

# Vergleich von Monte Carlo-Modellen mit Daten der tiefunelastischen e-p-Streuung bei HERA

Diplomarbeit

Renate Mohr  
Universität Hamburg  
Fachbereich Physik  
Max-Planck-Institut für Physik, München  
Werner-Heisenberg-Institut

Hamburg

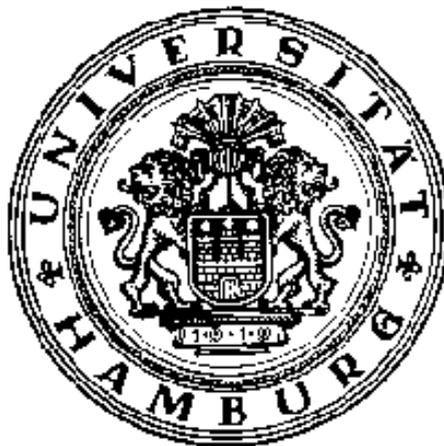
Januar 1997



# Vergleich von Monte Carlo-Modellen mit Daten der tiefunelastischen e-p-Streuung bei HERA

Diplomarbeit

Universität Hamburg  
Fachbereich Physik  
Max-Planck-Institut für Physik, München  
Werner-Heisenberg-Institut



vorgelegt von  
**Renate Mohr**

Hamburg  
Januar 1997



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Die Kinematik tiefunelastischer Streuung . . . . .	4
1.2 Das Quark-Parton-Modell . . . . .	6
1.3 Quantenchromodynamik . . . . .	7
1.3.1 Matrix-Element und Wirkungsquerschnitt . . . . .	9
1.4 Parametrisierung von Partondichtefunktionen . . . . .	11
<b>2 Daten zum hadronischen Endzustand</b>	<b>13</b>
2.1 Der hadronische Endzustand . . . . .	13
2.2 HERA-Daten . . . . .	14
<b>3 Monte Carlo-Modelle</b>	<b>25</b>
3.1 LEPTO - der Lund Monte Carlo-Generator . . . . .	26
3.1.1 Behandlung von Matrix-Element und Partonschauer . . . . .	26
3.1.2 Effekte, die nicht störungstheoretisch beschreibbar sind . . . . .	33
3.2 ARIADNE . . . . .	37
3.2.1 Das Farbdipol-Modell . . . . .	38
3.3 JETSET und die Hadronisation . . . . .	49
3.3.1 Das Lund-String-Modell . . . . .	49
<b>4 Optimierung</b>	<b>59</b>
4.1 Erstellung der Programmbibliothek HZTOOL . . . . .	59

4.2	Parameter . . . . .	61
4.2.1	LEPTO . . . . .	61
4.2.2	LEPTO + JETSET . . . . .	62
4.2.3	ARIADNE . . . . .	68
4.3	Parameterauswahl . . . . .	69
4.3.1	LEPTO 6.4 . . . . .	70
4.3.2	ARIADNE 4.08 . . . . .	80
4.4	Das mehrdimensionale Anpassungsverfahren . . . . .	86
4.4.1	Optimierung von LEPTO . . . . .	87
4.4.2	Optimierung von ARIADNE . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>97</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>i</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>x</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>xi</b>

# Einleitung

Unser heutiges Verständnis vom Aufbau der Materie wird durch die Forschungsergebnisse in der Physik grundlegend bestimmt. Hierbei nehmen tiefunelastische Streuexperimente eine besondere Stellung ein. Mit ihrer Hilfe konnten nicht nur wichtige Erkenntnisse über die hadronischen Konstituenten der Materie und deren Substruktur gewonnen werden, sondern sie haben auch entscheidend zur Entwicklung der Theorie der Wechselwirkung beigetragen.

Die Theorie, die die Phänomene der starken Wechselwirkung beschreibt, ist die Quantenchromodynamik (QCD). Sie bildet zusammen mit den Theorien der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung das sogenannte Standard-Modell, dessen fundamentale Teilchen die Leptonen, Quarks und die Eichbosonen sind. Die Streuung von punktförmigen Leptonen an ausgedehnten hadronischen Objekten wie dem Proton bietet eine ausgezeichnete Möglichkeit, dessen Quark-Gluon-Struktur zu erforschen und Vorhersagen der QCD zu testen.

Im Gegensatz zu bisherigen Experimenten, bei denen Leptonen auf ruhende Nukleonen geschossen wurden, ist HERA am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY) in Hamburg die weltweit einzige experimentelle Einrichtung, die beschleunigte Elektronen oder Positronen an ebenfalls beschleunigten Protonen streuen kann. Diese Hadron-Elektron-Ring-Anlage wurde 1991 in Betrieb genommen und erzeugt Teilchenstrahlen mit einer Energie von 820 GeV für Protonen und 27.6 GeV für Elektronen. Die daraus resultierende Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} \approx 300$  GeV ist um eine Größenordnung höher als die der Experimente mit ruhendem Ziel ('fixed target experiment'). HERA dringt damit in einen völlig neuen kinematischen Bereich vor, der sich auf Werte von Impulsüberträgen  $Q^2$  bis zu maximal  $10^5$  GeV<sup>2</sup> und einem minimalen  $x_{Bj} \approx 10^{-5}$  erstreckt. Es können Strukturen innerhalb des Protons bis zu einer Größenordnung von  $10^{-18}$  m aufgelöst werden.

Die Experimente H1 und ZEUS haben mittlerweile eine Vielfalt von Daten zum hadronischen Endzustand zusammengetragen. Es sind unter anderem inklusive Spektren und Multiplizitäten geladener Teilchen sowie Energieflüsse gemessen worden. Um auf die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse rückschließen zu können, sind Monte Carlo-Generatoren unerlässlich. Sie sind in der Lage, aus den Vorhersagen der QCD und einfachen phänomenologischen Modellen den detaillierten Endzustand eines Ereignis-

nisses, das in einer tiefunelastischen Streuung entsteht, zu simulieren. Mit der genauen Kenntnis der Modelleigenschaften und deren physikalischer Grundannahmen, die in einem Monte Carlo-Generator benutzt werden, kann man durch den Vergleich mit den gemessenen Verteilungen auf die in der Natur stattfindenden Prozesse rückschließen. Die Vergleiche ermöglichen die Überprüfung vieler Vorhersagen, die mit Hilfe der QCD getroffen werden können. Die Simulation des Endzustandes eines Ereignisses ermöglicht es, das Verhalten des Detektors zu studieren und kann dafür verwendet werden, gemessene Daten von den Detektoreinflüssen des jeweiligen Experimentes unabhängig zu machen. Je besser die Simulation die Daten beschreibt, desto kleiner werden die Unsicherheiten, und die Qualität der Meßpunkte wird verbessert. Um einen möglichst kleinen systematischen Fehler in Analysen z.B. zur Messung der starken Kopplungskonstante  $\alpha_s$ , der Protonstrukturfunktion  $F_2$  oder der Gluondichte zu erreichen, ist eine gute Beschreibung der HERA-Daten durch Monte Carlo-Programme nötig.

In der jetzigen Situation beschreibt keiner der zur Verfügung stehenden Generatoren zur tiefunelastischen Elektron-Proton-Streuung das gesamte Spektrum der Daten zufriedenstellend. Daher ist das Studium von Monte Carlo-Modellen und eine Optimierung an die HERA-Daten zum hadronischen Endzustand ein wichtiges Arbeitsgebiet, mit dem sich die vorliegende Diplomarbeit befaßt. Die Generatoren LEPTO und ARIADNE werden hinsichtlich ihrer Beschreibung der HERA-Daten detailliert untersucht und verglichen. Die Stärken und Schwächen der Modelle treten dabei klar zutage. Die freien Parameter der Modelle werden studiert und eine ausgewählte Anzahl in einem mehrstufigen Optimierungsverfahren an die HERA-Daten angepaßt. Die Beschreibung der Gesamtheit der Verteilungen wurde damit erheblich verbessert.

Die Arbeit ist in fünf Kapitel gegliedert. Im ersten Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung tiefunelastischer Streuprozesse gelegt. Im zweiten Kapitel werden alle Verteilungen, die für die Modellstudien herangezogen werden, vorgestellt. Eine ausführliche Diskussion der Monte Carlo-Modelle wird im dritten Kapitel vorgenommen. Das Optimierungsverfahren, beginnend bei der Vorstellung der freien Parameter, über deren Auswahl bis hin zum Ergebnis der mehrdimensionalen Anpassung, ist Thema des vierten Kapitels. Anschließend werden zusammenfassend die Ergebnisse diskutiert.

# Kapitel 1

## Theoretische Grundlagen

Die Materie ist nach heutiger Erkenntnis aus fundamentalen Teilchen, den Quarks und Leptonen, aufgebaut. Die Beschreibung dieser Bausteine und deren Wechselwirkung erfolgt im Rahmen des 'Standard-Modells (SM)'. Die Leptonen und Quarks sind 'Fermionen', d.h. Teilchen mit Spin  $1/2 \hbar$ . Sie werden zu linkshändigen Dubletts (und rechtshändigen Singletts) gemäß einer  $SU(2)$ -Symmetriegruppe zusammengefaßt (s. Tabelle 1.1), wobei man die Quarksorten (u,d,s,c,b,t) als 'flavours' bezeichnet. Alle bekannten Hadronen (z.B. Proton, Pion, Neutron...) werden aus Quarks aufgebaut. Teilchen, die aus drei Quarks (qqq) bestehen, sind Baryonen, zu denen das Proton gehört. Mesonen werden aus einem Quark und einem Antiquark aufgebaut ( $q\bar{q}$ ). Die Antiteilchen gehen durch die Operation der Ladungskonjugation aus den Teilchen hervor. Die Kräfte, die zwischen den Teilchen wirken, sind die starke und die elektroschwache Wechselwirkung. Sie werden durch Eichbosonen (Spin  $1 \hbar$ ) vermittelt, wobei das Photon ( $\gamma$ ), das  $W^\pm$ - bzw. das  $Z^0$ -Boson in der elektroschwachen Wechselwirkung auftritt. Wird ein geladenes Boson ( $W^\pm$ ) im Prozeß ausgetauscht, spricht man vom 'geladenen Strom' ('charged current', CC) im Gegensatz zum 'neutralen Strom' ('neutral current', NC), der durch das  $\gamma$  oder  $Z^0$  erzeugt wird.

Leptonen unterliegen der schwachen und - wenn sie elektrisch geladen sind - der elektromagnetischen Wechselwirkung. Sie nehmen nicht an der starken Wechselwirkung teil, die nur zwischen den Quarks und deren Austauschquanten, den Gluonen, beobachtet wird. Starkwechselwirkende Teilchen wie Baryonen oder Mesonen werden unter dem Begriff Hadronen zusammengefaßt. Den theoretischen Rahmen zur Beschreibung der ablaufenden Prozesse bildet die 'Quantenchromodynamik (QCD)'. Sie basiert auf der nicht-abelschen  $SU(3)_C$  Eichgruppe und beschreibt die Wechselwirkung der Quarks untereinander durch den Austausch von Gluonen (s. Abschnitt 1.3). HERA bietet eine einmalige Möglichkeit in der Lepton-Nukleon-Streuung, die Natur der Dynamik von Gluonen und Quarks zu studieren. Da es keine freien Quarks gibt, kann nur aus den

Die Lepton-Familien:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Die Quark-Familien:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

**Tabelle 1.1:** Übersicht der (linkshändigen) Lepton- und Quark-Dubletts im Standardmodell. Die Quarksorten ('flavour'  $u, d, s, c, b, t$ ) sind jeweils paarweise zu drei Generationen zusammengefaßt, wobei von links nach rechts die Quarkmasse erheblich steigt.

im Endzustand eines Ereignisses gemessenen Hadronen auf die vorangegangenen Prozesse rückgeschlossen werden. Die hohe Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} \approx 300$  GeV stellt einen großen Phasenraum für QCD-Prozesse zur Verfügung. Die folgenden Abschnitte sollen eine Einführung in die grundlegenden Prozesse der 'tiefunelastische Streuung' ('deep inelastic scattering', DIS) bei HERA geben, die für diese Arbeit relevant sind, die kinematischen Zusammenhänge definieren und die theoretische Beschreibung nach dem Standardmodell umreißen.

## 1.1 Die Kinematik tiefunelastischer Streuung

Ein Streuprozeß kann mit Hilfe bestimmter kinematischer Variablen beschrieben werden. Die für HERA-Prozesse üblichen Variablen hinsichtlich der tiefunelastischen Streuung werden in diesem Abschnitt definiert. Nach der Kollision des Elektrons mit dem Proton werden im Endzustand das gestreute Elektron und ein System aus Hadronen beobachtet. Der Prozeß ist in Abbildung 1.1 graphisch dargestellt und kann formal beschrieben werden durch die Gleichung

$$e(k) + P(p) \rightarrow e(k') + X.$$

Es wird im Formalismus nicht explizit zwischen Elektron und Positron unterschieden, sondern das einlaufende Lepton fortan mit  $e$  oder Elektron bezeichnet. Der Viererimpuls des einlaufenden Elektrons  $e$  wird mit  $k$ , der des Protons  $P$  wird mit  $p$  bezeichnet. Nach der Streuung hat das auslaufende Elektron den veränderten Viererimpuls  $k'$ .

Bei der Streuung wird ein virtuelles Photon ausgetauscht, das durch den Vierervektor  $q = k - k'$  charakterisiert ist.

Die Ruhemassen des Elektrons und des Protons sind klein im Verhältnis zur Masse des erzeugten hadronischen Systems und können in DIS deshalb in sehr guter Näherung vernachlässigt werden. Die relevanten lorentzinvarianten Variablen lassen sich dann wie folgt definieren:

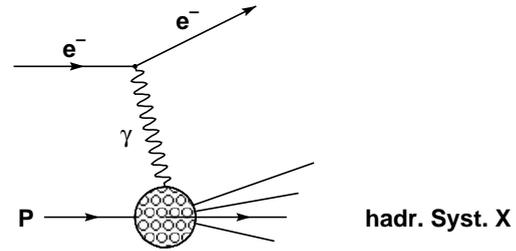


Abbildung 1.1: Graphische Darstellung einer tiefunelastischen Elektron-Proton-Streuung. Das Proton bricht in das hadronische System X der Masse  $W$  auseinander.

- $Q^2 = (k - k')^2 = -q^2$ , der **Impulsübertrag** zwischen Elektron und Proton
- $s$ , das Quadrat der **Schwerpunktsenergie**

$$s = (p + k)^2 \approx 4E_e E_p \tag{1.1}$$

- $x_{Bj}$ , die **Bjorken-Skalenvariable**, kurz auch als 'Bjorken x' bezeichnet

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2 p \cdot q} \quad , \quad Q^2 = x_{Bj} y s \tag{1.2}$$

- $\nu$ , **Energieverlust** des Elektrons im Protonruhesystem

$$\nu = \frac{q \cdot p}{m_p} \tag{1.3}$$

Der maximal mögliche Energieübertrag ist

$$\nu_{max} = \frac{s}{2 \cdot m_p} \tag{1.4}$$

- $y$ , ebenfalls eine **Skalenvariable**, die im Ruhesystem des Protons den Bruchteil des Energieverlustes des Elektrons bezogen auf den maximalen Energieübertrag  $\nu_{max}$  angibt:

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{\nu}{\nu_{max}} \tag{1.5}$$

- $W$ , das Quadrat der invarianten Masse des hadronischen Systems:

$$W^2 = (p + q)^2 \quad , \quad W^2 \approx Q^2 \frac{1-x}{x} \quad (1.6)$$

Um den Streuprozess vollständig zu charakterisieren, reichen zwei Variablen aus. Wenn z.B. die Energie und der Winkel des gestreuten Elektrons gemessen werden, ist die Kinematik des Ereignisses vollständig beschrieben. Für theoretische Zwecke, zur Darstellung des Wirkungsquerschnittes und zur Unterteilung der kinematischen Ebene werden  $x$  und  $Q^2$  oder  $x$  und  $y$  bevorzugt. Der Streuprozess heißt *tiefunelastisch*, wenn der Impulsübertrag und die hadronische Masse groß gegen die Masse des Protons sind, d.h.  $Q^2 \gg m_p^2$  und  $W^2 \gg m_p^2$  gilt. Je höher der Impulsübertrag  $Q^2$  ist, desto besser kann die innere Struktur des Protons aufgelöst werden. Das Photon agiert dabei als Sonde, die tief in das Proton eindringt und analog einem Mikroskop Objekte, die von der Größenordnung der Compton-Wellenlänge des Photons  $\lambda_c \sim 1/\sqrt{Q^2}$  sind, gerade noch auflösen kann.

Die Streuung gehört zur Ereignisklasse der 'Photoproduktion', wenn das Proton mit einem quasireellen Photon ( $Q^2 \approx 0$  GeV) wechselwirkt.

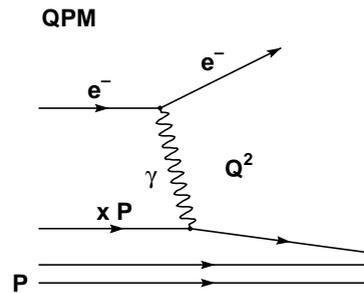
## 1.2 Das Quark-Parton-Modell

Experimente zur tiefunelastischen Elektron-Nukleon-Streuung, die 1969 in Stanford durchgeführt wurden, ergaben den ersten Hinweis auf eine Substruktur im Nukleon. Die punktförmigen Konstituenten des Nukleons wurden Partonen genannt, die später mit den Quarks identifiziert wurden. Noch bevor Messungen die Existenz von Quarks bestätigten, stellte Bjorken die Hypothese auf, daß die Strukturfunktionen (s. Abschnitt 1.3.1) der inelastischen Streuung bei großen Energie- und Impulsüberträgen des Elektrons nicht mehr von zwei Variablen ( $Q^2$ ,  $x_{Bj}$ ), sondern nur noch von  $x_{Bj}$  abhängen würden. Da  $x_{Bj}$  dimensionslos ist, das bedeutet, daß es keine relevante Massenskala gibt, wird dieses Verhalten *Skaleninvarianz* (oder 'scaling') genannt. Die anschauliche Bedeutung wird durch das *Quark-Parton-Modell* (QPM) vermittelt.

In diesem Modell wird angenommen, daß das Nukleon aus punktförmigen Konstituenten, den Partonen, aufgebaut ist, die im Limes großer Impulsüberträge ( $Q^2 \rightarrow \infty$ ), ('Bjorken-Limit') als freie Teilchen angenommen werden. Im Bezugssystem, in dem der Impuls des Nukleons sehr groß ist ('infinite momentum frame') und das bei HERA ungefähr dem Laborsystem entspricht, besteht das Proton dann aus einem Strom parallel fliegender Partonen, deren Transversalimpulse und Massen vernachlässigt werden können. Das Proton hat aufgrund der Lorentzkontraktion fast keine longitudinale Dimension und ähnelt deshalb einer 'Scheibe', in der sich die Partonen mit einem kleinen

Transversalimpuls  $k_t^2 \ll Q^2$  bewegen können.

Während der Wechselwirkungszeit verhalten sie sich wie freie Teilchen. Das Proton besteht im QPM aus drei punktförmigen, geladenen Konstituentenquarks mit Spin  $1/2 \hbar$ , die sich den Impuls des Protons teilen. Die tiefunelastische Streuung wird interpretiert als elastische Streuung des vom Elektron ausgesandten virtuellen Photons an einem der Konstituentenquarks. Der Beitrag des Prozesses in 0. Ordnung bzgl.  $\alpha_s$ , der energieabhängigen Kopplung der starken Wechselwirkung ist in Bild 1.2 als Feynmangraph dargestellt. Das gestreute Quark wird als Teilchenbündel ('Jet'), bestehend aus vielen Hadronen, im Detektor nachgewiesen. Um die Richtung des gestreuten Quark wird der 'current jet' ausgebildet. Die verbleibenden Konstituentenquarks des Protons bzw. das daraus entstehende hadronische System wird als Protonrest bezeichnet. Im QPM läßt sich  $x_{Bj}$  als der longitudinale Impulsbruchteil  $x$  des Quarks am Proton interpretieren. Das zu streuende Quark kann einen gewissen Transversalimpuls gegenüber der Impulsrichtung des Protons haben. Man spricht dann von einem 'intrinsic  $k_t$ ', daß das Quark besitzt.



**Abbildung 1.2:** Graph einer tiefunelastischen Elektron-Proton-Streuung in 0. Ordnung  $\alpha_s$ , das dem Quark-Parton-Modell entspricht.

### 1.3 Quantenchromodynamik

Aus der Grundannahme des Quark-Parton-Modells, nach der sich die Konstituentenquarks den Protonimpuls teilen, müßte folgen, daß die Summe über alle partonischen Impulsanteile eins ergibt. In früheren Experimenten der tiefunelastischen Streuung konnte aber gezeigt werden, daß die Quarks nur etwa die Hälfte des Protonimpulses tragen. Aus dieser Beobachtung wurde auf die Existenz der Gluonen geschlossen, die als die Vermittler der starken Wechselwirkung gelten. Sie wurden 1979 am Elektron-Positron-Speicherring PETRA nachgewiesen. Weiterhin ergaben Messungen, daß die Skaleninvarianz der Strukturfunktion  $F_2$  nur bei Werten von  $x_{Bj}$  um 0.25 gültig ist.

Bei größeren und kleineren Werten ist die Skaleninvarianz verletzt. Diese Abweichungen vom 'naiven' Quark-Parton-Modell können im Rahmen der 'Quantenchromodynamik (QCD)' erklärt werden.

Die Quantenchromodynamik ist die Eichtheorie der starken Wechselwirkung, die mit der nicht-abelschen Eichgruppe  $SU(3)_C$  verknüpft ist, da die Gluonen (im Gegensatz zu den Photonen) eine eigene Ladung tragen. Sie beschreibt die Wechselwirkung der Quarks untereinander durch den Austausch von Gluonen. Der nicht-abelsche Charakter der Eichgruppe führt dazu, daß die Gluonen auch mit sich selber wechselwirken können [Ynd93]. Den neuen Freiheitsgrad, bzw. die Ladung der starken Wechselwirkung nennt man 'Farbe'. Die Quarks bilden bezüglich der Farbladung Triplet-Zustände, die man durch die Farbzustände  $r, g, b$  beschreibt. Antiteilchen tragen die Antifarben  $\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$ . Die masselosen und flavour-neutralen Gluonen bilden ein Farb-Oktett und haben einen Farb-Antifarbinhalt (z.B. ' $g\bar{r}$ '). Alle in der Natur beobachteten Teilchen sind farbneutral. Die Farbneutralität ergibt sich aus der Überlagerung von unterschiedlichen Farbzuständen der Meson- oder Baryon-Wellenfunktion, in der sich die Nettofarbladung zu Null kompensiert.

Mit Hilfe dieses neuen Freiheitsgrades läßt sich z. B. erklären, warum die Wellenfunktion des  $\Delta^{++}$ -Baryons, das aus drei u-Quarks mit gleichgerichtetem Spin besteht, trotz dieses völlig symmetrisch gearteten Grundzustandes nicht das Pauli-Prinzip verletzt (nach dem die Wellenfunktion unter Vertauschung antisymmetrisch sein muß). Die Quarkzustände sind *nicht* identisch, da sie in verschiedenen Farbkombinationen vorkommen und somit unter Vertauschung zweier u-Quarks die vom Pauli-Prinzip geforderte Antisymmetrie erzeugen.

