte ich mich bei Herrn Dr. Daniel Pitzl für die außergewöhnlich gute Betreuung während dieser Arbeit bedanken. Er stand mir mit viel Geduld in Sachfragen zur Seite und gab mir moralischen Beistand in schwierigen Zeiten. Mein Dank gilt auch den anderen Mitgliedern der Gruppe, namentlich Herrn Dipl. Phys. Urs Langenegger, Herrn Dipl. Phys. Hubert Niggli und Herrn Dr. Yorgos Tsipolitis.

Mein ganz spezieller Dank gilt meinen Eltern, welche mir meine Ausbildung ermöglichten, meinen Großeltern und meinen beiden Geschwistern. Sie alle werden es nie müde, mich geduldig zu unterstützen und zu ermutigen.

An dieser Stelle möchte ich auch an Antoine de Saint-Exupéry gedenken, der mir mit seinen Gedanken ein teurer Ratgeber in vielen Lebenslagen ist.

> *Man sieht nur mit dem Herzen gut. Das Wesentliche ist für die Augen unsichtbar.*
>
> *„Der Kleinen Prinz",*
> *Antoine de Saint-Exupéry*