Die Stärke, mit der die Quarks und Gluonen untereinander koppeln, ist durch die *Kopplungskonstante*  $\alpha_s$  der starken Wechselwirkung gegeben. Sie ist abhängig von der Skala  $Q^2$  des Prozesses:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2 N_f) \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}. \quad (1.7)$$

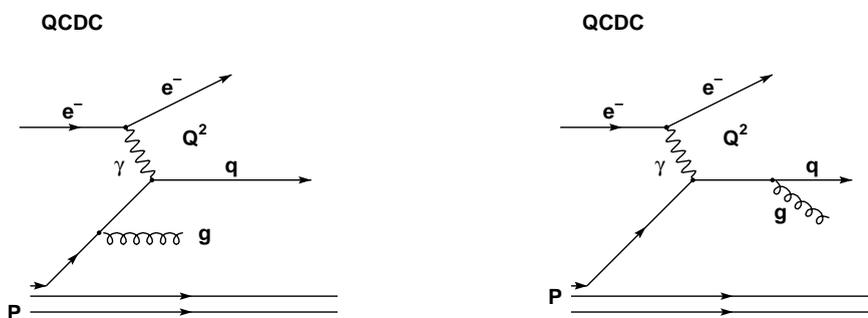
$N_f$  bezeichnet dabei die Anzahl der Quark-flavours, die am Prozeß beteiligt sein können und  $\Lambda_{QCD}$  einen freien Parameter der Theorie, der aus dem Experiment bestimmt werden muß. Er bezeichnet die Skala, bei der die Kopplung groß wird und die störungstheoretische Beschreibung von Quark-Gluon-Wechselwirkungen nicht mehr sinnvoll ist.  $\Lambda_{QCD}$  stellt somit eine Grenze dar zwischen der Beschreibung von quasi-freien Quarks und Gluonen oder der Betrachtung als Hadronen.

Die Eigenschaft  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$  für  $Q^2 \rightarrow \infty$  wird als *asymptotische Freiheit* bezeichnet und rechtfertigt nachträglich die Annahme im QPM, daß die Partonen bei hohem  $Q^2$  als quasifreie Teilchen mit dem Photon wechselwirken.

Im Parton-Modell wurde die dynamische Rolle der Gluonen vollständig vernachlässigt.

Im Rahmen der QCD besteht für Farbladungsträger aber die Möglichkeit der Gluonabstrahlung. Dadurch ergeben sich zwei Arten von QCD-Prozessen, die in 1. Ordnung  $\alpha_s$  beschrieben werden. Die Feynmangraphen können analog den Regeln der Quantenelektrodynamik (QED) berechnet werden, indem man an jedem Gluonvertex  $\sqrt{\alpha}$  durch  $\sqrt{\alpha_s}$  ersetzt. Ist  $\alpha_s$  klein, kann man die aus der QED bekannten Techniken der Störungstheorie anwenden.

Abbildung 1.3 zeigt den **QCD-Compton-Prozeß (QCDC)**, bei dem das einlaufende Quark ein Gluon abstrahlt. Dabei ist im Endzustand nicht zu unterscheiden, ob dieses vor oder nach dem elementaren Streuprozeß am  $\gamma - q$ -Vertex passiert ist. Deshalb tragen beide Diagramme in Abbildung 1.3 zum Wirkungsquerschnitt bei.



**Abbildung 1.3:** Feynmangraph für den QCD-Compton-Prozess, der in 1. Ordnung  $\alpha_s$  stattfindet.

Abbildung 1.4 zeigt die **Boson-Gluon-Fusion (BGF)**, den zweiten möglichen Prozeß in 1. Ordnung  $\alpha_s$ . Die BGF kann man sich so vorstellen, daß ein Valenzquark des Protons ein Gluon mit genügend großem Transversalimpuls abstrahlt, das sich dann in ein Quark-Antiquark-Paar aufspaltet und eines der Partonen am Photon gestreut wird.

Somit hat man bei Prozessen 1. Ordnung  $\alpha_s$  zwei Partonen im Endzustand. Der Graph, in dem keine Gluonabstrahlung auftritt und nur ein Quark im Endzustand hat, kann formal als Glied der 0. Ordnung in der QCD-Störungstheorie aufgefaßt werden.

### 1.3.1 Matrix-Element und Wirkungsquerschnitt

Die theoretische Beschreibung der Lepton-Nukleon-Streuung basiert auf der Separation der Wechselwirkung zwischen Photon und Lepton und der zwischen dem Photon und

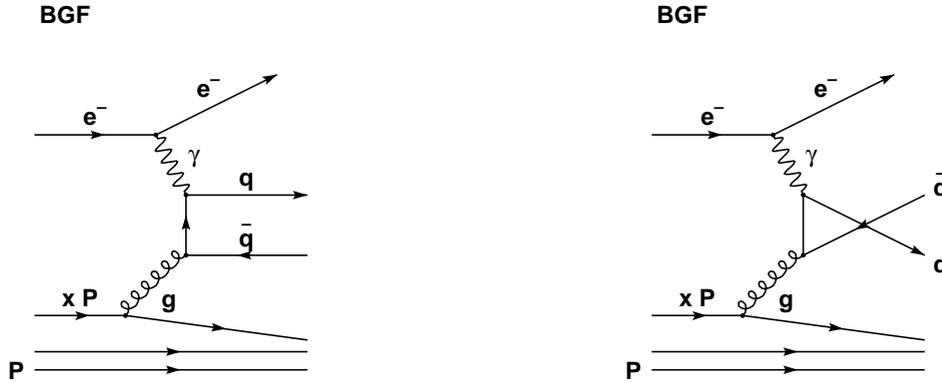


Abbildung 1.4: Feynmangraph für den Prozess der Boson-Gluon-Fusion, der in 1. Ordnung  $\alpha_s$  stattfindet.

dem restlichen hadronischen System. In diesem Sinne faktorisiert der zu berechnende differentielle Wirkungsquerschnitt in einen leptonischen Tensor  $L^{\mu\nu}$  und einen hadronischen  $W_{\mu\nu}$ , der jeweils die gesamte Information über den Teilchenstrom enthält, so daß

$$\frac{d\sigma^2}{dE_e d\Omega} \sim L^{\mu\nu} \cdot W_{\mu\nu} \quad (1.8)$$

gilt. Dabei ist  $d\Omega$  das Raumwinkelelement in Richtung des gestreuten Elektrons und  $E_e$  dessen Energie. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Ereignisse mit neutralem Strom kann geschrieben werden als

$$d\sigma_{NC} \sim |M_{fi}|^2 dx dQ^2 d\Gamma. \quad (1.9)$$

Hierbei charakterisiert das *Matrix-Element*  $M_{fi}$  den Übergang zwischen möglichen Anfangs- und Endzuständen (i,f) und  $d\Gamma$  den Phasenraum des hadronischen Systems im Endzustand. Der Leptontensor  $L^{\mu\nu}$  ist das Produkt zweier elektromagnetischer Dirac-Ströme (s. [HM94]), unter der Bedingung, daß man den Austausch des  $Z^0$ -Bosons vernachlässigt. Dies ist eine gute Näherung, da der Beitrag des  $Z^0$ -Bosons erst bei sehr hohen  $Q^2$ -Werten relevant wird. Der unbekannte Hadrontensor kann unter Ausnutzung der Stromerhaltung und Lorentzinvarianz durch zwei unabhängige Funktionen  $F_2(x, Q^2)$  und  $F_L(x, Q^2)$  beschrieben werden. Damit läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt mit Hilfe der in Abschnitt 1.1 definierten kinematischen Variablen schreiben als:

$$\frac{d\sigma_{NC}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{x Q^4} \left[ \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) \cdot F_2(x, Q^2) - \frac{y^2}{2} \cdot F_L(x, Q^2) \right]. \quad (1.10)$$

## 1.4. PARAMETRISIERUNG VON PARTONDICHTEFUNKTIONEN 11

$F_2(x, Q^2)$  und  $F_L(x, Q^2)$  sind die Strukturfunktionen des Protons.  $F_2$  kann (im sogenannten 'DIS-Renormierungsschema' in der nächstführenden Ordnung) interpretiert werden als Summe von Quark- und Antiquarkdichten:

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_f e_f^2 (q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)) \quad (1.11)$$

Die Summe geht über alle Sorten  $f$  von Konstituentenquarks, gewichtet mit deren elektrischer Ladung  $e_f$ . Die *longitudinale Strukturfunktion*  $F_L$  kann meist vernachlässigt werden, da sie mit einem in  $y$  quadratischen Term eingeht und diese Größe bei den betrachteten Messungen klein ist. Will man in der Berechnung des Matrix-Elementes QCD-Prozesse erster  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  berücksichtigen, führt das zu divergenten Ausdrücken. Man hat mathematische Verfahren entwickelt, um mit diesen Divergenzen umzugehen und sie in der Rechnung zu kompensieren. Die Singularitäten tauchen auf, wenn der Transversalimpuls des abgestrahlten Gluons oder dessen Energie gegen Null geht. Diese werden 'kollineare' und 'infrarote' Divergenz genannt.

## 1.4 Parametrisierung von Partondichtefunktionen

Das von der Skaleninvarianz abweichende Verhalten der Strukturfunktionen kann im Rahmen der QCD verstanden werden. Mit ansteigendem  $Q^2$  wird die Struktur des Protons besser aufgelöst, so daß das Photon nicht nur an einem Valenzquark des Protons, sondern auch an einem Seequark (aus der Wolke virtueller Quarks im Proton) gestreut werden kann. Seequarks tragen nur einen geringen Impulsbruchteil des Protons, und so wächst die Wahrscheinlichkeit, ein Seequark anzutreffen mit fallenden Werten für  $x_{Bj}$ . Um das Verhalten der Partondichtefunktion bei unterschiedlichen Werten von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  näherungsweise beschreiben zu können, bedient man sich der '*Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi*'-Entwicklungsgleichungen (kurz DGLAP [AP77] genannt). Sie bilden ein System aus Integro-Differential-Gleichungen, mit denen viele Vorhersagen der QCD berechnet werden können, wie zum Beispiel die Abhängigkeit der Partondichtefunktion von  $Q^2$  bei festen Werten von  $x_{Bj}$ . Ist die Partondichte für ein festes  $Q_0^2$  bekannt, beziehungsweise experimentell bestimmt, kann von diesem Ausgangspunkt aus die Änderung mit  $Q^2$  berechnet werden.

Es gibt verschiedene Ansätze, die eine Parametrisierung der Partondichtefunktion bei einem Minimalwert  $Q_0^2$  vornehmen. Die Gruppe von '*Martin, Roberts und Stirling*' (MRS) hat bei einem Startpunkt von  $Q_0^2 \approx 4 \text{ GeV}^2$  bestimmte  $x_{Bj}$  Abhängigkeiten für die Valenzquarks u, d, die Seequarks und die Gluonen aufgestellt. Diese Anfangsverteilungen werden mit Hilfe der DGLAP-Gleichungen in  $Q^2$  entwickelt, um dann die freien Parameter an experimentelle Daten anpassen zu können [MRS93]. Durch die Verwendung von HERA-Daten ist die Parametrisierung MRS-H zustande gekommen,

die unter anderen in dieser Arbeit verwendet wird.

Einen etwas anderen Ansatz haben *'Glück, Reya und Vogt'* (GRV) vorgeschlagen [GRV93]. Sie setzen ihren Ausgangspunkt bei  $Q_0^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$  fest. Bei diesem Wert werden die Dichteverteilungen für Seequarks und Gluonen valenzartig und unabhängig von den HERA-Daten aufgestellt.

# Kapitel 2

## Daten zum hadronischen Endzustand

### 2.1 Der hadronische Endzustand

An den Experimenten H1 und ZEUS bei HERA wird der hadronische Endzustand eines Ereignisses fast vollständig gemessen. Dieser besteht aus stark wechselwirkenden Teilchen, die in der Kollision entstehen. Einige der Teilchen verschwinden mit dem Protonrest im Strahlrohr und können nicht gemessen werden. Die Energie- und Impulsmessung einzelner Teilchen ermöglicht es, verschiedene Verteilungen zu erstellen. Die so gewonnenen Datentypen kann man in zwei Klassen unterteilen:

Zu den *Einteilchengrößen* gehören die Verteilungen, in denen die ausgewählte Eigenschaft (z.B. der Transversalimpuls) jedes einzelnen, erzeugten Teilchens gemessen wird. Bei Verteilungen, die aus *Ereignisgrößen* bestehen, z.B. dem Energiefluß und der Energie-Energie-Korrelation, wird die zu betrachtende Größe aus allen in einem einzelnen Ereignis auftretenden Teilchen zusammengesetzt.

Zur Erstellung dieser Verteilungen müssen die Akzeptanzbereiche verschiedener Größen, die ein Ereignis charakterisieren (z.B. die Elektronvariablen,  $Q^2$ ,  $W^2$ ), definiert bzw. eingeschränkt werden. Dazu gehört unter anderem die Forderung eines minimalen  $Q^2$ -Wertes, um keine Ereignisse aus der Photoproduktion zuzulassen, und die Beschränkung des kinematischen Bereiches, um die radiativen Korrekturen möglichst klein zu halten. Unter radiativen Korrekturen versteht man die Abstrahlung reeller Photonen vom ein- bzw. auslaufenden Elektron und die virtuellen Korrekturen am Elektron-Photon-Vertex. Bei der Teilung der kinematischen Ebene in mehrere Bereiche muß darauf geachtet werden, daß die Akzeptanz für die DIS-Ereignisse noch groß genug ist. Die angewandten Schnitte reduzieren den Untergrund im Datensatz so stark wie möglich.

## 2.2 HERA-Daten

Aus den publizierten HERA-Daten zum hadronischen Endzustand werden die Verteilungen ausgewählt, die auf Detektoreffekte (wie Auflösung und Akzeptanz) korrigiert sind, so daß die Meßpunkte direkt mit der Monte Carlo-Vorhersage verglichen werden können. Diese Zusammenstellung von Daten bildet die Grundlage für die Modellstudien. Die verschiedenen Verteilungen werden in diesem Abschnitt vorgestellt und erläutert. Die zugehörigen Abbildungen enthalten außer den Datenpunkten zusätzlich MC-Kurven, auf die in einem nachfolgenden Kapitel eingegangen wird.

1. Das  **$p_t$ -Spektrum** (in [ZEU96]) zeigt die Verteilung der Transversalimpulse (in GeV) aller auftretenden geladenen Teilchen, normiert auf die Anzahl der Ereignisse. Es werden nur Teilchen mit  $x_F > 0.05$  (zur Definition siehe 2.) berücksichtigt. Das Spektrum wird im hadronischen Schwerpunktsystem (CMS) gezeigt, das durch  $\vec{\gamma} + \vec{p} = 0$  definiert ist. Dort sind die auftretenden Impulse longitudinal und transversal bezüglich der Impulsrichtung des virtuellen Bosons definiert. Typisch für das Spektrum ist der steile Abfall der Verteilung, logarithmisch in der Y-Achse dargestellt (Abbildung 2.2 unten).

2. Die  **$x_F$ -Spektren** bilden die Verteilung des 'Feynman x', dargestellt im CMS bei unterschiedlichen mittleren Massen des hadronischen Systems  $W$  (Abbildung 2.2). Dabei ist  $x_F = 2p_z^*/W$  der skalierte longitudinale Impuls der Hadronen im CMS, da dort gilt  $p_{zmax} = W/2$ . Somit stellt  $x_F$  ein Maß für die 'Geschwindigkeit' (bzw. den longitudinalen Impuls) der Teilchen dar. Die Größe des 'Feynman x' zeigt ein skalierendes Verhalten, da sich für die Messung bei unterschiedlichem  $W$  das gleiche Spektrum ergibt.

3. Im sogenannten '**seagull plot**' wird der mittlere quadrierte Transversalimpuls  $\langle p_t^{*2} \rangle$  eines Teilchens gegen  $x_F$  aufgetragen. Es wird von allen geladenen Teilchen, die in dasselbe  $x_F$ -Intervall fallen, das mittlere  $p_t^{*2}$  berechnet, so daß sich die Darstellung  $x_F \leftrightarrow \langle p_t^{*2} \rangle$  ergibt. Es werden nur positive Werte von  $x_F$  (in Richtung des gestreuten Quarks) berücksichtigt. Erweitert man die Verteilung zu negativen Werten von  $x_F$ , in die Hemisphäre des Protonrestes, versteht man den Namen der Verteilung: Der vollständige Graph sieht aus wie eine stilisierte Seemöve. Abbildung 2.2 unten zeigt die Messung beider Kollaborationen. ZEUS zeichnet sich aufgrund der höheren Statistik des Datensatzes durch kleinere Fehlerbalken aus und mißt bis zu Werten von  $x_F = 0.73$ . H1 dagegen kommt zu niedrigeren Werten von  $x_F$  um 0.01.

Bei HERA wird der Transversalimpuls in einem Ereignis hauptsächlich durch die Gluonabstrahlungen erzeugt. Der Anteil, der von der Fragmentation oder dem 'intrinsic  $k_t$ ' aus dem Proton stammt, ist relativ klein. Der 'seagull plot' reagiert besonders empfindlich auf Gluonabstrahlungen.

4. Die Verteilung des **Energieflusses** ergibt sich aus der transversalen Energie, die in einem Ereignis erzeugt und in verschiedenen Bereichen gemessen wird. Diese Bereiche werden mit Hilfe der Pseudorapidität  $\eta = -\ln(\tan(\theta/2))$  charakterisiert. Zur Berechnung des Polarwinkels  $\theta$  verbindet man den Ort eines Teilchens mit dem Wechselwirkungspunkt und bestimmt den mit der Strahlachse eingeschlossenen Winkel. Dabei wird der Protonflugrichtung  $\theta = 0$  zugeordnet. Die Pseudorapidität verhält sich additiv unter einer Lorentztransformation im Gegensatz zum Polarwinkel selber. Abbildung 2.5 unten zeigt die Messung im Laborsystem, wobei zwei Bereiche von  $x_{Bj}$  unterschieden werden. Die Pseudorapidität  $\eta$  des gemessenen Teilchens wurde auf die im QPM erwartete Richtung des gestreuten Quarks ( $\theta_q$ ) bezogen, die allein aus dem Viererimpuls des gestreuten Elektrons berechnet werden kann ([H1C94], Gl. 3). Die Verteilung für kleine  $x_{Bj}$  (Abbildung 2.5 c) zeigt einen steilen Anstieg des transversalen Energieflusses, beginnend im Bereich negativer Rapidität (Rückwärtsbereich), bis zu einem Maximum von  $E_t = 3$  GeV im zentralen Detektor ( $2 < \eta < 3$ ). Dieser Anstieg ist bei großen  $x_{Bj}$  weiter in die Vorwärtsrichtung verschoben, was der Erwartung im QPM entspricht, wo das Quark mit steigendem  $x_{Bj}$  weiter in den Detektor hineingestreut wird. Die überwiegende Energiedeposition findet um das gestreute Quark herum statt ( $\eta - \eta_q = 0$ ), dort ist der 'current jet' ausgebildet.

Im hadronischen Schwerpunktsystem, entspricht die Richtung des 'current quark' im QPM der des ausgetauschten Bosons (Definition der positiven  $z$ -Achse). Es wird zwischen dem Bereich, in den das gestreute Quark läuft, 'current' Hemisphäre ( $\eta^* > 0$ ) und dem des Protonrestes, der 'target' Hemisphäre ( $\eta^* < 0$ ) unterschieden. Letztere ist aufgrund der beschränkten Akzeptanz des Kalorimeters nicht zu beobachten.

Eine detailliertere Studie des Energieflusses im CMS ist mit den Daten, wie in Abbildung 2.3 gezeigt, möglich. Die kinematische Ebene ist in neun Bereiche von  $x$  und  $Q^2$  unterteilt. Die Messung fällt in den Bereich  $-1 \leq \eta^* \leq 5$ .

Bei  $\eta^* = 5$  ist ein Abfall der Datenpunkte aufgrund der Akzeptanzbeschränkung zu beobachten. Die Daten bewegen sich um Werte von 2 GeV und haben ein erkennbares Maximum, das mit steigendem  $x$  und  $Q^2$  stärker ausgeprägt ist.

Um die Abhängigkeit der Transversalenergie mit  $x$  und  $Q^2$  besser quantifizieren zu können, summiert man im zentralen Pseudorapiditätsbereich ( $-0.5 < \eta^* < 0.5$ ) die Transversalenergie auf und trägt sie gegen den dort geltenden Wert von  $x_{Bj}$  bei jeweils konstantem  $Q^2$  auf. Das Ergebnis ist die Verteilung des 'mittleren  $E_t$ ' ( $\langle E_t \rangle$ ) in Abbildung 2.4.

5. Die **Energie-Energie-Korrelation** ist eine Größe, die empfindlich auf die Unterschiede in den QCD-Modellen reagiert und somit von besonderem Interesse bei vergleichenden Studien ist.

Die Korrelation der transversalen Energie zweier Teilchen im Laborsystem wird in Abhängigkeit des Abstandes der Teilchen betrachtet. Der Abstand  $\omega$  wird hier zwi-

schen zwei Teilchen in der  $\eta$ - $\phi$  Ebene definiert durch:

$$\omega_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2 . \quad (2.1)$$

Die Korrelation  $\Omega$  im Abstand  $\omega$  wird dann definiert als:

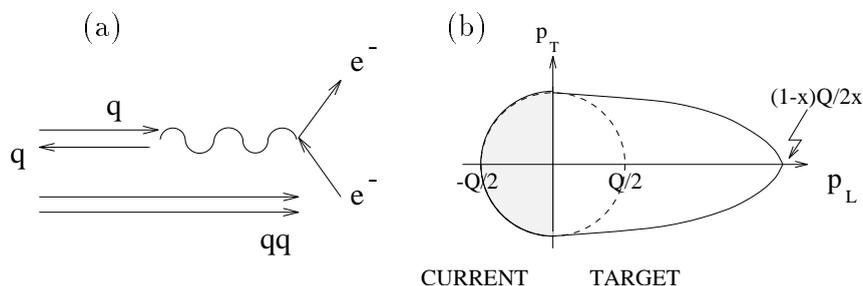
$$\Omega(\omega) = \frac{1}{N \Delta\omega} \sum_N \sum_{i,j;i \neq j} \frac{E_{ti} E_{tj}}{p_{te}^2} \int_{\omega - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega + \frac{\Delta\omega}{2}} \delta(\omega' - \omega_{ij}) d\omega' \quad (2.2)$$

Diese Größe ist auf die Anzahl der Ereignisse  $N$ , die Intervallbreite  $\Delta\omega$  und den Transversalimpuls des Elektrons  $p_{te}^2$  im jeweiligen Ereignis normiert. Weil über alle möglichen Teilchenpaare in einem Ereignis summiert wird, trägt jedes auftretende  $E_t$  mehrfach zur Korrelationsfunktion bei, und die statistischen Fehler sind nicht mehr unabhängig. Die Energie-Energie-Korrelation muß deshalb gesondert behandelt werden. Der Datensatz wurde unterteilt in Bereiche großer und kleiner  $x_{Bj}$  (Abbildung 2.5). Die Verteilungen zeigen einen charakteristischen Verlauf, den man durch die nähere Betrachtung von *Ein- und Zwei-Jet-Strukturen* verstehen kann:

In einem Ereignis mit einem Jet ist der Großteil der auftretenden Teilchen in einem engen Kegel räumlich zusammengefaßt. Damit sind die Abstände der zu bildenden Teilchenpaare fast Null. Das heißt, diese Art von Ereignis hat die meisten Einträge bei  $\omega \approx 0$ . Anders verhält es sich bei der Klasse der Zwei-Jet-Ereignisse. Es gibt nun zwei enggebündelte Teilchengruppen, die jeweils für sich bei  $\omega \sim 0$  beitragen. Die größere Anzahl an Kombinationen kann man aber zwischen den Objekten der beiden unterschiedlichen Jets herstellen. Im CMS werden die Jets auf Partonniveau entgegengesetzt im Winkel  $\theta$  erzeugt. Diese Eigenschaft ist für kleine  $Q^2$ -Werte bei der Transformation in das Laborsystem näherungsweise erhalten. Die Teilchen der Jets haben also einen Abstand  $\Delta\theta \approx \pi$  und liegen aufgrund der Bündelung in derselben Ebene ( $\Delta\phi \approx 0$ ). Ein ausgeprägtes Maximum von  $\Omega(\omega = \pi)$  wird erzeugt. Dieses ist in der Energie-Energie-Korrelation bei kleinen  $x_{Bj}$  zu erkennen, wo QCD-Prozesse in erster Ordnung  $\alpha_s$  vorherrschen und somit die Zwei-Jet-Struktur ausgeprägt ist. In den Daten für  $x_{Bj} > 10^{-3}$  findet eine Überlagerung beider Effekte statt, so daß man die beiden Maxima und ein breites Plateau dazwischen findet.

6. Eine weitere Gruppe von Daten bildet die **Mutiplizität geladener Teilchen** und die  **$\ln(\mathbf{1}/\mathbf{x}_p)$ -Verteilung**, die im Breitsystem dargestellt werden.

Das Breitsystem ( $\vec{\gamma} + x\vec{p} = 0$ ) erreicht man durch einen Lorentztransformation in  $z$ -Richtung vom CMS aus ( $\vec{\gamma} + \vec{p} = 0$ ). Im Breitsystem ist das virtuelle Boson vollständig raumartig, sein Viererimpuls ist  $p_\gamma = (0, 0, 0, p_z = -Q)$ , so daß keine Energie übertragen wird. Die Kollision des Quarks mit dem Photon entspricht der Reflexion an einer 'Wand' (dem ruhenden Boson) unter Impulserhaltung (auch 'Brick Wall Frame' genannt). Im Quark-Parton-Modell gilt für das einlaufende Quark  $p_z = Q/2$  vor und



**Abbildung 2.1:** (a) Darstellung einer Photon-Quark-Kollision im Breitensystem  
 (b) Phasenraum des longitudinalen und transversalen Impulskomponente eines Teilchens im Breitensystem.

$p_z = -Q/2$  nach der Streuung. Dadurch werden wieder zwei Bereiche unterteilt, in denen die Teilchen im tiefunelastischen Streuprozess produziert werden: Die Region, in die das gestreute Quark fliegt ( $p_z < 0$ ), und die Targetregion mit  $p_z > 0$ . Den Phasenraum für den longitudinalen und transversalen Impuls eines einzelnen Teilchens zeigt Abbildung 2.1. Die Abweichung von der Kreisform im Targetbereich ist auf die Existenz des ausgedehnten Protonrestes zurückzuführen. In der  $e^+e^-$  Annihilation, wo die Kollision zwischen punktförmigen Teilchen stattfindet, ist der Phasenraum vollständig sphärisch. Beschränkt man die Messung bei HERA auf die Halbebene  $p_z < 0$ , lassen sich die Daten mit einem  $e^+e^-$  Prozeß bei einer Schwerpunktsenergie  $s = Q^2$  vergleichen. Dies erlaubt z.B. die Universalität der Quarkfragmentation zu testen. (Fragmentation s. Kapitel 3.3.1).

Abbildung 2.6 zeigt die ZEUS-Datenpunkte der gemessenen Multiplizitätsverteilungen in der 'current' Hemisphäre des Breitensystems. Der Datensatz ist unterteilt in zehn Bereiche der kinematischen Ebene zwischen  $10 < Q^2 < 1280 \text{ GeV}^2$  und  $6 \times 10^{-4} < x_{Bj} < 5 \times 10^{-2}$ . Mit steigendem Impulsübertrag  $Q$  erhöht sich die mittlere Multiplizität von geladenen Teilchen in einem Ereignis.

Der skalierte, longitudinale Impuls  $x_p$  wird aus dem gemessenen Impuls eines Teilchens und dem maximal möglichen Impuls  $p_{zmax} = Q/2$  berechnet. Der Kehrwert der Größe  $x_p = p_z/p_{zmax} = 2p_z/Q$  wird logarithmisch aufgetragen, damit die Verteilung ungefähr gaußförmig wird. In Abbildung 2.7 ist die  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung in denselben kinematischen Intervallen wie die Multiplizitäten dargestellt. Über den verfügbaren Bereich der kinematischen Ebene bewegt sich die Position des Maximums der Gaußkurve von  $x_p = 1.5$  nach  $x_p = 2.8$ , wenn man vom niedrigsten bis zum höchsten Intervall in  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  geht.

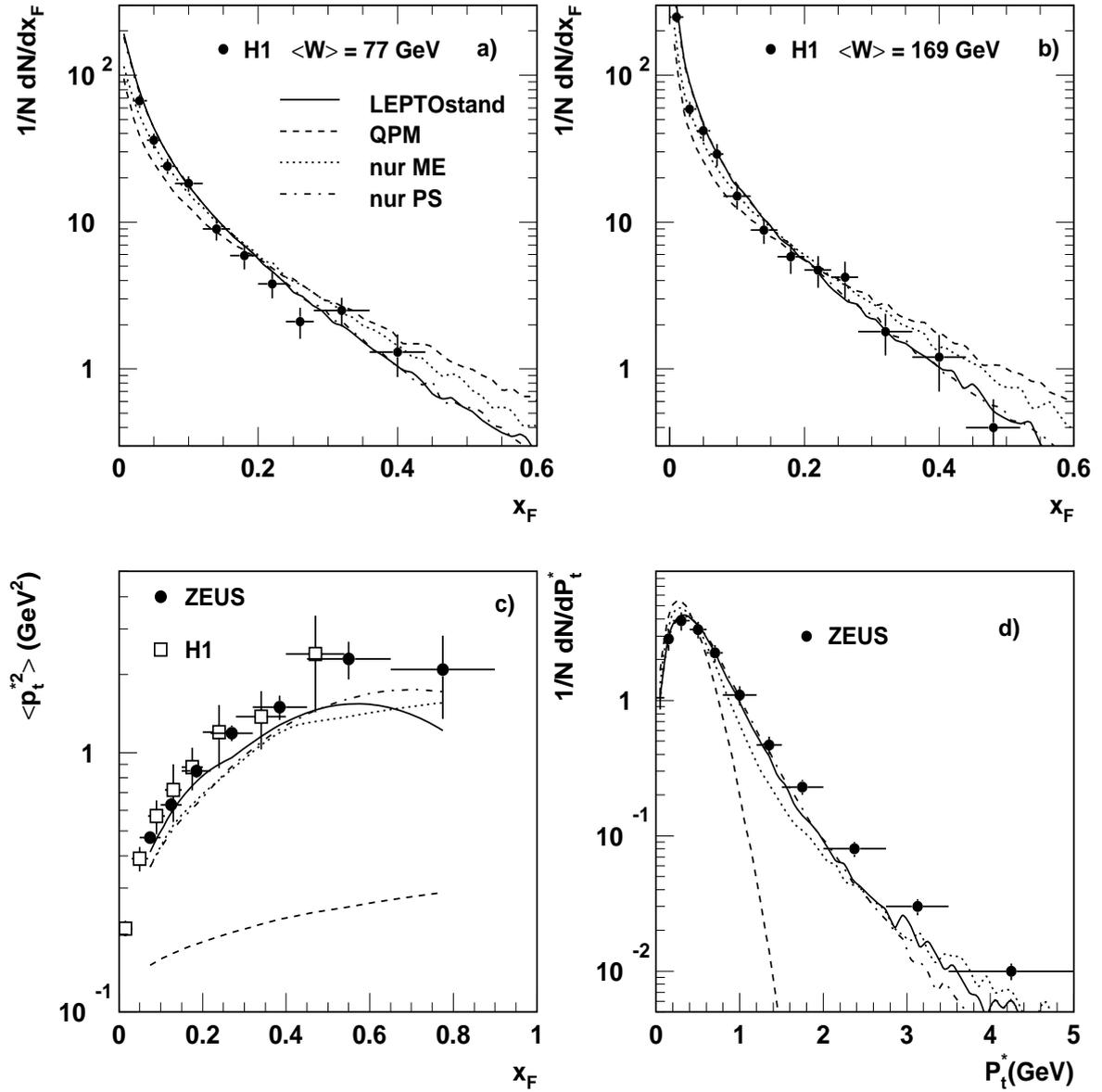


Abbildung 2.2: Die Punkte und offenen Quadrate zeigen die gemessenen HERA-Daten für die Größe  $x_F$  bei verschiedenen hadronischen Massen  $W$  (a) und b)), c) den 'seagull plot' ( $x_F \leftrightarrow \langle p_t^2 \rangle$ ) und d) das  $p_t$ -Spektrum. Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.

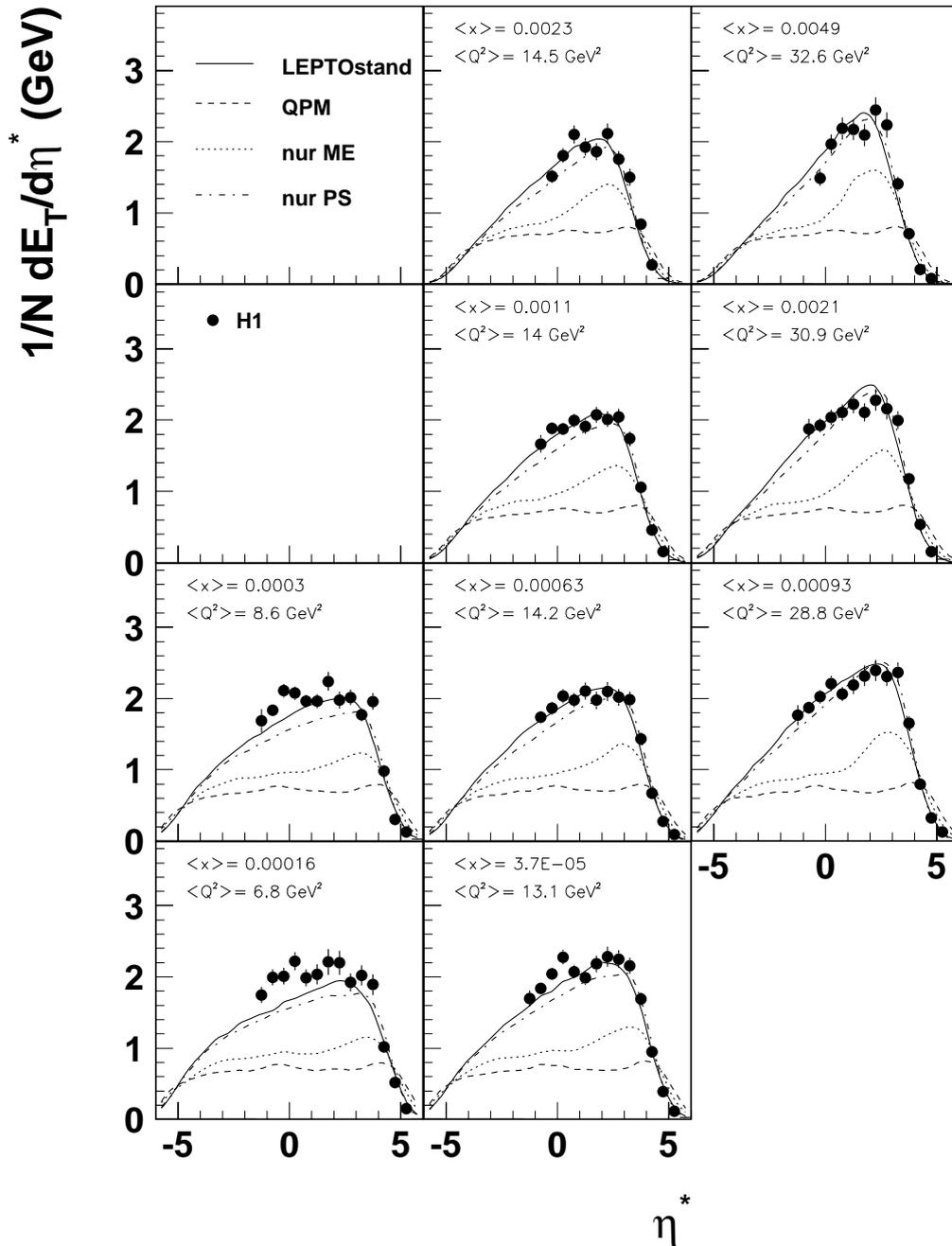


Abbildung 2.3: Die Punkte sind die H1-Daten des transversalen Energieflusses im Schwerpunktsystem als Funktion der Pseudorapidity  $\eta^*$  in 9 kinematischen Intervallen von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ . Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.

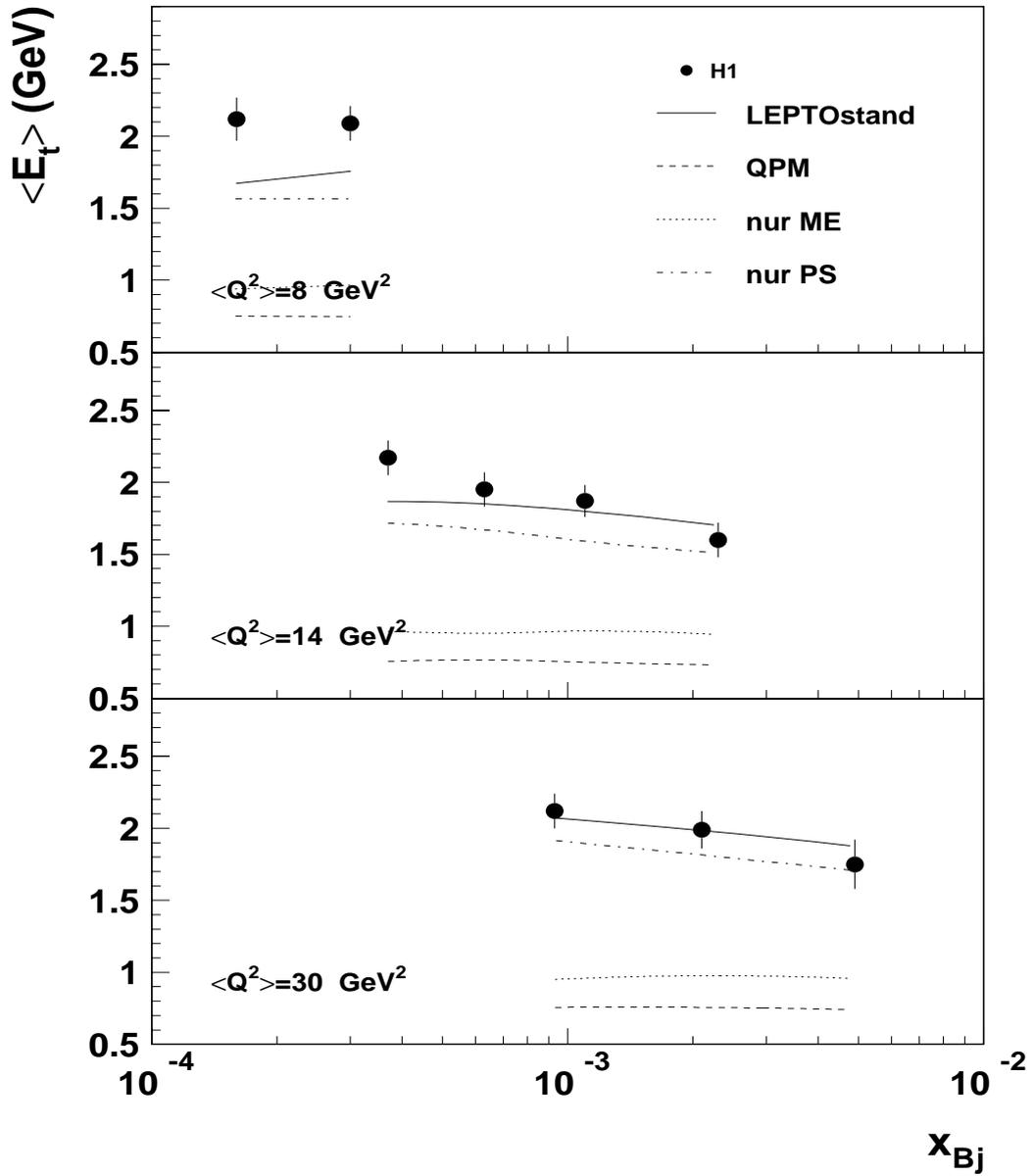


Abbildung 2.4: Die Punkte sind die H1-Daten für die mittlere transversale Energie, die sich aus den in Abbildung 2.3 definierten 9 kinematischen Intervallen von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  ergibt. Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.

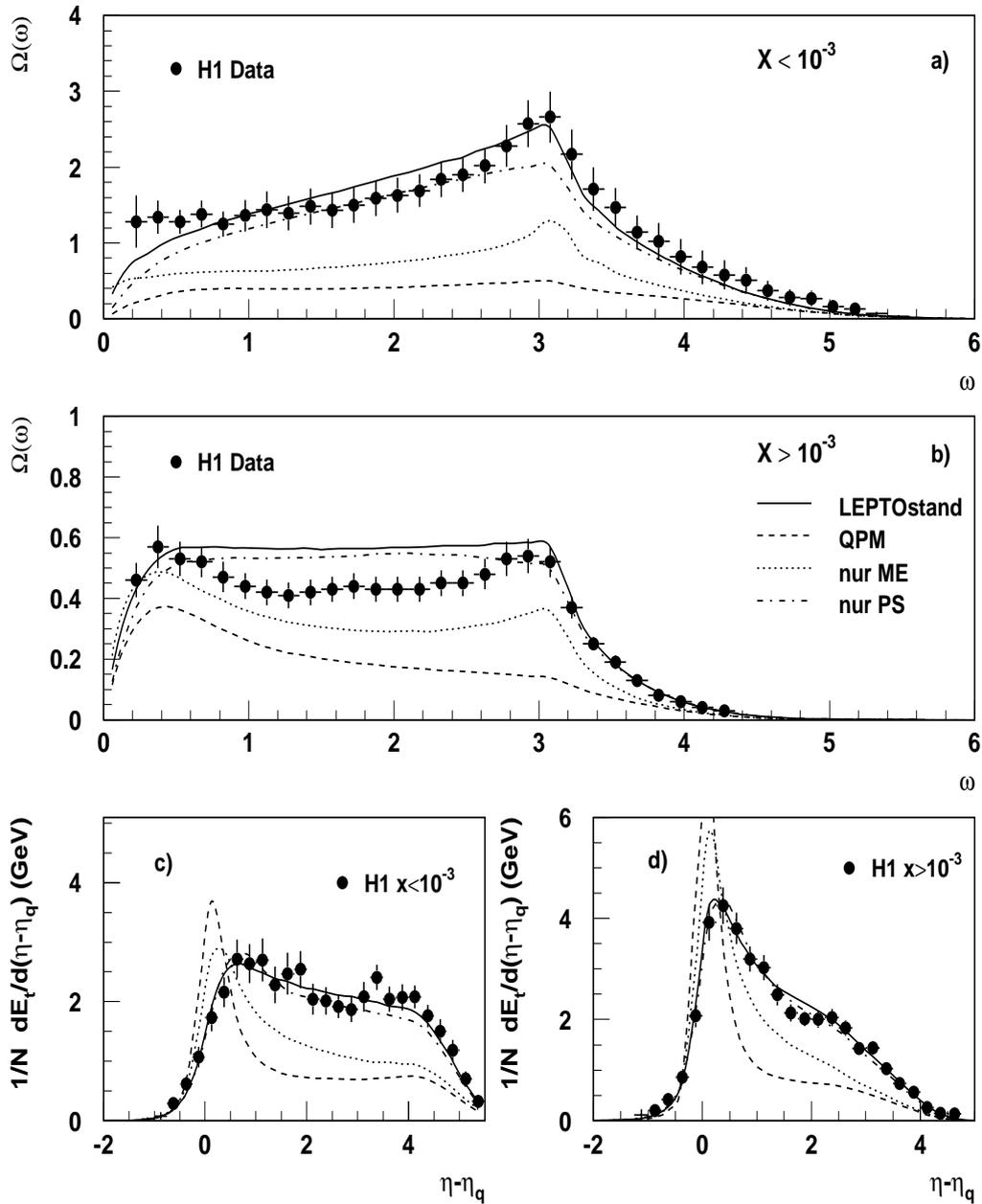
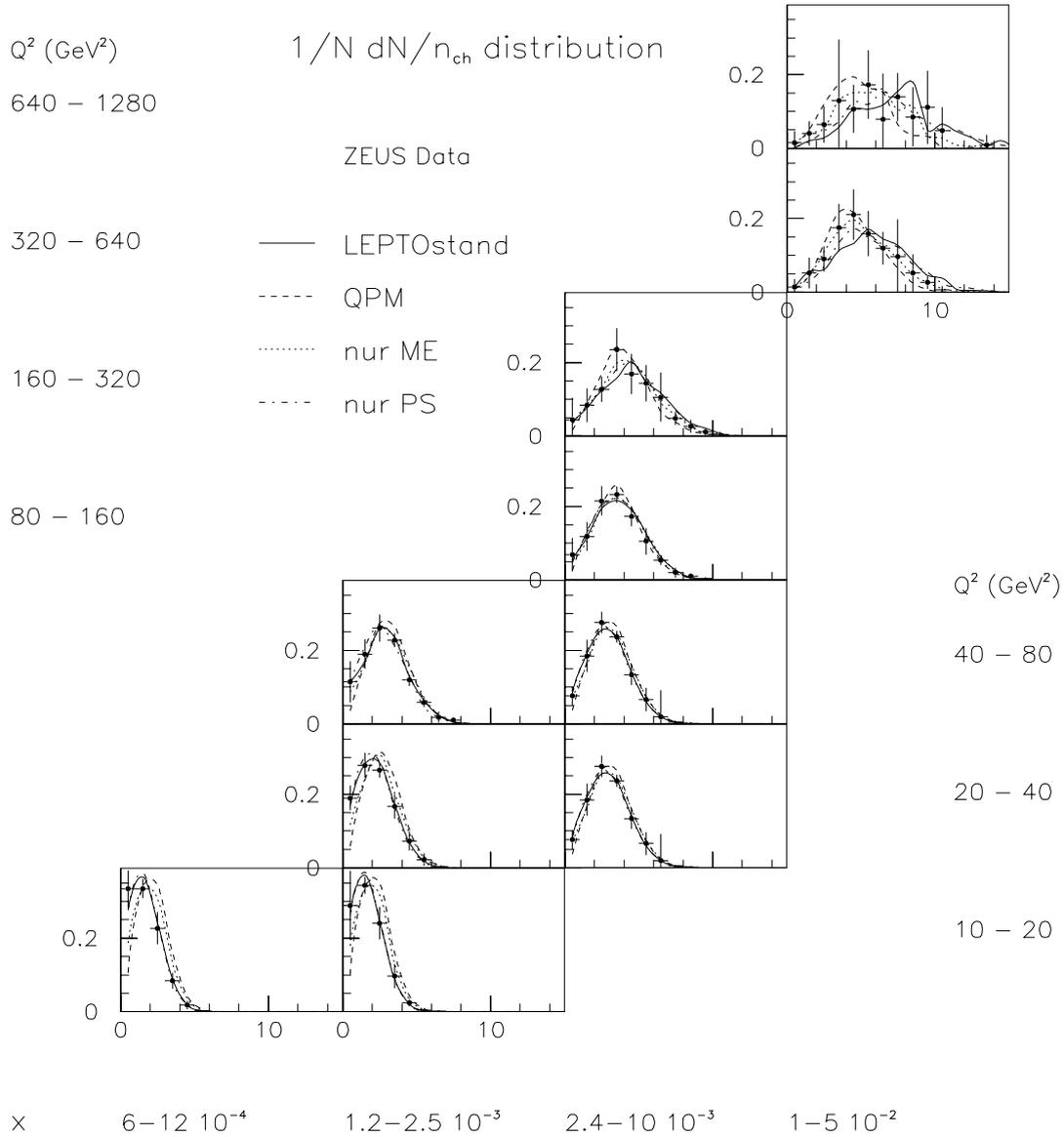
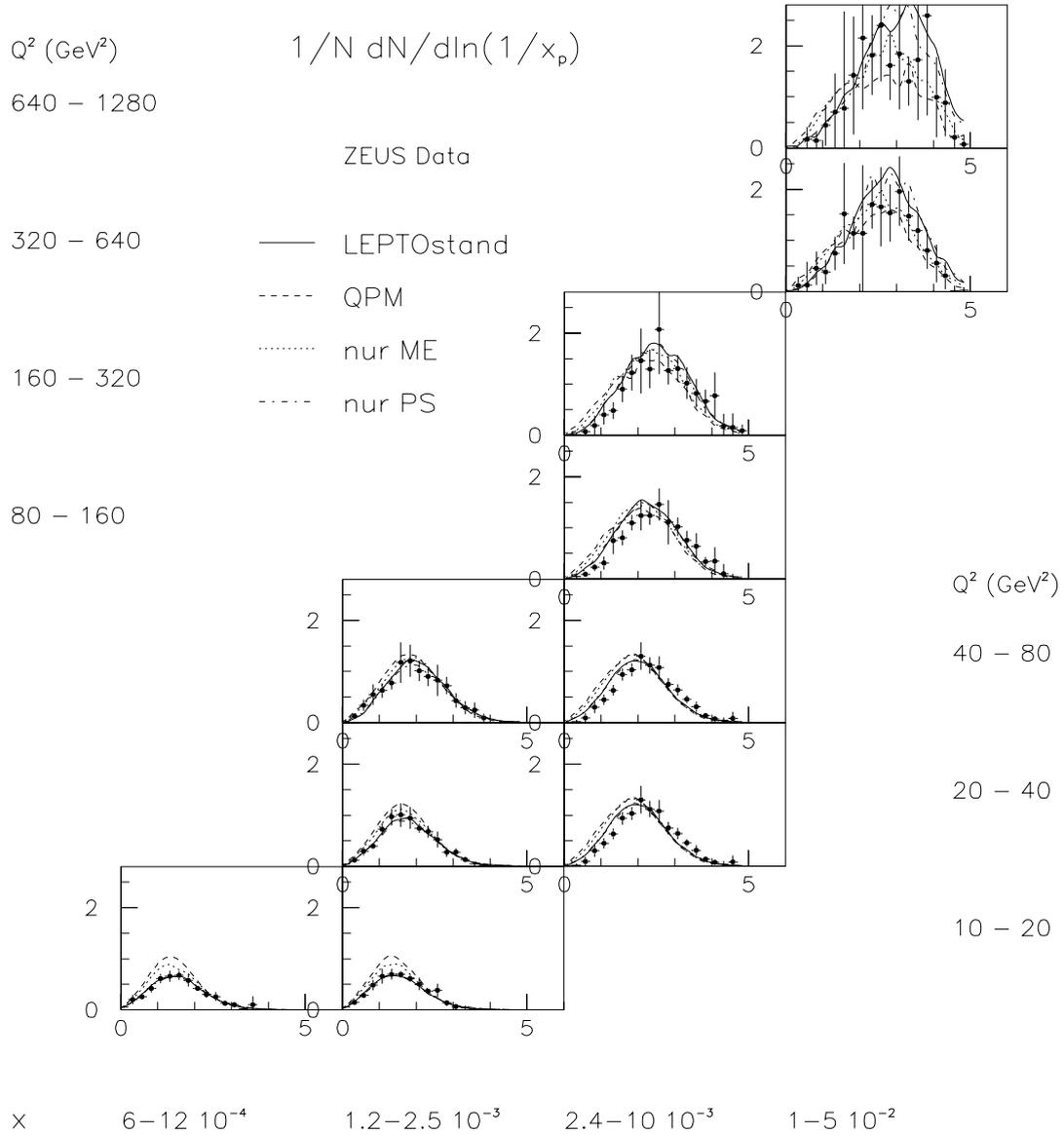


Abbildung 2.5: Die Punkte stellen die gemessenen H1-Daten dar. Die oberen beiden Graphen sind die Verteilungen für die Energie-Energie-Korrelation, unterteilt nach Ereignissen mit  $x_{Bj}$  kleiner und größer als  $10^{-3}$ . Unten ist der transversale Energiefluß im Laborsystem abgebildet, mit der gleichen Teilung in  $x_{Bj}$ . Die Pseudorapidität  $\eta$  des gemessenen Teilchens wird auf die im QPM erwartete Richtung des gestreuten Quarks ( $\theta_q$ ) bezogen. Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.



**Abbildung 2.6:** Die Punkte stellen die gemessenen ZEUS-Daten für die Verteilung der geladenen Multiplizität (im Breitsystem) in diversen Bereichen der kinematischen Ebene dar. Die Intervalle in  $x_{B_j}$  und  $Q^2$  sind an den Achsen angegeben. Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.



**Abbildung 2.7:** Die Punkte stellen die gemessenen ZEUS-Daten für die  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung (im Breitsystem) in verschiedenen Bereichen der kinematischen Ebene dar. Die Intervalle in  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  sind an den Achsen angegeben. Die Kurven werden im nachfolgenden Kapitel diskutiert.



# Kapitel 3

## Monte Carlo-Modelle

Für das Verständnis der physikalischen Prozesse bei HERA sind Monte Carlo-Generatoren unerlässlich. Die vorgestellten Daten zum hadronischen Endzustand in tiefunelastischer Streuung werden mit Modellen verglichen, die in Generatoren umgesetzt werden. Aufgrund der genauen Kenntnis der Modelleigenschaften und deren physikalischer Grundannahmen kann man durch den Vergleich mit den gemessenen Verteilungen auf die in der Natur stattfindenden Prozesse rückschließen. Dieses Kapitel soll einen Überblick geben über die Modelle, die den Generatoren LEPTO und ARIADNE zugrunde liegen, und spezielle Eigenschaften erläutern.

Ein Generator simuliert Ereignisse, die bei HERA in der e-p-Streuung auftreten können. Die Verwendung von Generatoren ([Sjö95]) und somit die Annäherung der Realität durch ein Modell wird mit theoretischen und experimentellen Argumenten gerechtfertigt. In einem Ereignisgenerator wird die komplexe Vielteilchenphysik in vielen kleinen Schritten behandelt. Dabei ist das Spektrum der vom Programm bereitgestellten physikalischen Größen, die studiert werden können, viel breiter und flexibler, als man mit einer analytischen Rechnung abdecken könnte, da der detaillierte Endzustand eines Ereignisses zur Verfügung gestellt wird. In erster Linie wird der Generator von experimenteller Seite aus dazu verwendet, die Durchführbarkeit einer geplanten Analyse zu testen, indem die Vorhersage von Ereignisraten und der Ereignistopologie abgefragt wird. Der zu erwartende Untergrund kann abgeschätzt und die Analysestrategie optimiert werden. Weiterhin spielt die genaue Kenntnis eines simulierten Endzustandes eine große Rolle bei Studien zum Verständnis des Detektors. So lassen sich mit Hilfe von Monte-Carlo-Vorhersagen die Daten auf Detektoreffekte, wie zum Beispiel Verluste aufgrund einer eingeschränkten Detektorakzeptanz, korrigieren. Die Messungen sind damit unabhängig vom Experiment und universell vergleichbar.

Die Ereignissimulation läßt sich in folgende Schritte unterteilen: Zuerst wird der Wirkungsquerschnitt der Reaktion berechnet und der elementare Streuprozeß generiert. Anschließend werden durch einen im Modell beschriebenen Mechanismus weitere Partonen erzeugt, bis dann alle Endzustandpartonen in die Phase der Hadronisierung eintreten. Diese gewährleistet den Übergang von Gluonen und Quarks in die im Detektor meßbaren Teilchen des hadronischen Endzustandes. Es findet also eine Zweiteilung statt zwischen der Erzeugung aller Partonen des Ereignisses und deren Hadronisierung.

### 3.1 LEPTO - der Lund Monte Carlo-Generator

LEPTO ist ein Programm zur vollständigen Simulation von Ereignissen in (tiefunelastischer) Lepton-Nukleon-Streuung.

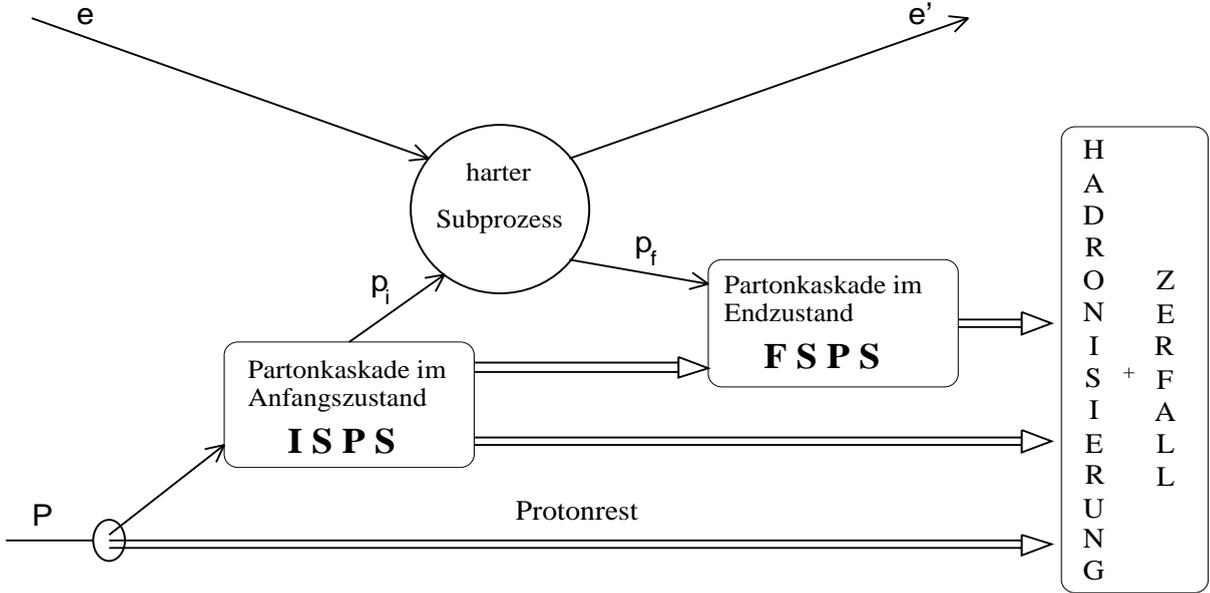
Die Wechselwirkung der Partonen wird für Prozesse bis einschließlich der 1. Ordnung in  $\alpha_s$  vollständig berechnet. Höhere Ordnungen werden durch den anschließenden Partonschauer näherungsweise eingebunden. Der Partonschauer im Anfangszustand wird mit Hilfe des Programms 'PYTHIA' gebildet. Die Fragmentation der Partonen in Hadronen basiert auf dem Lund-String-Modell und wird durch das Programmpaket JETSET realisiert ([Sjö94]).

Die einzelnen Phasen der Simulation sind schematisch in Abbildung 3.1 dargestellt und werden im folgenden erläutert.

Zu Beginn der Simulation findet eine Initialisierung statt, und die unabhängigen kinematischen Variablen werden per Zufallsgenerator erzeugt. Für die Beschreibung von Ereignissen des neutralen Stroms (NC), d. h. es wird ein  $\gamma$  oder  $Z_0$  als virtuelles Boson ausgetauscht, sind  $(x, Q^2)$  die bevorzugten Variablen. Der differentielle, elektroschwache Wirkungsquerschnitt, der die Basis für den Streuprozeß bildet, ist in Kapitel 1.3.1 angegeben. Zunächst wird durch eine numerische Integration über die kinematischen Variablen der totale Wirkungsquerschnitt berechnet. Anschließend wird ein Punkt des zugänglichen Phasenraumes mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} / \sigma_{tot}$  ausgewählt. Die dem Typ des Ereignisses entsprechenden weiteren kinematischen Variablen des Ereignisses werden innerhalb der Möglichkeiten gewürfelt und so der hadronische Endzustand auf Partonniveau erzeugt.

#### 3.1.1 Behandlung von Matrix-Element und Partonschauer

LEPTO ist ein Generator, der nach dem sogenannten 'ME+PS'-Schema arbeitet. Das bedeutet, daß die Erzeugung der Partonen eines Ereignisses zur n-ten Ordnung  $\alpha_s$  in



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung der Simulation tiefunelastischer Ereignisse durch LEPTO. Klar zu erkennen ist die Zweiteilung in Phase der Erzeugung aller Partonen (dazu gehören die durch 'ISPS', 'harter Subprozess' und 'FSFS' bezeichneten Felder) und die anschließende Phase der Hadronisierung.

zwei Schritte unterteilt wird. Mit dem Matrix-Element (ME) wird die erste Ordnung in  $\alpha_s$  exakt berechnet. Die höheren Ordnungen werden näherungsweise durch die Emission von Partonen im Anfangs- und Endzustand, den Partonschauer (PS), eingebunden. Der beschreibende Phasenraum des Ereignisses wird also von verschiedenen Teilen abgedeckt.

**Das Matrix-Element (ME)** beschreibt den 'harten Subprozess' bis einschließlich der ersten Ordnung in  $\alpha_s$ . In erster  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  ist es eine komplizierte Funktion, die außer den beiden unabhängigen Variablen  $(x, Q^2)$  drei weitere Freiheitsgrade hat, nämlich die Energie und den Polar- und Azimutalwinkel eines der beiden erzeugten Partonen (s. Bild 1.3 und 1.4). Diese werden ausgedrückt durch die Variablen  $x_p$ ,  $z_q$  und  $\phi$ . Wenn  $\xi$  der Impulsbruchteil des einlaufenden Partons am Proton ist und  $p_q$  der Viererimpuls des Partons im Endzustand, kann man  $x_p$  und  $z_q$  definieren als:

$$x_p = \frac{x_{Bj}}{\xi}, \quad z_q = \frac{P \cdot p_q}{P \cdot q}. \quad (3.1)$$

Der entsprechende Wirkungsquerschnitt ist fünffach differentiell:

$$\frac{d\sigma^5}{dx dQ^2 dx_p dz_q d\phi}. \quad (3.2)$$

Der QCD-Wirkungsquerschnitt hat verschiedene Arten von Divergenzen (z.B. infra-rot und kollinear), die zum Teil durch virtuelle Korrekturen aufgehoben oder in der Strukturfunktion absorbiert werden. Das verbleibende divergente Verhalten für den Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Prozesses wird charakterisiert durch  $1/(1-x_p)(1-z_q)$  und für die Boson-Gluon-Fusion durch  $1/z_q(1-z_q)$ . Um den Bereich dieser Singularitäten in einer Monte Carlo-Simulation zu vermeiden, muß der Phasenraum, den das Matrix-Element abdeckt, beschränkt werden. Es gibt diverse Schemata, um diesen Schnitt zu machen. Hier sollen zwei vorgestellt werden. Die alten LEPTO-Versionen (speziell 6.1 und 6.3) benutzen das sogenannte *W-Schema* :

### 1. Das W-Schema

Die invariante Masse  $m_{ij}$  zweier Partonen bezogen auf die Masse des hadronischen Systems muß größer sein als ein Mindestwert  $Y_{cut}$ :

$$\frac{m_{ij}^2}{W^2} > Y_{cut} \quad , \quad m_{ij}^2 = (p_i + p_j)^2 \quad (3.3)$$

Dabei werden die Partonen des Protonrestes mitberücksichtigt.

### 2. Das $z\hat{s}$ -Schema

Seit der Version 6.4 wird das  $z\hat{s}$ -Schema verwendet, in dem die Beschränkung des Matrix-Elementes durch die Einschränkung zweier Variablen vollzogen wird:

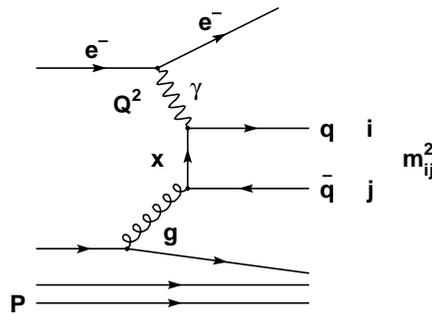
1. *Der Schnitt auf  $z_q$*  : Die Variable  $z_q$  kann im Intervall  $[0;1]$  Werte annehmen. Es wird an beiden Grenzen um den festen Wert  $z_{q,min}$  verkleinert, so daß gilt:

$$z_{q,min} < z_q < 1 - z_{q,min}. \quad (3.4)$$

$z_{q,min}$  wird in der Größenordnung von  $10^{-2}$  festgesetzt und die Pole bzgl.  $z_q = 0, z_q = 1$  werden damit explizit vermieden.  $z_q$  entspricht im Photon-Parton-Schwerpunktssystem einem Winkel:

$$z_q = \frac{P \cdot p_q}{P \cdot q} \approx \frac{1}{2}(1 + \cos \theta^*) \quad (3.5)$$

Mit dieser Einschränkung werden die infraroten und kollinearen Divergenzen bzgl. der Richtung des einlaufenden Partons vermieden. Eine kollineare Divergenz entsteht dadurch, daß der Winkel zwischen emittiertem Gluon und abstrahlendem Parton klein wird ( $\theta_{ij} \rightarrow 0$ ). Wenn die Energie des emittierten Partons, z.B. die des Gluons, das im QCD-Compton-Prozess vom einlaufenden Quark abgestrahlt wird, gegen Null geht, spricht man von einer infraroten Divergenz.



**Abbildung 3.2:** Feynmangraph eines BGF-Ereignisses in 1. Ordnung  $\alpha_s$  mit der Bezeichnung der invarianten Masse der Partonen für das  $\hat{z}\hat{s}$ -Schema, mir dem eine Beschränkung des Matrix-Elementes vorgenommen wird.

2. *Der Schnitt auf  $\hat{s}$ :* Ähnlich wie im  $W$ -Schema wird eine Randbedingung an die invariante Masse  $\hat{s}$  zweier Partonen (i, j) im Endzustand eines Ereignisses gestellt (vergl. Abbildung 3.2).

$$\hat{s} > \hat{s}_{min}. \quad (3.6)$$

Diese Bedingung reguliert die weichen und kollinearen Divergenzen im System der beiden Endzustandspartonen. Anders als im  $W$ -Schema ist die Einbeziehung der Partonen des Protonrestes verboten. Dieser Schnitt ist gänzlich unabhängig vom Protonrest und reguliert somit die möglichen Divergenzen, die im System der zwei erzeugten Partonen entstehen können.

Der Unterschied der beiden Schemata wird in [EIR96] diskutiert. Um die Effizienz eines Schemas zu beurteilen, werden  $\hat{s}$  und  $x_p$  in Beziehung gesetzt:

$$\hat{s} = Q^2 \left( \frac{1}{x_p} - 1 \right) \implies x_p < \frac{Q^2}{\hat{s}_{min} + Q^2} \quad (3.7)$$

Studiert man mit Hilfe dieser Relation das Verhalten des Wirkungsquerschnittes im  $z_q - x_p$ -Phasenraum, stellt man fest, daß man im  $z\hat{s}$ -Schema höhere Werte von  $x_p$  (d.h. kleinere in  $\hat{s}$ ) erreichen kann, ohne zu nahe an die Divergenzbereiche von  $z_q$  zu kommen. Das ist im  $W$ -Schema nicht möglich, da die Divergenzen nicht getrennt behandelt werden.

Wenn die kinematischen Größen  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  festliegen, wird in Abhängigkeit dieser Variablen entschieden, ob ein Ereignis in führender ( $q$ -Ereignis) oder in erster Ordnung  $\alpha_s$  ( $qg$ - oder  $q\bar{q}$ -Ereignis) generiert werden soll. Die Wahrscheinlichkeit für ein QPM-Ereignis ist definiert als  $P_q(x, Q^2) = 1 - P_{qg}(x, Q^2) - P_{q\bar{q}}(x, Q^2)$ , wobei  $P_{q\bar{q}}$  und  $P_{qg}$  die Wahrscheinlichkeit ein BGF- bzw. QCDC-Ereignis zu generieren bezeichnen.  $P_{qg}$  und  $P_{q\bar{q}}$  ergeben sich, wenn man im zugehörigen Ausdruck des Matrix-Elementes  $z_q$ ,  $x_p$  und  $\phi$  ausintegriert und durch  $d\sigma/dxdQ^2$  teilt. Wird das Matrix-Element in einem zu geringen Maße beschränkt, können die berechneten Wahrscheinlichkeiten  $P_{qg} + P_{q\bar{q}}$  den Wert eins überschreiten. In diesem Falle werden die Schnittwerte  $z_{q,min}$  und  $\hat{s}_{min}$  intern heraufgesetzt (vergl. Kapitel 4.4.1). Anhand der Wahrscheinlichkeiten wird ausgewählt, ob ein Prozeß nullter oder erster  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  generiert wird. Anschließend werden im letzteren Fall die Werte für  $z_q$ ,  $x_p$  und  $\phi$  gemäß der Formel des Matrix-Elementes gewürfelt.

Dort, wo das Matrix-Element in erster Ordnung  $\alpha_s$  divergent wird, sind nicht zu vernachlässigende Korrekturterme durch höhere Ordnungen zu erwarten. Daher sollten diese Bereiche des Phasenraumes besser durch den Ansatz des Partonschauers beschrieben werden, der die führenden logarithmischen Terme aller Ordnungen aufsummiert.

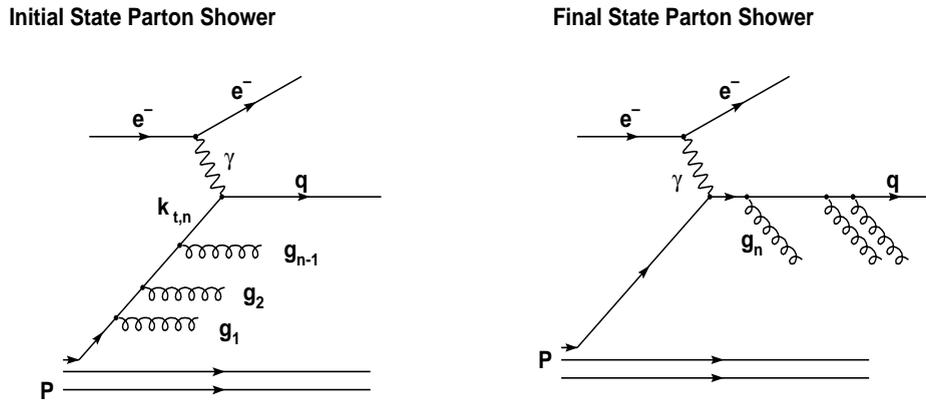
**Der Partonschauer (PS)** berücksichtigt näherungsweise die Partonemissionen höherer Ordnungen, die in einem Ereignis auftreten können. Die Berechnung basiert auf den Altarelli-Parisi-Entwicklungsgleichungen [AP77] und geschieht in der sogenannten *Leading Logarithm Approximation* (LLA), in der die höheren Ordnungen in  $\alpha_s$ , d. h. Terme  $\sim (\alpha_s \log \frac{Q^2}{Q_0^2})^n$ , aufsummiert werden. Die Multipartonemission wird damit faktorisiert in eine Serie von einzelnen Abstrahlungen, die jeweils durch die grundlegenden Verzweigungsprozesse  $q \rightarrow qg$ ,  $g \rightarrow gg$ ,  $g \rightarrow q\bar{q}$  charakterisiert sind.

Der Partonschauer wird aufgeteilt in einen Anteil herrührend vom Anfangszustand und einen zweiten vom Endzustand.

Der Partonschauer im Anfangszustand ('initial state parton shower', ISPS) wird durch die Abstrahlung von Gluonen gebildet, die durch eine Rückwärtsentwicklung vom elektroschwachen Vertex ( $\gamma$ -Parton) bis zum aus dem Proton austretenden reellen Parton hin beschrieben wird. Das einlaufende Parton erhält eine wachsende raumartige Virtualität ( $m_q^2 < 0$ ) durch die Abstrahlung von zeitartigen ( $m^2 > 0$ ) oder sich auf der Massenschale befindenden Gluonen ( $m_q^2 \approx 0$ ). Das Maximum der Virtualität ist am Photon-Vortex erreicht und entspricht dem Impulsübertrag  $Q^2$ .

Im Partonschauer im Endzustand ('final state parton shower', FSPS) werden weitere Gluonen mit abnehmender zeitartiger Virtualität emittiert. Dabei werden die Öff-

nungswinkel der Verzweigungen so gewählt, daß sie zunehmend kleiner werden. Die Entwicklung basiert auf dem Sudakov-Formfaktor, der die Wahrscheinlichkeit angibt, daß keine Verzweigung stattfindet. Der Prozeß wird fortgeführt, bis alle Virtualitäten unterhalb einer Grenze von  $m_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$  liegen. Dann werden alle erzeugten Partonen auf die Massenschale angehoben, und der Prozeß geht zur Hadronisation über. Der Verlauf eines Schauers im Anfangs- bzw. Endzustand ist in Abbildung 3.3 illustriert.



**Abbildung 3.3:** Feynmangraphen einer tiefunelastischen Streuung mit Partonschauer im Anfangs- und Endzustand

Die Aufteilung des Schauers in Anfangs- und Endzustand bedeutet eine Vernachlässigung von Interferenztermen zwischen abgestrahlten Gluonen, die zu einer Ordnung des Abstrahlungswinkels führen würden. Deshalb wird die strenge Winkelordnung für die Partonkaskade von LEPTO im nachhinein verlangt. Die Behandlung der Partonschauer als Korrekturen höherer Ordnung zum Matrix-Element bedeutet, daß der Partonschauer auf den gewählten Ereignistyp (QPM, QCDC, BGF) aufaddiert wird und damit keine Emissionen auftreten dürfen, die härter sind als die im Matrix-Element. Im Falle eines QPM-Ereignisses ist die maximale Virtualität durch die Abgrenzung gegen das Matrix-Element bestimmt, d.h. der Übergang zum Partonschauer im Anfangszustand findet bei  $z_{qmin} Q^2/x$  und zum Partonschauer im Endzustand bei  $\hat{s}_{min}$  statt (s. [EIR96]). Die maximale Virtualität der PS-Entwicklung ist nicht einfach durch  $Q^2$  gegeben, wie man aufgrund des Gebrauches der Altarelli-Parisi-Gleichungen erwarten dürfte. Die natürliche Skala des Partonschauers im Anfangszustand ist das Quadrat des Partonpropagators direkt vor dem elektroschwachen Vertex, d.h.  $k_{tn}^2$ , wie in Abbildung 3.3 bezeichnet. Dies kann zur Folge haben, daß bei kleinen  $x_{Bj}$  die Skala wesentlich größer werden kann als  $Q^2$ . Die Virtualitätsskala variiert von Ereignis zu Ereignis, d.h. es existiert eine dynamische Phasenraumgrenze zwischen ME und PS. Das führt dazu, daß

im  $z\hat{s}$ -Schema mit einem typischerweise kleinerem  $\hat{s}$ , weniger Phasenraum für den Partonschauer im Endzustand zugänglich ist, dem Schauer im Anfangszustand aber mehr Raum gelassen wird. Idealerweise sollte ein Modell stabil gegenüber Variationen dieser Phasenraumgrenze sein. Da diese Verschiebungen aber unterschiedliche Näherungen in störungstheoretisch behandelter QCD darstellen, wird es immer eine gewisse Abhängigkeit von den Grenzen geben. Die Ergebnisse, die unter Verwendung des  $z\hat{s}$ -Schemas erzielt werden, sind relativ stabil gegen Variationen der Phasenraumgrenzen.

Für den raumartigen Schauer wird eine Routine aus PYTHIA benutzt. Da der Partonschauer im Endzustand den Abstrahlungen im Prozess  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  entspricht und diese theoretisch gut verstanden und mit den Daten des 'Large Electron Positron' (LEP) Speicherringes am CERN (Centre Europeenne de la Recherche Nucleaire) getestet ist, werden zeitartige Schauer durch eine Routine aus JETSET gebildet.

Die Auswirkungen, die die Anteile des 'ME+PS'-Konzeptes auf die Verteilungen haben, zeigen die Monte Carlo-Kurven der Abbildungen aus Kapitel 2.2. Generiert wurden Ereignisse, die durch das Quark-Parton-Modell (QPM) (gestrichelte Linie), nur mit dem Matrix-Element (gepunktete Linie) oder nur durch den Partonschauer im Anfangs- und Endzustand, d.h. ohne das ME in erster  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  (gestrichpunktet) beschrieben wurden. Die  $x_F$ -Spektren aus Abbildung 2.2 zeigen, daß im QPM zu viele Teilchen mit hohem  $x_F$  erzeugt werden. Da es hier keine Gluonabstrahlungen gibt, wird der zur Verfügung stehende Longitudinalimpuls auf wenige Teilchen aufgespalten. Es werden QCD-Korrekturen, z.B. durch den Partonschauer, benötigt, um die Verteilung beschreiben zu können. Die Monte Carlo-Kurven im  $p_t$ -Spektrum zeigen Teilchen mit unterschiedlich hohem Transversalimpuls. Im Quark-Parton-Modell werden nur kleine Transversalimpulse erzeugt, und die Kurve liegt weit unterhalb der Daten. Erwartungsgemäß ist das Matrix-Element in der Lage, die Teilchen mit dem höchsten Transversalimpuls zu erzeugen. Es trägt dafür aber weniger im Bereich mittlerer  $p_t$  (1-2 GeV) bei. Diesen Bereich deckt der PS ab und beschreibt bis ca. 2 GeV die Daten am besten. Für Einträge über 3 GeV ist die Überlagerung mit dem Matrix-Element aber unerlässlich. Abbildung 2.5 c) und d) zeigt den Energiefluß im Laborsystem. Der Verlauf der gestrichelten Linie des QPM zeigt eine ausgeprägte Spitze bei  $\eta - \eta_q = 0$ , wo der Jet des gestreuten Quarks die weitaus größte Energiedeposition hinterläßt. Mit der Beschreibung durch den PS ist dieses einseitige Verhalten aufgehoben, da aufgrund der erhöhten Anzahl an Partonen im Ereignis mehr Teilchen zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest erzeugt werden, die zum Energiefluß beitragen. Bei kleinen  $x_{Bj}$  nehmen die Gluonabstrahlungen zu, und die Kurven werden wie die Datenverteilung breiter und flacher. Die Kombination 'ME+PS' ist erforderlich, um dem Verlauf gerecht zu werden. Betrachtet man den Energiefluß im CMS (Abbildung 2.3), wo die Darstellung nicht mehr auf die Richtung des gestreuten Quarks bezogen ist, kann man

das Anwachsen des Energieflußniveaus mit jeder zusätzlich berücksichtigten Ordnung in  $\alpha_s$ , d.h. den Übergang vom Quark-Parton-Modell über das Matrix-Element zum Partonschauer beobachten.

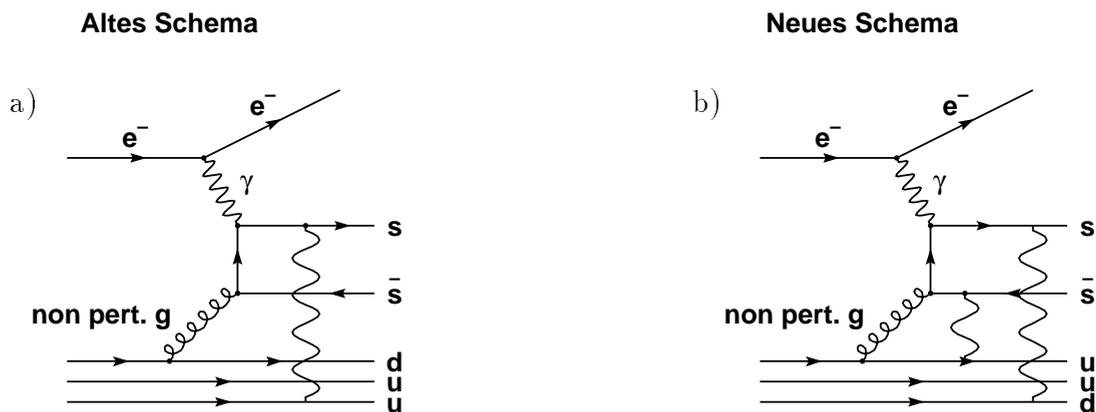
### 3.1.2 Effekte, die nicht störungstheoretisch beschreibbar sind

In der QCD können nicht alle Arten von Teilchenwechselwirkungen mit den Methoden der Störungstheorie beschrieben werden. Prozesse, die bei einer sehr niedrigen Energieskala ablaufen, sind mit diesem mathematischen Ansatz nicht zu erfassen. Es kann keine Vorhersage bzgl. einer physikalischen Größe berechnet werden. Nimmt man die Virtualität der Partonen als relevante Skala, so liegt die Grenze, die den Übergang in den nicht mehr beschreibbaren Bereich darstellt, bei ungefähr  $Q^2 \approx 1\text{GeV}^2$ . Der Vorgang der Hadronisation, also der Übergang der Partonen in Hadronen, muß deshalb von phänomenologischen Modellen behandelt werden. In LEPTO gibt es zwei weitere Mechanismen (seit der Version 6.3), die auf Ansätzen beruhen, die ebenfalls nicht mit den Mitteln der Störungstheorie zu behandeln sind. Zum einen wird das Modell der 'Soft Colour Interaction' eingeführt, das eine Farbrotaion am Ende der störungstheoretisch beschreibbaren Phase zwischen den Partonen vollzieht, und zum anderen wird die Behandlung von Seequarks, die am elementaren Streuprozeß teilnehmen, verändert. Beide Effekte werden im Modell durch ein Gluon initiiert, das einen verschwindend kleinen Transversalimpuls hat und somit störungstheoretisch nicht beschreibbar ist. Da diese Änderungen weitreichende Auswirkungen auf die betrachteten Verteilungen zum hadronischen Endzustand haben, werden die Modelleigenschaften dargestellt und anhand der Daten diskutiert.

#### Die Behandlung von Seequarks

Die Behandlung des Nukleonrestes hängt von der Art des Partons ab, das in den elementaren Streuprozeß eintritt. Nimmt ein Valenzquark an der Wechselwirkung teil, besteht der Protonrest aus einem einfachen Di-Quark, das als Anti-Farb-Triplett nach dem Lund-String-Modell zur Hadronisation mit dem gestreuten Quark (Farb-Triplett) durch einen String verbunden werden kann, der in der üblichen Weise zur Hadronproduktion beiträgt (näheres s. Kapitel 3.3.1). In den folgenden Abbildungen wird der String durch eine gewellte Linie symbolisiert. Ist das wechselwirkende Parton aber ein Seequark ( $q_s$ ), besteht das Restsystem aus den Valenzquarks des Protons und dem Partner des Seequarks ( $\bar{q}_s$ ). Wenn  $\bar{q}_s$  ein  $\bar{u}$ - oder  $\bar{d}$ -Quark ist, reduziert sich das Restsystem durch Quark-Antiquark-Annihilation wieder auf den Fall des Di-Quarks. Beim

Auftreten von anderen Quarkflavours kann das Antiquark  $\bar{q}_s$  mit einem Valenzquark des Protons zu einem Meson zusammengefaßt werden. Analog kann ein Baryon gebildet werden, wenn das Antiseequark am elementaren Streuprozeß teilnimmt und der Partner dem Protonrestsystem hinzugefügt wird. Das bedeutet, daß im Restsystem eine Aufspaltung stattfindet, bei der das gebildete Hadron einen Anteil  $z$  des vorhandenen Longitudinalimpulses gemäß einer Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(z)$  erhält. Ein kleiner Transversalimpuls  $p_t$  wird ebenfalls erzeugt. Dem verbleibenden Teil wird aus Erhaltungsgründen ein  $p_t$  gleicher Größe und entgegengesetzter Richtung zugeschrieben; der longitudinale Impulsbruchteil entspricht  $(1-z)$ . Figur 3.4 a) veranschaulicht die Entstehung eines Seequarks: Noch *innerhalb* des Protons wird ein Gluon mit sehr kleinem Transversalimpuls abgestrahlt, das in ein  $s\bar{s}$ -Paar übergeht. Das dann austretende  $s$ -Quark wird am Photon gestreut und ist als Farbtuplettconfiguration mit dem Di-quark des Protonrestes durch einen String gekoppelt. Das  $\bar{s}$  bildet z.B. mit dem  $d$ -Quark als Farbsinglettzustand ein Meson.



**Abbildung 3.4:** a) zeigt den Graphen für die alte Behandlung von Seequarks, wo nur ein String (gewellte Linie) zwischen dem gestreuten Quark ( $s$ ) und Di-Quark (z.B.  $uu$ ) gezogen wird, da mit dem Antiquarkpartner ein Meson (z.B.  $\bar{s}u$ ) gebildet wird. Die neue Behandlung nach Graph b) hebt die Mesonbildung auf, so daß ein zweiter String gezogen werden kann.

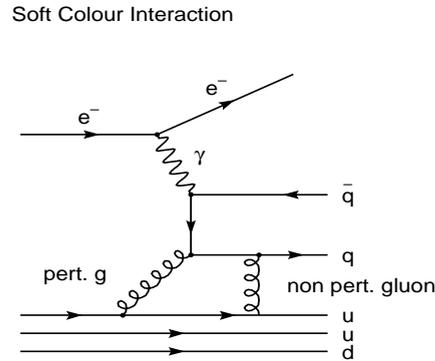
Diese Behandlung von Seequarks wurde (seit Version LEPTO 6.3) dahingehend geändert, daß der Seequarkpartner ( $\bar{q}_s$ ) als dynamisches Teilchen behandelt werden kann. Dem  $\bar{q}_s$  wird ein gewisser Bruchteil an Longitudinalimpuls gemäß der Altarelli-

Parisi-Verzweigungsfunktion  $P(g \rightarrow q\bar{q})$  gegeben. Mit dieser Behandlung wird der Seequark-Partner ebenfalls zum Endpunkt eines Strings und geht nicht mehr zusammen mit Quarks aus dem Proton direkt in ein Hadron über (siehe Abbildung 3.4 b). Die durch ein Seequark initiierte Zwei-String-Konfiguration stellt einen kontinuierlichen Übergang zur Anordnung dar, die durch ein BGF-Ereignis oder durch eine  $g \rightarrow q\bar{q}$  Aufspaltung im ISPS hervorgerufen wird. Daher wird die Abhängigkeit von den Abschneideparametern im ME und dem PS verringert. Je nach Impuls des Seequarkpartners reicht der zusätzliche String auch in den meßbaren Rapiditätsbereich und trägt durch seine Hadronisation zur Teilchenproduktion und damit zum Beispiel zum Energiefluß bei. Die detaillierte Auswirkung auf die Verteilung des transversalen Energieflusses zeigt Abbildung 3.16 in neun kinematischen Bereichen. Die gepunktete Monte Carlo-Kurve ohne die neue Behandlung der Seequarks liegt in jedem Intervall unterhalb der durchgezogenen Linie der Standardversion, bei der diese Option eingeschaltet ist. Besonders stark ist der Effekt aber in den Bereichen, wo  $x_{Bj}$  klein ist. Je kleiner  $x_{Bj}$  ist, desto höher wird die Wahrscheinlichkeit, daß ein Seequark aus dem Proton am Photon gestreut wird.

### Soft Colour Interaction

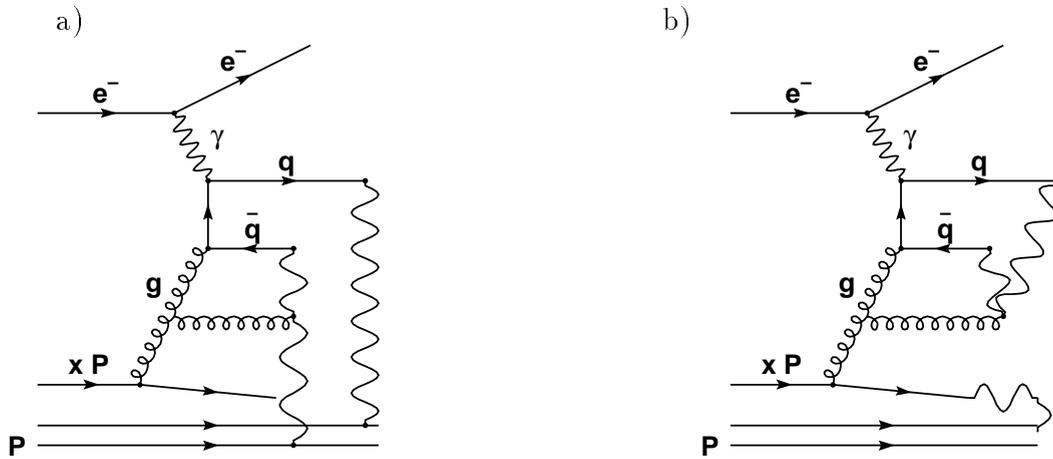
Das Konzept der 'Soft Colour Interaction' (SCI) wird seit der Version 6.3 in LEPTO verwendet und ist ein Ansatz zur Veränderung der Farbkonfiguration, der nicht mehr in den Bereich der störungstheoretischen Behandlung des Ereignisses fällt. Der Ausgangspunkt ist der von Matrix-Element und Partonschauer erzeugte partonische Endzustand. Wenn die Virtualität der Partonen in der Schlußphase klein geworden ist, sind die Partonen durch die Art ihrer Farbladung getrennt und werden unter Anwendung des Lund-Modells (Kapitel 3.3.1) durch einen String verbunden, aus dem Teilchen über den gesamten Rapiditätsbereich erzeugt werden. In e-p-Kollisionen bei HERA wurde aber ein relativ großer Anteil an Ereignissen der tiefunelastischen Streuung gefunden (ca. 10%), bei denen eine Lücke in der Verteilung der Teilchen des hadronischen Endzustandes zu beobachten ist, wenn man die Teilchen nach ihrer Rapidität ordnet. Diese Klasse von Ereignissen kann durch das phänomenologische Modell des Pomeron-Austausches [IP93], [Jun95] gut beschrieben werden. Die 'Soft Colour Interaction' bietet hierzu eine Alternative auf der Basis nicht störungstheoretisch beschreibbarer QCD und erzeugt ohne die Verwendung des Pomerons Ereignisse mit Rapiditätslücke.

Der grundlegende Mechanismus basiert auf dem Austausch eines Gluons, das nur Farbladung und keinen Transversalimpuls trägt. So wird die Vorstellung umgesetzt, daß die im Ereignis erzeugten Partonen 'weich' mit dem Farbfeld des Protons wechselwirken, während sie es durchqueren. Die Wechselwirkung findet zeitlich gesehen spät im Ereignis statt, wenn alle Partonen erzeugt sind und die Hadronisation beginnt. Diese Wechselwirkung wird mit einem einfachen Modell simuliert: Alle erzeugten Partonen,



**Abbildung 3.5:** Graphische Darstellung eines BGF-Ereignisses mit Austausch eines störungstheoretisch nicht beschreibbaren Gluons (non.-pert.), das den Mechanismus der 'Soft Colour Interaction' initiiert.

inklusive der des Protonrestes, können paarweise ihre Farbladung mit einer Wahrscheinlichkeit  $R$  tauschen. In Abbildung 3.5 ist das Zustandekommen der 'Soft Colour Interaction' anhand eines BGF-Ereignisses graphisch dargestellt. Zwischen dem partonischen System des elementaren Subprozesses und dem Protonrest wird ein Gluon ausgetauscht, das nur die Farbkonfiguration und nicht die Kinematik ändert. Dadurch werden andere mögliche Stringkonfigurationen erzeugt: Betrachtet man ein Ereignis mit mehreren Partonen, wird zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest ein String gespannt, an dem die Gluonen der Reihe nach angekoppelt sind (Bild 3.6 a). Wird die Farbladung der Partonen im Ereignis verändert, kann die Konfiguration von Abbildung 3.6 b) entstehen: Die Strings zwischen den Partonen des elementaren Streuprozesses und dem Protonrest sind nicht durchgehend, so daß ein Bereich entsteht, wo keine Fragmentation stattfindet, also keine Teilchen erzeugt werden. Neben der Erzeugung von Ereignissen mit Rapiditätslücke hat die 'Soft Colour Interaction' einen weiteren Effekt, der sich auf die Beschreibung der DIS-Daten auswirkt. Nach der Farbrotation können Stringkonfigurationen erreicht werden, bei denen die Gesamtlänge des erzeugten Strings gegenüber der konventionellen Beschreibung (Abbildung 3.6 a)) wesentlich vergrößert wird. Wie die Graphen 3.7 a) und b) zeigen, kann der String in der Gluonleiter vor und zurück laufen und somit mehr Energie pro Rapiditätseinheit erzeugen. Damit trägt der Mechanismus der 'Soft Colour Interaction' zur Erhöhung des transversalen Energieflusses bei. Den Unterschied mit und ohne 'Soft Colour Interaction' zeigt die gestrichelte Linie aus Abbildung 3.16 in neun kinematischen Bereichen der Verteilung im Schwerpunktssystem im Vergleich zur durchgezogenen Linie der Standardversion von LEPTO 6.4. Im Mittel wird durch die Benutzung der 'Soft

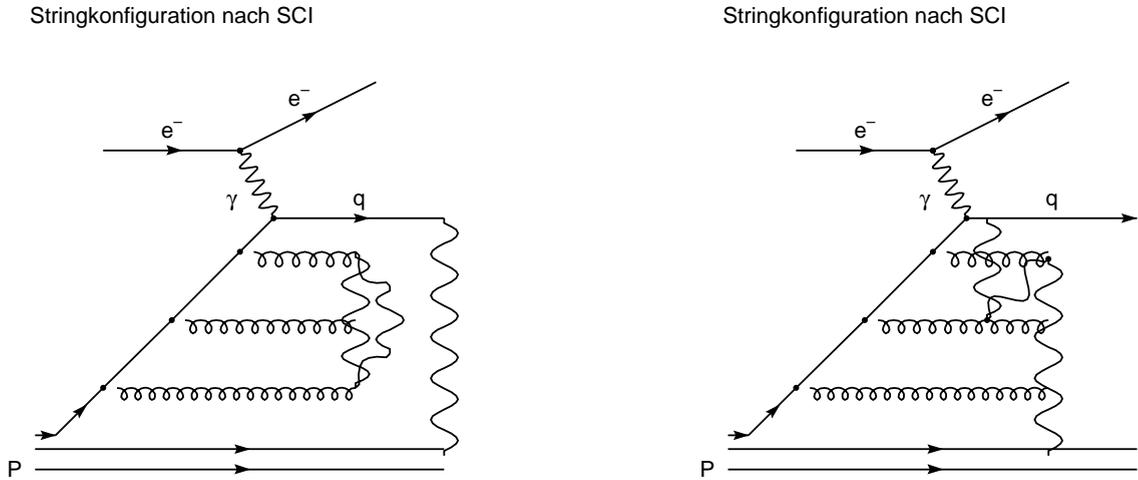


**Abbildung 3.6:** a): Darstellung eines BGF-Ereignisses mit Partonschauer im Anfangszustand und der üblichen Stringkonfiguration. Ein String wird durch eine gewellte Linie symbolisiert.  
 b): Veränderte Stringkonfiguration nach der SCI, so daß ein Ereignis mit Rapiditätslücke erzeugt wird.

Colour Interaction' ca. 0.5 GeV Transversalenergie in jedem  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  Intervall hinzugewonnen und die Beschreibung der Verteilung damit wesentlich verbessert. Allerdings hat die 'Soft Colour Interaction' auch entscheidenden Einfluß auf die Energie-Energie-Korrelation, (Abbildung 3.17), wo die Monte Carlo-Kurve den Verlauf der Daten ohne die Benutzung der 'Soft Colour Interaction' gut wiedergibt, die Beschreibung der Form aber gänzlich verloren geht, wenn man die Standardversion (mit SCI) betrachtet.

## 3.2 ARIADNE

ARIADNE gehört zur Familie der Lund-Monte Carlo-Programme. Er wird zur Beschreibung von Daten aus  $e^+e^-$ -Experimenten und der Lepto-Produktion wie bei HERA verwendet. Da ARIADNE nur die Partonkaskade erzeugt, kann dieses Programm nicht alleine verwendet werden, sondern braucht die Verbindung mit anderen Programmen, um als vollständiger Ereignisgenerator einsatzfähig zu sein. Für tiefunelastische e-p-Streuung übernehmen LEPTO und JETSET die Rolle der ergänzenden Elemente zu ARIADNE. LEPTO generiert die kinematischen Variablen  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  des Ereignisses gemäß dem elektroschwachen Wirkungsquerschnitt. Die Hadronisation



**Abbildung 3.7:** Zwei Graphen mit möglichen Stringkonfigurationen, bei einem quark-initiierten Ereignis mit Partonschauer im Anfangszustand, nachdem die SCI stattgefunden hat. Ein String wird durch eine gewellte Linie symbolisiert.

wird wie in LEPTO durch das Lund-String-Modell in JETSET vollzogen. In ARIADNE wird die Beschreibung der QCD-Kaskade durch das 'Farbdipol-Modell' (colour dipole model, CDM) gegeben. In diesem Modell werden Gluonen von Dipolen abgestrahlt, die aus zwei farbig geladenen Partonen bestehen. Das Matrix-Element wird in erster Ordnung  $\alpha_s$  berechnet, wobei sich der QCD-Compton-Prozess auf natürliche Weise durch den Abstrahlungsprozess ergibt. Die Boson-Gluon-Fusion hingegen, deren Anteil bei kleinen  $x_{Bj}$  dominant ist, muß zusätzlich in das CDM eingefügt werden (s. [Lön94]). Somit kann (seit Verson 4.05) das ME vollständig von ARIADNE behandelt werden und ist nicht wie früher auf die Übernahme von BGF-Ereignissen aus LEPTO angewiesen.

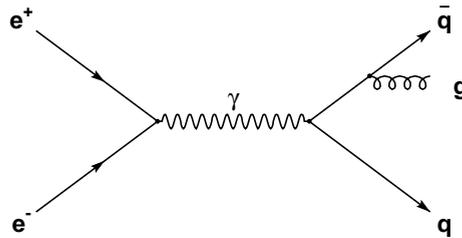
### 3.2.1 Das Farbdipol-Modell

Das Farbdipol-Modell (CDM) basiert auf der Annahme, daß die Gluonemission von einem  $q\bar{q}$ -Paar als Abstrahlung eines Farbdipols beschrieben werden kann, der zwischen den beiden farbgeladenen  $q$  und  $\bar{q}$  gebildet wird. Die Emission weiterer Gluonen kann in guter Näherung als Strahlung von einem der entstandenen *unabhängigen* Dipole ( $q - g$  oder  $g - \bar{q}$ ) angenommen werden. Zur Entwicklung des Formalismus ist es notwendig, den Wirkungsquerschnitt für die  $e^+e^-$ -Annihilation in ein  $q\bar{q}$ -Paar mit zusätzlichem

Gluon zu betrachten. Der *Dipol-Formalismus* ([GP88],[AG88],[AG91], [AG93]) ist eine alternative Beschreibung störungstheoretisch behandelbarer QCD, die außerdem gut geeignet ist, in Computersimulationen verwendet zu werden.

### Der Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$

Der Prozeß  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ , der zur Ordnung  $O(\alpha^2\alpha_s)$  stattfindet und in Bild 3.8 graphisch dargestellt ist, hat drei Partonen im Endzustand, die als Jets im Ereignis nachgewiesen werden können.



**Abbildung 3.8:** Feynmangraph für den Prozeß  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q}g$

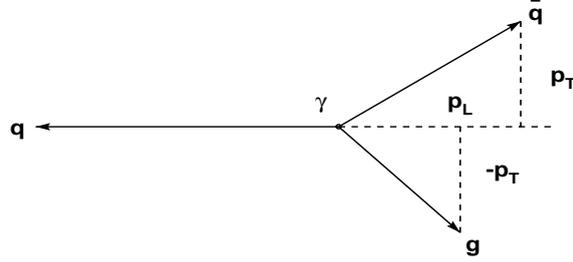
Zur Beschreibung dieser Drei-Jet-Ereignisse ([HM94]) werden die skalierten Energiebruchteile  $x_i$ ,  $i = q, \bar{q}, g$  der Endzustandspartonen eingeführt:

$$x_i = \frac{2E_i}{\sqrt{s_{dip}}},$$

mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie des  $e^+e^-$ -Systems  $s_{dip} = Q^2$ :

$$x_q = \frac{2E_q}{Q}, \quad x_{\bar{q}} = \frac{2E_{\bar{q}}}{Q}, \quad x_g = \frac{2E_g}{Q}. \quad (3.8)$$

Die kinematische Situation im Schwerpunktsystem des virtuellen Photons wird mit den Vektoren der entstehenden Longitudinal- und Transversalimpulse in Abbildung 3.9 veranschaulicht.



**Abbildung 3.9:** Kinematische Situation des Prozesses  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ , wenn das virtuelle Photon in seinem Schwerpunktsystem 'zerfällt'. Dabei bezeichnet  $p_T \equiv k_t$  den entstehenden Transversalimpuls.

Die skalierten Impulse sind definiert als

$$x_T = \frac{2p_T}{Q}, \quad x_L = \frac{2p_L}{Q}. \quad (3.9)$$

Daraus ergeben sich die auf  $Q/2$  skalierten Vierervektoren  $P_i^{scal}$  der Partonen:

$$\begin{aligned} P_q^{scal} &= (x_q, 0, 0, -x_q) \\ P_{\bar{q}}^{scal} &= (x_{\bar{q}}, x_t, 0, x_L) \\ P_g^{scal} &= (x_g, -x_t, 0, x_q - x_L) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aus der Forderung nach Energieerhaltung erhält man

$$\begin{aligned} x_q + x_{\bar{q}} + x_g &= x_\gamma = \frac{2E_\gamma}{Q} \Rightarrow \\ x_q + x_{\bar{q}} + x_g &= 2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

da gilt  $E_\gamma^2 = Q^2$ .

Geht man von masselosen Partonen im Endzustand aus, ergibt sich ein Ausdruck für den Transversalimpuls des Gluons:

$$\begin{aligned} (P_{\bar{q}}^{scal})^2 = 0 &\iff x_{\bar{q}}^2 - (x_T^2 + x_L^2) = 0 \\ (P_g^{scal})^2 = 0 &\iff x_g^2 - (x_T^2 + (x_L - x_q)^2) = 0 \\ \Rightarrow k_t^2 &= \frac{Q^2}{x_q^2} (1 - x_q)(1 - x_g)(1 - x_{\bar{q}}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

In der *Soft-Gluon-Näherung* (für  $E_g \rightarrow 0$ ) ist der Zerfall des Photons ungefähr symmetrisch in der Aufspaltung der Energie auf das Quark und Antiquark, d.h.

$$x_q \approx 1, \quad x_{\bar{q}} \approx 1, \quad x_q + x_{\bar{q}} \approx 2. \quad (3.13)$$

Ersetzt man  $x_g$  mit Gl. 3.11 und vernachlässigt die quadratischen Terme der kleinen Größen  $(1 - x_q)$  und  $(1 - x_{\bar{q}})$ , ergibt sich für den Transversalimpuls des Gluons ([AG88],[AG91]):

$$\mathbf{k}_t^2 = s_{dip} (1 - \mathbf{x}_q)(1 - \mathbf{x}_{\bar{q}}). \quad (3.14)$$

Die Rapidität  $y$  eines Teilchens ist definiert als

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (3.15)$$

Damit erhält man in der gleichen Näherung einen Ausdruck für die Rapidität des Gluons:

$$\mathbf{y} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 - \mathbf{x}_{\bar{q}}}{1 - \mathbf{x}_q} \right). \quad (3.16)$$

Der Wirkungsquerschnitt für Gluonemission aus einem  $q\bar{q}$ -Paar wird mit den Ausdrücken für  $k_t$  und  $y$  geschrieben als (s. [AG93], [HM94])

$$d\sigma = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1 - x_q)(1 - x_{\bar{q}})} dx_q dx_{\bar{q}}, \quad (3.17)$$

mit dem Farbfaktor  $C_F = \frac{1}{2} (N_c - 1/N_c)$  und  $N_c$  der Anzahl der Farbladungen. Führt man eine Variablentransformation durch ( $\sigma(x_q, x_{\bar{q}}) \rightarrow \sigma(k_t, y)$ ) unter Vernachlässigung des  $1/N_c$ -Termes in  $C_F$  und benutzt die Relation der Soft-Gluon-Näherung (Gl. 3.13), erhält man den Wirkungsquerschnitt in der Form

$$d\sigma \approx \frac{N_c \alpha_s}{2\pi} \frac{dk_t^2}{k_t^2} dy. \quad (3.18)$$

Gleichung 3.18 entspricht dem Ausdruck für Photonemission von zwei sich entfernenden, entgegengesetzten Ladungen in der klassischen Elektrodynamik. Dies wird Dipolstrahlung genannt.

### Der Phasenraum für Gluonemission

In der Soft-Gluon-Näherung reduziert sich der Prozess  $\gamma \rightarrow q\bar{q}g$  auf einen Zwei-Körper-Zerfall, bei dem man die Energieerhaltung ausnutzen kann. Mit der Energie von Quark und Antiquark  $E_q = E_{\bar{q}} = E$  gilt

$$2E < \sqrt{s_{dip}} \quad \Leftrightarrow \quad k_t < \frac{\sqrt{s_{dip}}}{2E} k_t. \quad (3.19)$$

Aus den kinematischen Beziehungen für inklusive Reaktionen und der Annahme masseloser Partonen ergibt sich für die Energie eines Partons  $E = k_t \cosh(y)$ . Es wird die Näherung  $e^{|y|} \approx e^y + e^{-y}$  benutzt (mit einem Fehler von 10% bei  $y = \pm 1$ ), womit sich der kinematische Bereich beschränkt auf:

$$k_t < \frac{\sqrt{s}}{2 \cosh(y)} \approx \sqrt{s} e^{-|y|}. \quad (3.20)$$

Damit gilt für die Rapidität des Gluons:

$$|y| < \frac{1}{2} \ln \left( \frac{s_{dip}}{k_t^2} \right). \quad (3.21)$$

Im Dipol-Formalismus benutzt man die Ersetzungen:

$$L = \ln \left( \frac{s}{\lambda^2} \right), \quad \kappa = \ln \left( \frac{k_t^2}{\lambda^2} \right), \quad \lambda = const. \quad (3.22)$$

$$\Rightarrow \quad |y| < \frac{1}{2}(L - \kappa). \quad (3.23)$$

Dies entspricht einem Dreieck in der  $y - \kappa$ -Ebene mit einer Basis der Breite  $L$ , wie in Abbildung 3.10 dargestellt.

Der Vorfaktor im Wirkungsquerschnitt 3.18 wird umgeschrieben durch

$$\frac{N_C \alpha_s}{2\pi} = \frac{2N_C}{(11 - \frac{2}{3} \cdot N_f) \ln(k_t^2/\Lambda^2)} \equiv \frac{\alpha_0}{\ln(k_t^2/\Lambda^2)}. \quad (3.24)$$

Damit hat der Wirkungsquerschnitt die charakteristische Abhängigkeit

$$d\sigma \sim \frac{d\kappa}{\kappa} dy \quad (3.25)$$

und der bzgl.  $y$  ausintegrierte Phasenraum  $\Delta y$  ist

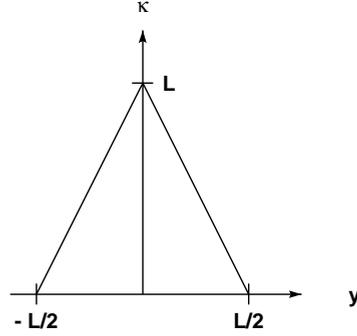


Abbildung 3.10: Das Dreieck begrenzt den Phasenraum für Gluonemission (nach dem CDM) in der Ebene von  $\kappa = \ln(k_t^2/\lambda)$  und  $y$ . Dabei ist  $L = \ln(s/\lambda^2)$  mit  $\lambda = \text{const.}$ .

$$\int_y d\kappa dy = \int_{-\frac{1}{2}(L-\kappa)}^{\frac{1}{2}(L-\kappa)} d\kappa dy = (L - \kappa) d\kappa \quad (3.26)$$

$$\Rightarrow \Delta y = L - \kappa = \ln\left(\frac{s}{k_t^2}\right) \quad (3.27)$$

Wird nun in diesem verfügbaren Phasenraum das erste Gluon bei  $(y_1, k_{t1})$  emittiert spaltet sich der  $q - \bar{q}$  Dipol in zwei Dipole  $q - g - \bar{q}$ , deren Massen sich aus der ursprünglichen Dipolmasse  $s_{dip} = Q^2$  bzw. den Impulsen der Partonen  $p_q, p_g, p_{\bar{q}}$  ergeben:

$$s_{qg} = (p_q + p_g)^2 = (1 - x_{\bar{q}}) s_{dip} \quad s_{g\bar{q}} = (p_g + p_{\bar{q}})^2 = (1 - x_q) s_{dip} \quad (3.28)$$

Damit sind nach 3.14 und 3.16 die Koordinaten des ersten Gluons:

$$k_{t1}^2 = \left(\frac{s_{qg}s_{g\bar{q}}}{s}\right) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{s_{qg}}{s_{g\bar{q}}}\right). \quad (3.29)$$

Liegt  $k_{t1}$  fest, kann ein zweites Gluon mit einem im System des abstrahlenden Dipols gemessenen Transversalimpuls  $k_{T2}$  im Rapiditätsbereich

$$\begin{aligned} \Delta y &= \ln\left(\frac{s_{qg}}{k_{T2}^2}\right) + \ln\left(\frac{s_{g\bar{q}}}{k_{T2}^2}\right) \\ &= \ln(s_{dip}) + \ln(k_{T1}^2) - 2 \ln(k_{T2}^2) \end{aligned} \quad (3.30)$$

emittiert werden.

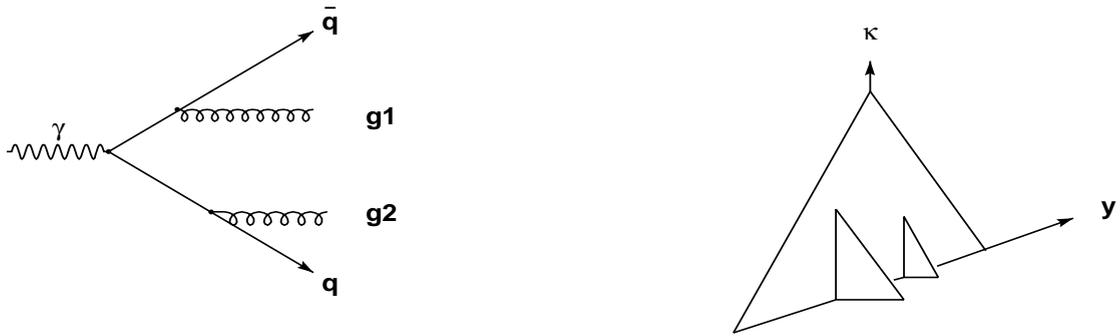
Der Transversalimpuls muß bei jeder sukzessiven Abstrahlung kleiner werden, so daß für die Reihenfolge der Gluonemissionen  $k_{T1} > k_{T2} > k_{T3} > \dots > k_{Tn}$  gilt. Diese Bedingung entspricht aber nicht der Ordnung der Transversalimpulse der Partonkaskade, die aus den Altarelli-Parisi-Gleichungen entwickelt wird (' $k_t$  ordering'), da der Endzustand bzgl.  $y$  in  $k_t$  ungeordnet ist !

Den Gluonen ist der Rapiditätsbereich zugänglich, den der ursprüngliche Dipol umfaßt. Das emittierende Partonpaar spannt genau den maximalen Winkelbereich auf, in dem das Gluon abgestrahlt werden kann. Dadurch wird auf natürliche Weise die Bedingung der Winkelordnung in QCD-Kaskaden erfüllt, die in LEPTO für den Endzustand nachträglich eingeführt werden mußte (vergl. 3.1.1). Im CDM wird nicht in Partonschauer im Anfangs- oder Endzustand unterteilt und somit keine Interferenzterme zwischen Gluonabstrahlungen vernachlässigt ('soft gluon coherence'). Durch die fortwährende Teilung in kleinere Dipole entsteht eine Kette aus unabhängig strahlenden Dipolen. Dabei entspricht die Verbindung einer Kette aus z.B.  $q - g - g - \bar{q}$  durch Dipole dem Lund-String-Modell, nach dem der String zwischen dem  $q\bar{q}$ -Paar gespannt und die Gluonen über Knicke ('kinks') an den String angekoppelt wären.

Abbildung 3.11 illustriert den Vorgang der Gluonabstrahlung in der  $y - \kappa$ -Ebene. Durch jede Gluonabstrahlung wird der Phasenraum für Gluonemission um ein kleines Dreieck erweitert, wobei der Transversalimpuls des zweiten Gluons ( $g_2$ ) kleiner ist als der von  $g_1$ . Abbildung 3.12 zeigt ebenfalls den partonischen Endzustand nach zwei Gluonabstrahlungen und den zugehörigen Phasenraum. Da hier das zweite Gluon vom ersten abgestrahlt wurde, ist es in der Rapidität an  $g_1$  gekoppelt. Der Phasenraum, der durch das erste und zweite abgestrahlte Gluon zugänglich geworden ist, wird durch die kleineren, 'ausgeklappten' Dreiecke veranschaulicht.

### Erweiterung des Modells auf tiefunelastische Streuung

Geht man vom  $e^+e^-$ -Prozeß zur Beschreibung der e-p-Streuung über, ergibt sich ein wesentlicher Unterschied. Der emittierende Dipol besteht in der tiefunelastischen Streuung nicht mehr aus dem punktförmigen Quark und Antiquark, sondern aus dem gestreuten Quark und dem Protonrest, der als ausgedehntes Objekt angenommen wird. Aus der Elektrodynamik ist bekannt, daß Abstrahlungen von einer ausgedehnten Antenne unterdrückt sind, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  der emittierten Strahlung kleiner ist als die transversale Größe  $l$  der Antenne. Mit  $\lambda = 2\pi/k_t$  trägt nur der Teil des Dipols, der eine Ausdehnung von  $l \approx \lambda/2$  hat, effektiv zur Abstrahlung bei. Die Emission von kleinen Wellenlängen, d.h. großen Transversalimpulsen ist stark unterdrückt. Sei  $l_H = 1/\mu$  die charakteristische transverse Ausdehnung eines Hadrons. Dann kann nur der Anteil



**Abbildung 3.11:** Feynmangraphen zur Erzeugung von  $q\bar{q}gg$  im Endzustand. Der zugehörige Phasenraum für weitere Dipolemissionen wird im Farbdipol-Modell berechnet und stellt sich als gefaltete Dreiecke dar.

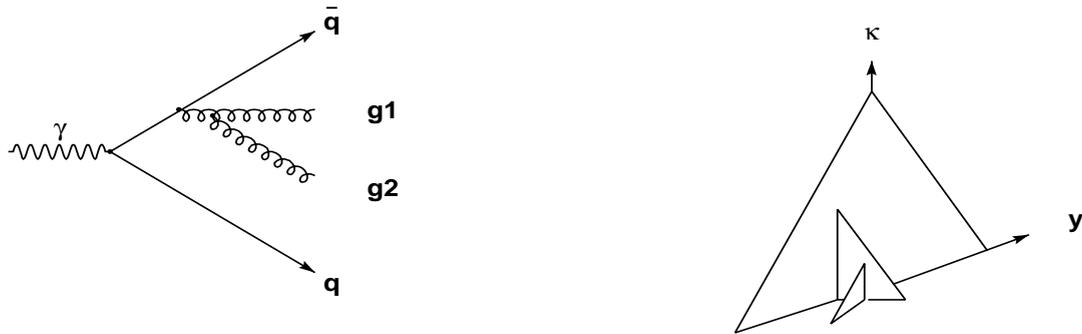
$$a(k_t) = \frac{\mu}{k_t} \quad (3.31)$$

der hadronischen Energie an der Abstrahlung teilnehmen.  $\mu$  ist proportional zum intrinsischen Transversalimpuls ('primordial  $p_t$ ') des Protons.

Bei HERA ist die Masse des Ausgangsdipols nicht mehr  $s_{dip} = Q^2$ , sondern entspricht der Masse des hadronischen Systems,  $W$ . Das gestreute Quark und der Protonrest (das Diquark) sind durch einen Dipol verbunden. Im hadronischen CMS würden sich die Endpunkte dieses Dipols jeweils mit der Energie  $W/2$  in entgegengesetzte Richtungen bewegen. Unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Diquarks wird die Energieaufteilung modifiziert zu  $e^{-y}W/2$  für den Endpunkt des gestreuten Quarks und  $a(k_t) e^y W/2$  in Bezug auf den Anteil des Protonrestes. Die kinematische Bedingung für die Emission eines Gluons mit Transversalimpuls  $k_t$  bei der Rapidität  $y$  im CMS ist:

$$k_t < \frac{W a(k_t)}{a(k_t) e^y + e^{-y}} \quad (3.32)$$

und entspricht der Erweiterung für tiefunelastische Streuung von Gl. 3.20. Der Protonrest wird durch einen String parametrisiert, dessen Energieverteilung bis jetzt als gleichmäßig angenommen wurde. Unter der Annahme, daß die Energie aber auch mehr



**Abbildung 3.12:** Dargestellt ist der Feynmangraph zur Erzeugung von  $q\bar{q}gg$  im Endzustand durch die weitere Verzweigung des ersten Gluons.  $g_2$  ist im Gegensatz zu Abbildung 3.11 in  $y$  an  $g_1$  gebunden. Daneben der zugehörigen Phasenraum für Dipolemission nach dem Farbdipol-Modell.

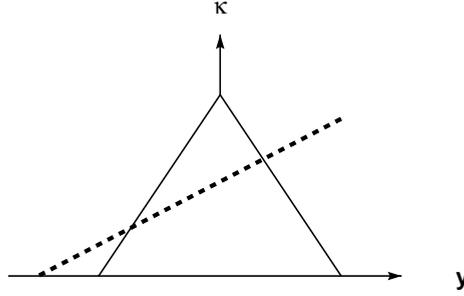
oder weniger an den Endpunkten dieses Strings konzentriert sein kann, schreibt man den Bruchteil  $a(k_t)$  allgemeiner als

$$a(k_t) = \left(\frac{\mu}{k_t}\right)^\alpha. \quad (3.33)$$

Der Exponent  $\alpha$  steuert die Dimension des Protonrestes.  $\alpha = 1$  entspricht einem 'Protonrest-String' mit gleichförmig verteilter Energiedichte. Mit  $\alpha = 2$  würde der Protonrest als zweidimensional ausgedehnt angenommen werden.

Aus der Einschränkung der Dipolstrahlung von einem farbgeladenen, ausgedehnten Objekt ergibt sich die Unterdrückung harter Gluonen im Fragmentationsbereich des Protonrestes ('target region') und im zentralen Rapiditätsbereich. Abbildung 3.13 zeigt den Phasenraum für Gluonabstrahlung in tiefunelastischer Streuung. Die Fläche des ursprünglichen Dreiecks wird durch die gestrichelte Linie verkleinert, die durch den ausgedehnten Protonrest hervorgerufen wird. Die Wahl der Dimension  $\alpha$  beeinflusst die Steigung der Geraden. In der Graphik entspricht die positive  $y$ -Achse der Richtung des gestreuten Quarks. Für hohe Werte von  $y$  (d.h.  $y > \alpha/2 \ln(k_t/\mu)$ ) ist die kinematische Grenze ungefähr wieder durch Gleichung 3.20 gegeben. Diese Gluonen bekommen ihre Energie hauptsächlich vom punktförmigen gestreuten Quark und sind somit unempfindlich gegenüber der ausgedehnten Farbladung des Protonrestsystems. Das gilt nicht für Gluonen, die sich im zentralen oder rückwärtigen Bereich bewe-

gen mit  $y < \alpha/2 \ln(k_t/\mu)$ . Hier ist der Phasenraum näherungsweise beschrieben durch  $k_t^{\alpha+1} \lesssim e^y W \mu^\alpha$ .



**Abbildung 3.13:** Das Dreieck stellt den Phasenraum für Gluonemission mit der Beschränkung für tiefinelastische Streuung durch die gestrichelte Linie dar.

Unter Berücksichtigung der kinematischen Grenze nach Gleichung 3.32, ergibt sich ein Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt für Gluonemission in tiefinelastischer Streuung der Form:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} \approx \frac{4\alpha_s}{3\pi} \Theta(k_t^2, y, W, \mu) \frac{dk_t^2}{k_t^2} dy. \quad (3.34)$$

Das heißt, die charakteristische Abhängigkeit im Matrix-Element ist durch eine Theta-Funktion gegeben, die die Phasenraumbeschränkung repräsentiert. Man kann Gleichung 3.34 mit dem Ausdruck für das Matrix-Element in erster Ordnung  $\alpha_s$  (z.B. für QCD) aus ARIADNE vergleichen, wie in [Lön94] erklärt wird. Im Limes kleiner  $k_t^2$  entspricht die Theta-Funktion einem Verhältnis von Strukturfunktionen (bzgl. des gestreuten Quarks) in der Gleichung für den Wirkungsquerschnitt. Die Sprungfunktion ist also eine zu starke Vereinfachung, deshalb sollte die Phasenraumbegrenzung nicht durch einen harten Schnitt, sondern durch einen weicheren Übergang ersetzt werden. Dem wird in ARIADNE dadurch Rechnung getragen, daß Emissionen oberhalb der gestrichelten Linie von Abbildung 3.13 mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit  $P$  erlaubt, aber exponentiell in  $\kappa$  unterdrückt sind. Wenn vorher der Anteil  $a(k_t)$  des Lichtkegelimpulses  $p_-$  des Protonrestes an der Emission beteiligt war, wird jetzt zusätzlich dem Anteil ( $a'$ ) von  $p_-$  erlaubt im verbotenen Bereich zu emittieren. Dies geschieht gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$\frac{dP(a')}{da'} = \left(\frac{b}{a}\right) \frac{\left(\frac{a'}{b}\right)^{b-1}}{\left(1 + \left(\frac{a'}{b}\right)^b\right)^2}. \quad (3.35)$$

Lichtkegelkoordinaten eines Vierervektors  $P = (p_0, p_1, p_2, p_3)$  werden definiert durch das Umschreiben von  $P$  auf  $P_{lc} = (p_+, p_-, p_1, p_2)$  mit  $p_{\pm} = (p_0 \pm p_3)/\sqrt{2}$ . Der Exponent  $b$  wird durch einen Parameter in ARIADNE festgesetzt und hat in der Standardversion den Wert  $b = 1/2$ .

Da der Exponent im Unterdrückungsfaktor für den Protonrest als Steuerparameter in ARIADNE zugänglich ist, können die Auswirkungen der Einstellung verschiedener Werte auf Verteilungen untersucht werden. Der Standardwert ist  $\alpha = 1$ , der aufgrund der dann guten Übereinstimmung mit Daten von Experimenten mit ruhendem Ziel gewählt wurde. Besonders deutlich wird die Beeinflussung des Phasenraumes durch höhere und niedrigere Werte für  $\alpha$  anhand der Verteilung des mittleren transversalen Energieflusses in verschiedenen kinematischen Bereichen, siehe Abbildung 3.19.  $\alpha = 2$  bewirkt eine größere Unterdrückung von Gluonabstrahlungen, denn man sieht eine geringere Produktion von Transversalenergie im Ereignis. Das Gegenteil ist bei  $\alpha = 0.5$  der Fall, wo ein gegenüber der Standardversion erhöhter Energiefluß zu beobachten ist. Um eine verbesserte Beschreibung der Daten in den meisten kinematischen Intervallen zu erreichen, werden hiernach Werte von  $\alpha$  zwischen 1 und 2 benötigt. Die Bevorzugung hoher  $\alpha$ -Werte wird von der Energie-Energie-Korrelation (Abbildung 3.20) unterstrichen. So wird die Korrelation bei kleinen  $x_{Bj}$  und besonders der ZEUS 'seagull plot' mit  $\alpha = 2$  hervorragend beschrieben (s. Abbildung 3.18).

In den neueren Versionen von ARIADNE (seit 4.07) ist eine zusätzliche Erweiterung des Farbdipol-Modells für die Beschreibung der tiefunelastischen Streuung eingeführt worden. Nicht nur der Protonrest wird als ausgedehntes Objekt behandelt, das eine Phasenraum-Unterdrückung hervorruft, sondern auch das andere Dipolende wird nicht mehr als punktförmig angenommen.

Die transversale Ausdehnung wird über den Impulsübertrag  $Q$  definiert. Analog zum Protonrest gibt es einen weiteren Unterdrückungsfaktor

$$a_q(k_t) = \left( \frac{\mu_q}{k_t} \right)^{\alpha_q}, \quad (3.36)$$

wobei  $\mu_q \sim Q$  ist und  $\alpha_q$  als Dimensionalität des gestreuten Quarks bezeichnet wird. Der Proportionalitätsfaktor für  $\mu_q$  ist derselbe wie in der Berechnung von  $\mu$  für den Protonrest und durch einen Parameter in ARIADNE steuerbar.

Die Variation des Wertes  $\alpha_q$  hat längst nicht einen so starken Einfluß auf die Beschreibung der Verteilungen wie die Exponenten  $\alpha$  für den Protonrest. Trotzdem sind Auswirkungen auf den 'seagull plot' und besonders die Energie-Energie-Korrelation bei kleinen  $x_{Bj}$  zu beobachten, bei denen ebenfalls größere Werte von  $\alpha_q$  bevorzugt werden. Zum Vergleich bzgl. Abbildung 3.19 zeigt Abbildung 3.21 die schwächeren Auswirkungen

gen der Variation des  $\alpha_q$  auf die Verteilung der mittleren transversalen Energie in den verschiedenen kinematischen Bereichen.

Sehr ähnlich verhält es sich mit der Variation des Parameters für das intrinsische  $p_t$  des Protonrestes. Der Wert der Standardversion beträgt 0.6 GeV. Eine Erniedrigung auf 0.2 GeV bringt in demselben Maße eine verbesserte Beschreibung der oben genannten Verteilungen wie die Erhöhung des  $\alpha_q$ .

### 3.3 JETSET und die Hadronisation

JETSET [Sjö94] stellt die notwendige Ergänzung zu den Generatoren LEPTO und ARIADNE dar. In diesem Programm wird der Übergang der Partonen in Hadronen (*Fragmentation* oder *Hadronisation* genannt) und der anschließende Zerfall kurzlebiger Teilchen realisiert.

Unter dem Begriff der Hadronisation wird die Summe aller störungstheoretisch nicht berechenbaren Prozesse, die zur Bildung von Hadronen führen, verstanden. Die Hadronisation vollzieht sich bei einer niedrigen Energieskala, d.h. die Virtualität der Partonen ist klein geworden. Die Wechselwirkung zwischen ihnen findet über große Distanzen hin statt und kann nicht mehr störungstheoretisch beschrieben werden. Die charakteristische Länge ist von der Größenordnung eines Hadronradius (1 fm). Die Hadronisation kann als unabhängig von den störungstheoretisch beschreibbaren Prozessen wie dem elementaren Streuprozeß angenommen werden, die sich auf einer wesentlich kürzeren Längenskala abspielen. Diese Faktorisierung von elementarem Streuprozeß und den nachfolgenden nicht-perturbativen Prozessen erlaubt eine getrennte Behandlung in unabhängig einsetzbaren Monte Carlo-Programmen. Die Hadronisation wird durch phänomenologische Konzepte modelliert. Alle Ansätze dieser Art beinhalten als Grundlage die Umsetzung des *Quarkconfinements*. Darunter versteht man den Einschluß der farbgeladenen Quarks in farbneutrale Hadronen. Weil bisher niemals freie Quarks oder Gluonen in Experimenten beobachtet wurden, muß durch das Hadronisationsmodell sichergestellt sein, daß die Quarks und Gluonen einen Umwandlungsprozeß zu beobachtbaren, farbneutralen Teilchen hin durchlaufen. JETSET vollzieht diesen Übergang nach dem 'Lund-String-Modell'. Andere Hadronisationsmodelle sind z.B. die 'Cluster Fragmentation' [Web84], die in HERWIG implementiert ist oder das Modell der 'Independent Fragmentation' [Sjö88]. Vergleichend diskutiert werden die Ansätze z.B. in [Web94] und [Sjö95].

#### 3.3.1 Das Lund-String-Modell

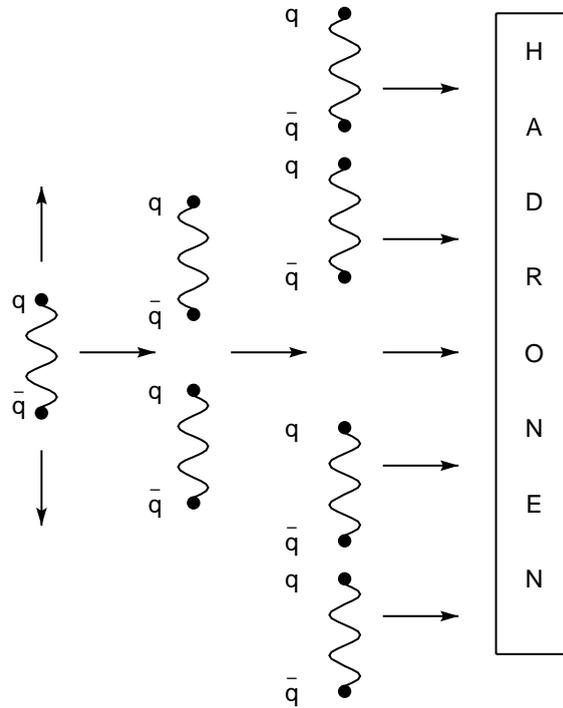
Das Lund-String-Modell [AGIT83], [AGS83],[Sjö94] läßt sich am einfachsten an der  $e^+e^-$ -Annihilation in ein  $q\bar{q}$ -Paar erklären.

Nach Erzeugung des  $q - \bar{q}$ -Paares bewegen sich das Quark und das Antiquark in entgegengesetzter Richtung in dem zwischen ihnen herrschenden Farbfeld voneinander weg. Die Feldlinien des Farbfeldes, die vom Quark zum Antiquark laufen, bilden einen dreidimensionalen Flußschlauch von ca. 1 fm Durchmesser. Der eindimensionale sogenannte *String* entspricht der Parametrisierung der Achsenposition des zylindrischen Flußschlauches. Der String trägt eine gleichmäßige Energiedichte (Energie pro Längeneinheit), die mit dem linearen Potential für das Quarkconfinement verträglich ist [Sch95]:

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \sigma \cdot r .$$

Das Potential  $V$  ist vom Wechselwirkungsabstand  $r$  abhängig, den man mit dem Protonradius  $R_{Proton}$  vergleichen kann. Der erste Term ist bei kleinen Abständen  $r \ll R_{Proton}$  dominant, denn dann gilt  $\alpha_s \ll 1$  und die Quarks verhalten sich wie quasifreie Teilchen. Da alle Feldlinien am  $q\bar{q}$ -Paar anfangen bzw. enden, ist die Kraft unabhängig vom Abstand und das Potential wächst linear mit  $r$  an (langreichweitiger Term). Die Größe  $\sigma$ , die sogenannte Saitenspannung ('string tension'), ist sehr groß. Im System eines  $c - \bar{c}$ - oder  $b - \bar{b}$ -Paares wurde sie zu  $\sigma \approx 0.9 \text{ GeV/fm}$  ermittelt. Mit Hilfe von QCD-Rechnung auf einem Gitter konnte die Form des Potentials qualitativ bestätigt werden.

Wenn der relative Abstand des auseinanderlaufenden  $q\bar{q}$ -Paares groß wird, d.h. die typische Größenordnung von 1 fm übersteigt, ist es energetisch günstiger, daß sich der Flußschlauch auftrennt und sich in seinem Zwischenbereich ein neues  $q\bar{q}$ -Paar bildet. Dieser Prozeß kann sich mehrfach wiederholen, so daß der ursprüngliche String in viele Teile aufgespalten wird. Dann werden die Paare zu farbneutralen Mesonen und Baryonen zusammengefaßt. Der Prozeß ist in Abbildung 3.14 illustriert. Jedes entstandene Teilchen entspricht somit einem 'Stück' des Strings. Im Lund-Modell basiert die Entstehung des  $q - \bar{q}$ -Paares durch den aufbrechenden String auf der Idee eines quantenmechanischen Tunnel-Prozesses, bei dem ein Transversalimpuls für das Paar erzeugt werden kann (Details s. [Sjö94] Kap. 12.1). Da vom String angenommen wird, daß er keine transversalen Anregungen hat, wird das  $p_t$  lokal zwischen dem Quark und dem Antiquark kompensiert. Die transversalen Impulskomponenten  $p_x, p_y$  des  $q - \bar{q}$ -Paares werden gemäß einer Gaußverteilung erzeugt. Der transversale Impuls der entstandenen Hadronen ergibt sich aus der Summe der Impulse der Konstituenten. Der longitudinale Impuls  $p_z$  und die Energie des Hadrons werden mit Hilfe der modellspezifischen Fragmentationsfunktion aus den Daten bestimmt. Da die transversale Masse des Hadrons  $m_T^2 = E^2 - p_z^2$  festliegt, ist nur eine der Variablen  $E, p_z$  unabhängig. Die Variable  $z$  definiere den Anteil an der verfügbaren Energie-Impulsgröße ( $E + p_z$ ), den ein neuentstandenes Teilchen aus dem bestehenden System mitnimmt. Die Fragmentationsfunk-



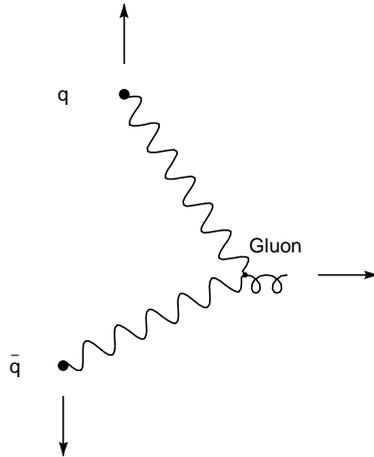
**Abbildung 3.14:** Schematische Darstellung der Fragmentation nach dem Lund-String-Modell: Der zwischen dem  $q\bar{q}$ -Paar gespannte String (gewellte Linie) bricht sukzessive, unter der Erzeugung weiterer  $q\bar{q}$ -Paare, auf. Im Endzustand werden Mesonen und Baryonen beobachtet.

tion  $f(z)$  ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $z$ . Eine vereinfachter Ausdruck für die Fragmentationsfunktion im Lund-String-Modell ist

$$f(z) \sim \frac{1}{z}(1-z)^a \exp\left(\frac{-b m_T^2}{z}\right). \quad (3.37)$$

Die Form von  $f(z)$  reflektiert die 'Links-Rechts-Symmetrie', nach der der Fragmentationsprozeß dasselbe Ergebnis liefern soll, unabhängig davon, ob das Auseinanderbrechen des Strings vom Endpunkt des Quark oder Antiquark aus beschrieben wird. Die einzigen freien Parameter  $a$  und  $b$  werden an die experimentellen Daten angepaßt.

Die Stringbildung wird komplexer, wenn Gluonen in den Prozeß involviert sind. Für ein  $qg\bar{q}$ -Ereignis wird der String vom  $q$  zum  $\bar{q}$  gespannt, wobei das Gluon mit dem String verbunden ist, in dem es einen Knick, den sogenannten 'kink', verursacht, wie in Abbildung 3.15 dargestellt ist. Das Gluon trägt lokalisierte Energie und Impuls und wird



**Abbildung 3.15:** Schematische Darstellung der Ankopplung eines Gluons an einen String (gewellte Linie), wobei das Gluon einen Knick verursacht.

als transverse Anregung im Farbfeld angesehen. Diese lokale Anregung bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit in die Richtung, in die der Knick entstanden ist und wird durch den String gebremst, an den es angekoppelt ist. Die Kraft auf das Gluon ist doppelt so groß wie die an den Endpunkten, da das Gluon von zwei Seiten mit dem gespannten String verbunden ist. Die Energie und den Impuls, den das Gluon dabei verliert, gibt es an die Stringsegmente links und rechts des Knickes ab. Die folgende Fragmentation des geknickten Strings (zwei zueinander angewinkelte Stringstücke) verläuft genau wie die eines Strings ohne Knick, so daß keine neuen Parameter notwendig sind. Das Modell ist so konzipiert, daß die Fragmentation eines geknickten Strings zu einer anderen Winkelverteilung der Teilchen im Ereignis führt als die eines ungestörten.

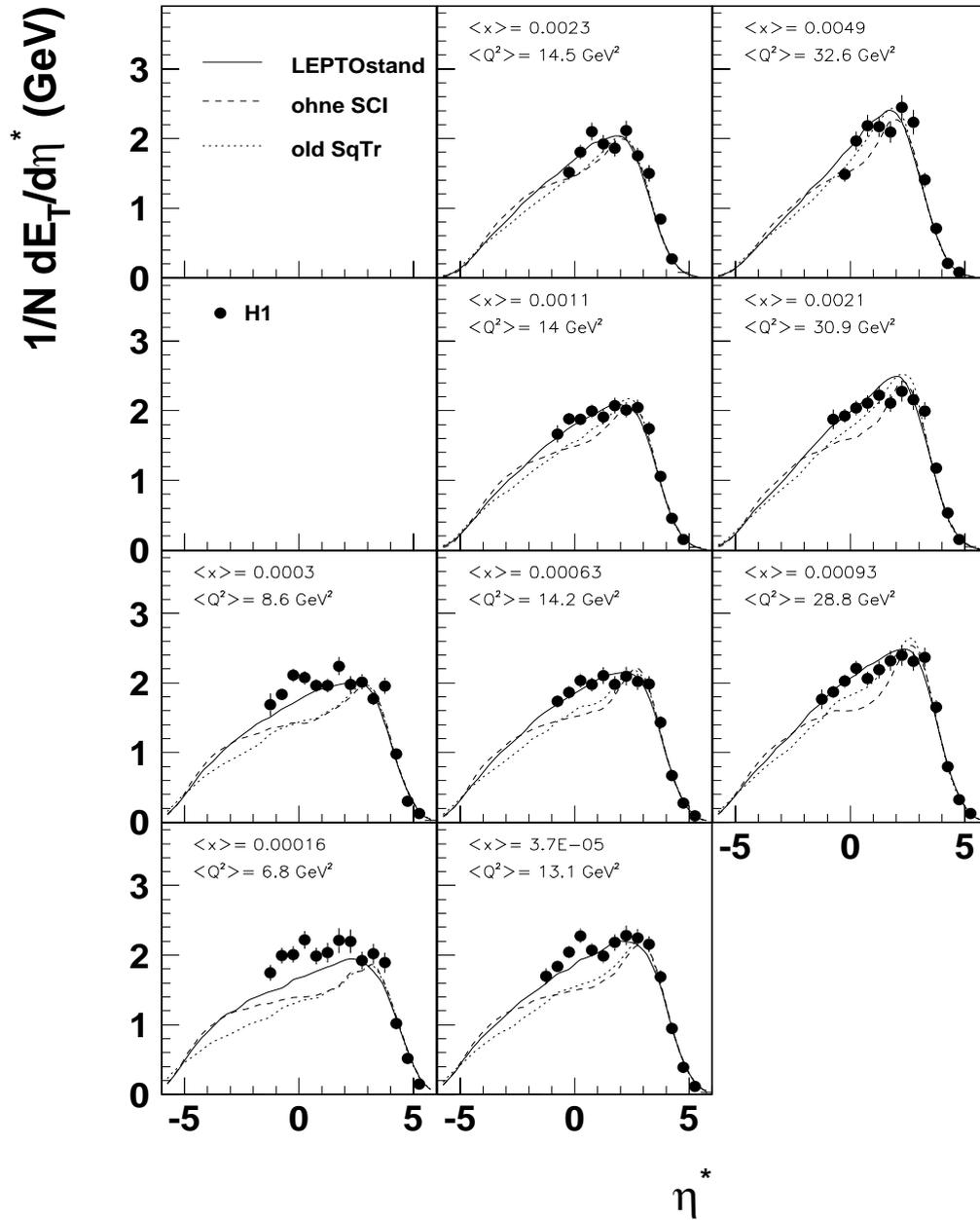


Abbildung 3.16: Der transversale Energiefluß im Schwerpunktsystem als Funktion der Pseudorapidity  $\eta$  in 9 kinematischen Regionen bzgl.  $x$  und  $Q^2$ . Überlagert sind die Standardversion von LEPTO 6.4 und die Vorhersagen, wenn man zur alten Behandlung von Seequarks übergeht (gepunktete Linie) und als zweites, wenn man nur den Mechanismus der 'Soft Colour Interaction' (gestrichelte Linie) ausschaltet.

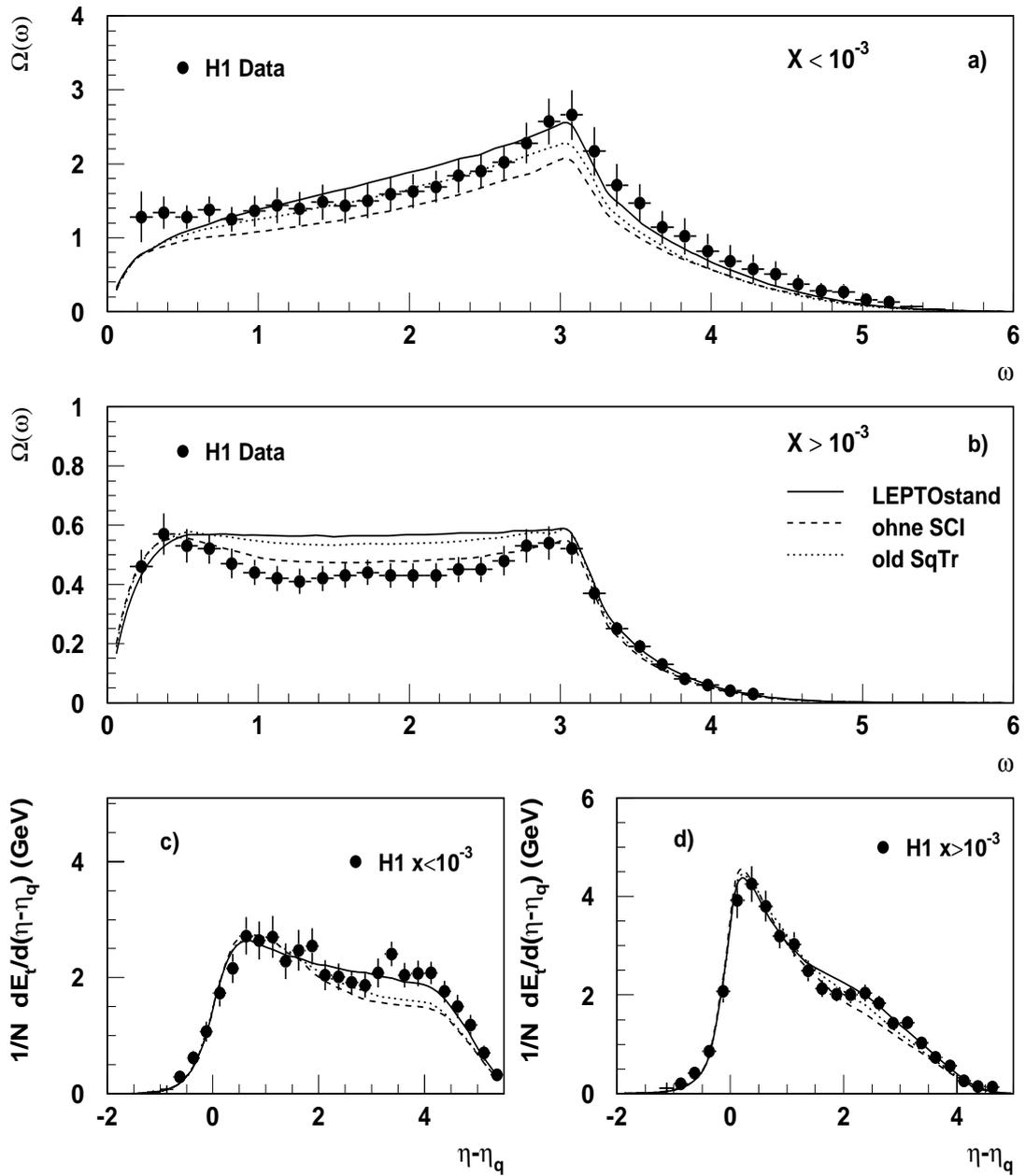


Abbildung 3.17: Die Energie-Energie-Korrelation in Bereichen großer und kleiner  $x_{Bj}$ . Überlagert sind die Standardversion von LEPTO 6.4 und die Vorhersagen, wenn man den Mechanismus der 'Soft Colour Interaction' (gestrichelte Linie) ausschaltet.

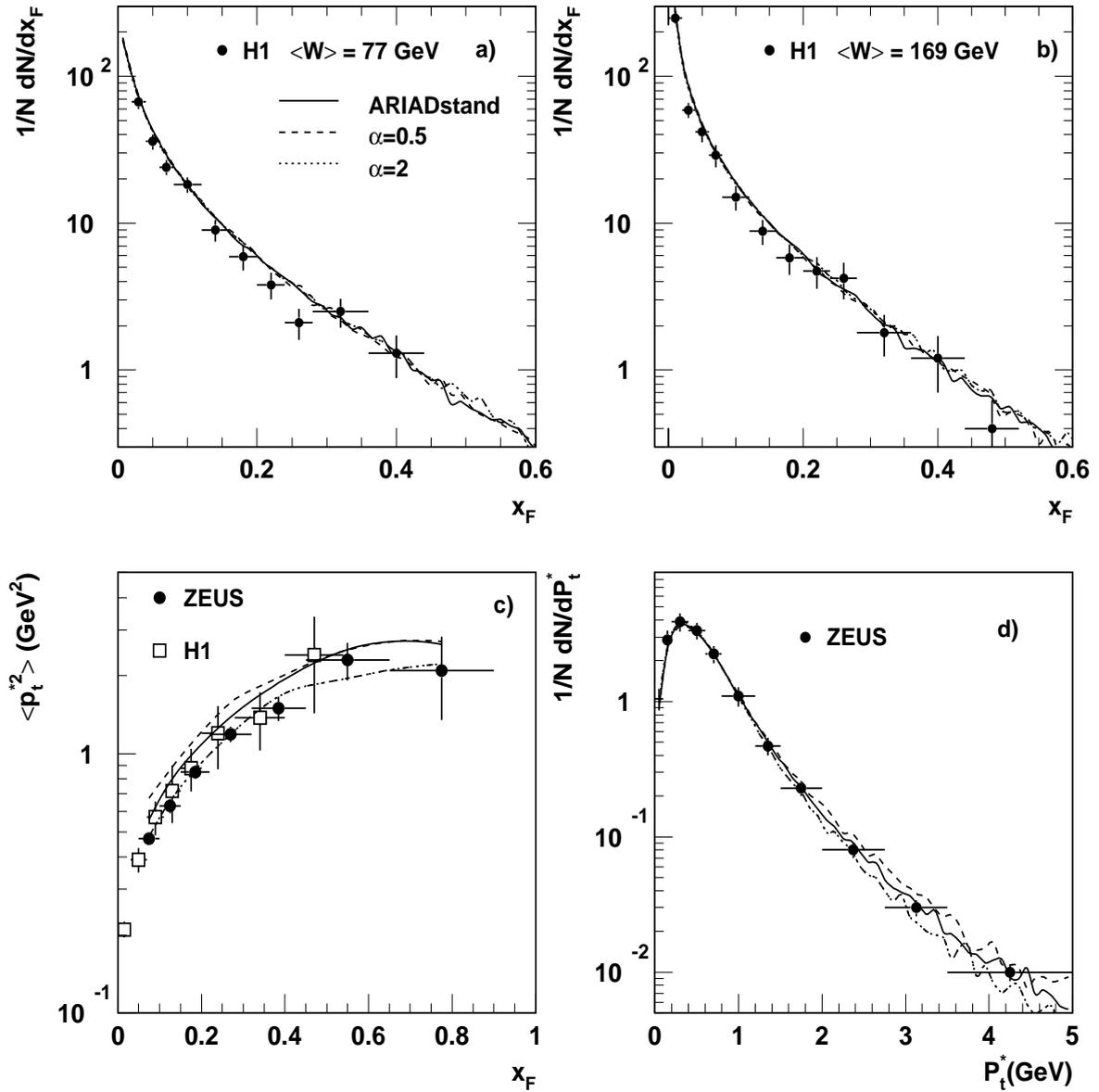


Abbildung 3.18: c) zeigt den 'seagull plot' mit den Vorhersagen von ARIADNE, wenn der Exponent  $\alpha$  im Unterdrückungsfaktor für den Protonrest variiert wird. Die durchgezogene Linie zeigt die Standardversion von ARIADNE 4.08 ( $\alpha = 1$ ). Wählt man für die Dimension des Protonrestes  $\alpha$  den Wert 0.5 bzw. 2, erhält man die gestrichelte bzw. gepunktete Monte Carlo-Kurve.

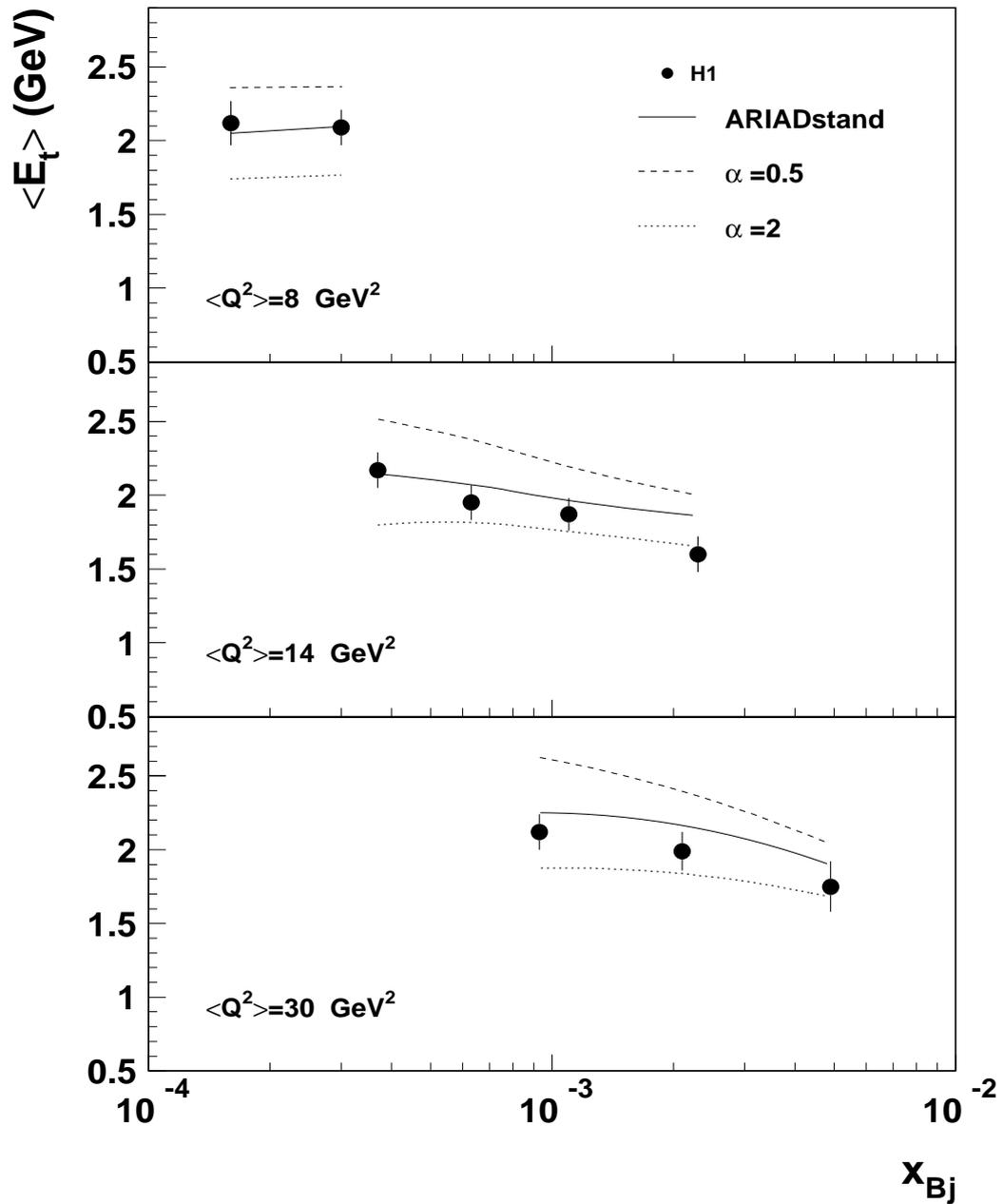


Abbildung 3.19: Die Verteilung der mittleren transversalen Energie in verschiedenen kinematischen Regionen bzgl.  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ . Die durchgezogene Linie zeigt die Standardversion von ARIADNE 4.08 ( $\alpha = 1$ ). Wählt man für die Dimensionalität des Protonrestes  $\alpha$  den Wert 0.5 bzw. 2, erhält man die gestrichelte bzw. gepunktete Monte Carlo-Kurve.

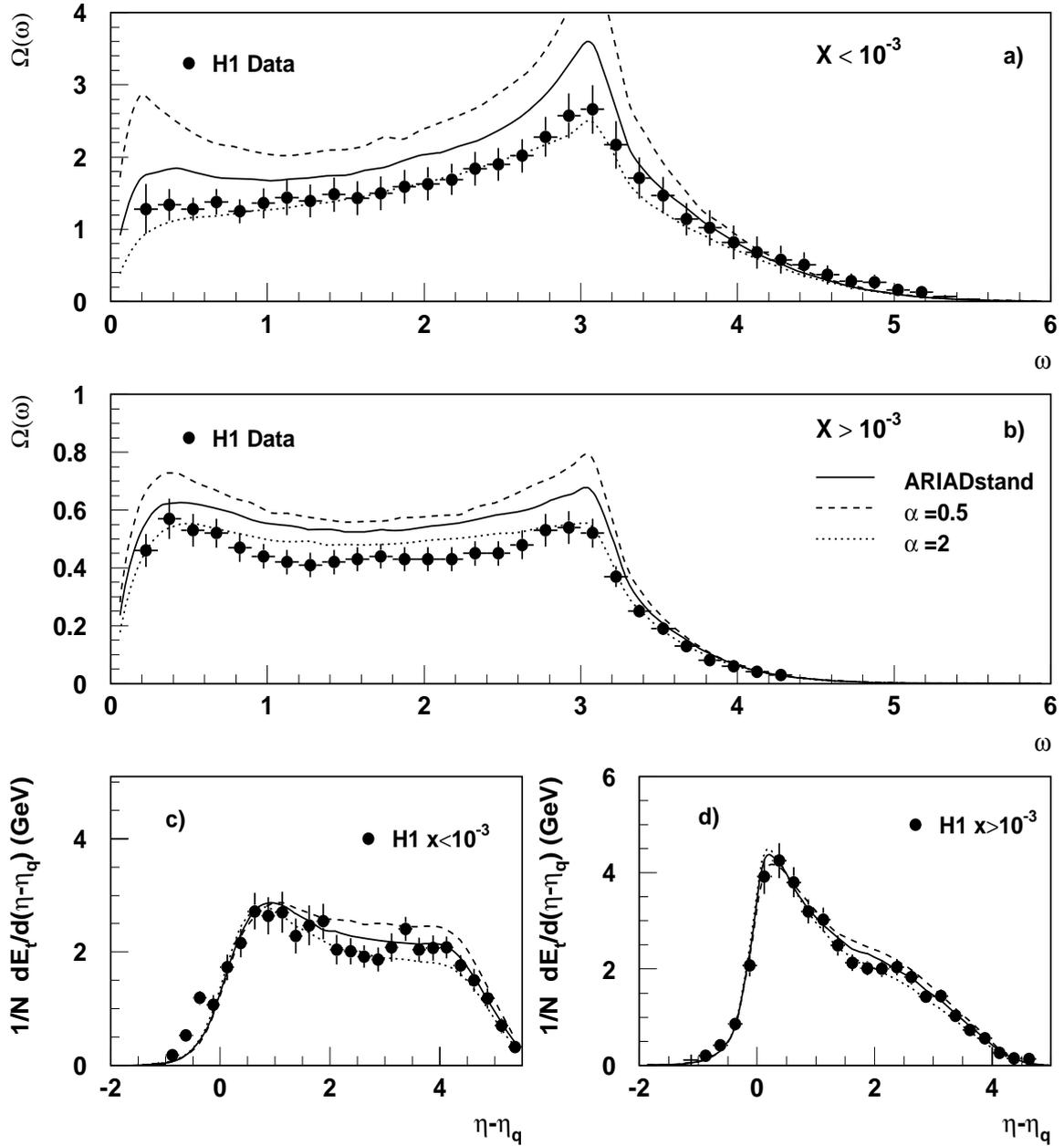


Abbildung 3.20: Die Energie-Energie-Korrelation in zwei kinematischen Bereichen. Überlagert sind die Monte Carlo-Kurven von ARIADNE. Legende wie in Abbildung 3.18.

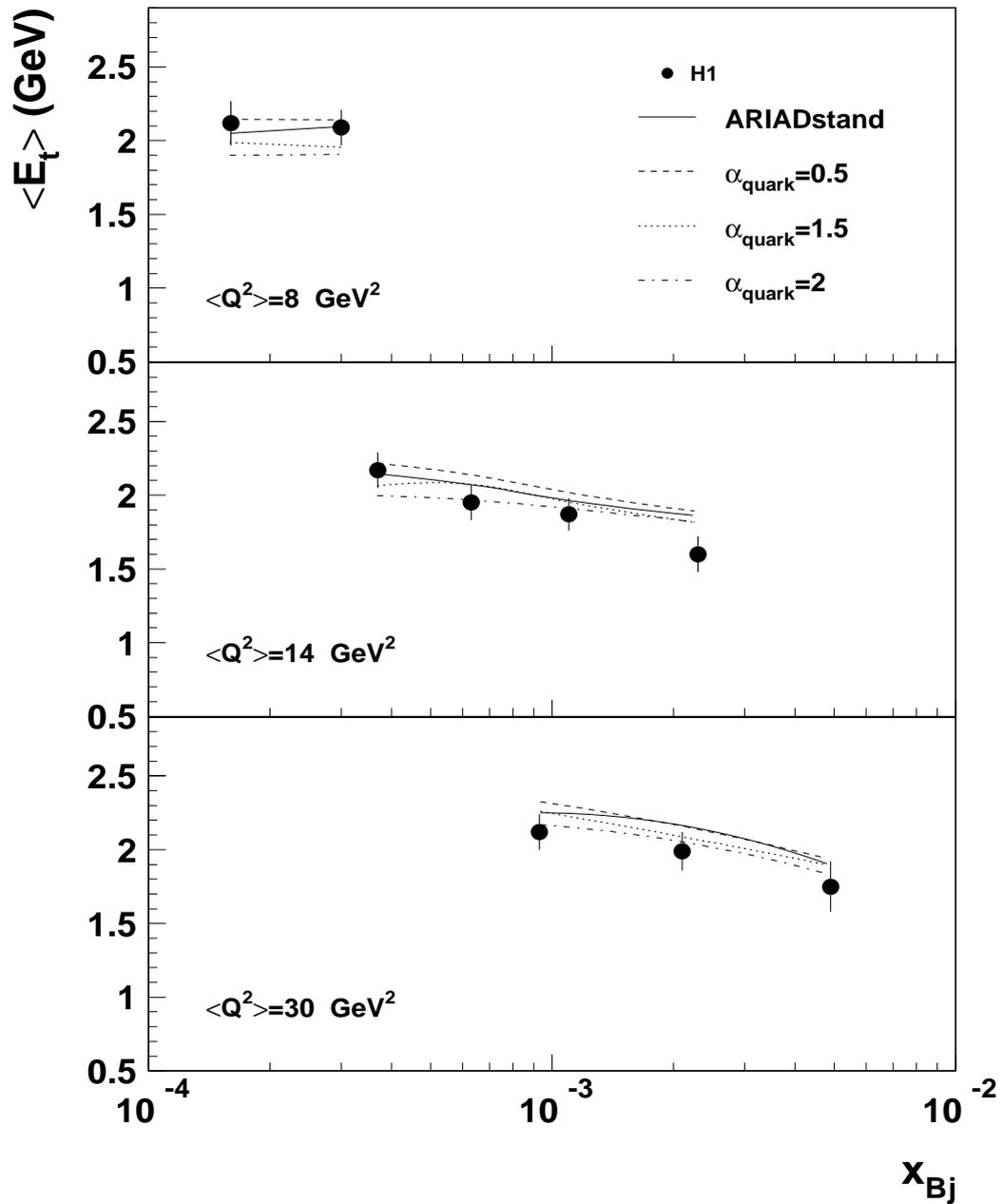


Abbildung 3.21: Die Verteilung der mittleren transversalen Energie in verschiedenen kinematischen Regionen bzgl.  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ . Die durchgezogene Linie zeigt die Standardversion von ARIADNE 4.08 ( $\alpha_q = 1$ ). Wählt man für  $\alpha_q$  den Wert 0.5, 1.5 und 2, erhält man die gestrichelte, gepunktete und die gestrichpunktete Monte Carlo-Kurve.

# Kapitel 4

## Optimierung

Um ein Modell, das in ein Programm wie einen Monte Carlo-Generator implementiert ist, effizient studieren und mit Daten vergleichen zu können, ist es sinnvoll, sowohl die Daten als auch die dazugehörigen Modellvorhersagen in einem einheitlichen Format bereitzustellen. Eine Zusammenstellung aller verfügbaren, auf Detektoreffekte korrigierten HERA-Daten zum hadronischen Endzustand von Ereignissen der tiefunelastischen Streuung und die Möglichkeit, diese mit Modellvorhersagen vergleichen zu können, wurde im Verlauf des HERA-Workshops (1996) in Zusammenarbeit von Physikern der H1- und ZEUS-Kollaboration erstellt. Damit konnte das Verhalten der einzelnen freien Parameter aus den QCD-Modellen von LEPTO und ARIADNE systematisch untersucht werden. Der Einfluß aller Parametervariationen auf die untersuchten Verteilungen wurde zunächst mit einem Vergleichskriterium bewertet und in Tabellen zusammengefaßt. Mit Hilfe dieser Tabellen wurden sowohl die sensitiven Parameter als auch die Verteilungen ausgewählt. Anschließend wurde das Verhalten dieser Parameter im mehrdimensionalen Parameterraum in einzelnen Schritten studiert. So konnte die Korrelation der Parameter untereinander berücksichtigt und ein neuer Parametersatz gefunden werden, der für die betrachteten Verteilungen eine verbesserte Beschreibung der Daten liefert.

### 4.1 Erstellung der Programmbibliothek HZTOOL

Das HZTOOL-Paket [Bro96a] ist eine Programmbibliothek, die eine Sammlung aus veröffentlichten H1- und ZEUS-Daten zum hadronischen Endzustand aus tiefunelastischer Streuung und Photoproduktion in Form von Histogrammen zur Verfügung stellt. Bei der Auswahl der Daten wurde darauf geachtet, daß sie auf Detektoreffekte korrigiert sind und so direkt mit der Monte Carlo-Simulation verglichen werden können. Die Verteilungen sind mit dem jeweils ausgewählten Generator einfach zu erstellen und

liegen in Form von HBOOK [CN-94] Histogrammen vor, die mit dem Analyseprogramm PAW [Gro93] weiterverarbeitet werden können. Durch den Gebrauch der HZTOOL-Routinen ist sichergestellt, daß die zu einer Analyse gehörenden, richtigen physikalischen Schnitte vorgenommen werden. Zur Zeit werden fünf Generatoren unterstützt, die auf dasselbe Datenformat zugreifen, in dem die Ereignisinformationen stehen ('HEP event common'): ARIADNE [Lön92], HERWIG [Mar92], LEPTO [Ing91], PYTHIA [Sjö94] und PHOJET [Eng95]. HZTOOL stellt eine Schnittstelle für Experimentalphysiker und Theoretiker dar, indem es dem Experimentalphysiker durch den Vergleich mit den Daten das Verständnis der Generatoren und ihrer Parameter erleichtert und den Theoretikern die korrekten Schnitte zur Erstellung der Monte Carlo-Kurven garantiert, sowie die ganze Datenvielfalt für Studien leicht zugänglich macht.

HZTOOL enthält folgende Arten von Routinen:

- *Hilfs-Funktionen*: zur Erstellung der Verteilungen; z.B. zum Weiterverarbeiten von Vektoren oder Abfragen von Daten, die das generierte Ereignis betreffen
- *Jet-Algorithmen*: mögliche Verwendung von 'Cone-Algorithmen' wie EUCELL, PXCONE und PGCONE oder 'Cluster-Algorithmen' wie KTCLUS und JADE zur Erkennung von Teilchenbündeln (Jets)
- *Quellcode*: Zur Erzeugung der Verteilungen aus den verschiedenen H1- und ZEUS-Publikationen. Bisher sind Verteilungen aus folgenden DESY-Papieren zugänglich:
  1. DESY preprint 94-033 ( Transversaler Energiefluß, Energie-Energie-Korrelation,  $x_F$  -Spektren, 'seagull plot') [H1C94]
  2. DESY preprint 95-007 (Multiplizitäts- und  $\ln(1/x_p)$  -Verteilung in der positiven Hemisphäre des Breitsystems) [ZEU95a]
  3. DESY preprint 95-072 (Fragmentationsfunktion und mittlere Multiplizität für geladene Teilchen in der positiven Hemisphäre des Breitsystems ) [H1C95a]
  4. DESY preprint 95-084 (Differentielle Multiplizitäten von  $K_0$  and  $\Lambda$ ) [ZEU95b]
  5. DESY preprint 95-108 (Transverser Energiefluß im CMS als Funktion von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  ) [H1C95b]
  6. DESY preprint 95-221 (Inklusive Verteilungen geladener Teilchen) [ZEU96]
- *PAW*: Macros für die graphische Aufarbeitung der Histogramme

Die *Programm-Dokumentation* enthält die Beschreibung des '*Quellcodes*' und der '*Hilfs-Funktionen*'.

## 4.2 Parameter

Jeder Generator verfügt über eine bestimmte Anzahl von Steuerparametern, die es dem Benutzer ermöglichen, die physikalischen Möglichkeiten des Modells auszunutzen. Nicht alle Parameter sind sinnvolle Größen für eine Optimierung. Die Autoren von LEPTO und ARIADNE haben jeweils eine Liste mit freien Parametern herausgegeben, die den Ausgangspunkt für die Studien dieser Arbeit bildet. Eine Auflistung (Tabelle 4.1, Tabelle 4.3) und eine kurze Erläuterung der Parameter beider Generatoren wird in Abschnitt 4.2.1 bis 4.2.3 gegeben.

### 4.2.1 LEPTO

In Tabelle 4.1 sind die zur Optimierung des LEPTO-Generators empfohlenen Parameter mit einer kurzen Beschreibung aufgeführt. Die zugehörige Auswahl an JETSET-Parametern für LEPTO zeigt Tabelle 4.2. Einige Parameter bedürfen einer ausführlicheren Erläuterung. Die Standardeinstellung des Parameters ist mit D gekennzeichnet und jeweils angegeben.

- **LST(8)** (D=12): Durch die Optionen 1-4 können die Einflüsse von grundlegenden QCD-Anteilen wie z.B. nur die Beschreibung durch das Matrix-Element und die Entwicklung der Partonkaskade für das einlaufende und/oder auslaufende Quark studiert werden. Die Ausblendung aller QCD-Anteile durch LST(8)=0 bedeutet, nur QPM-Ereignisse zu generieren. Das Grundkonzept des Modells basiert auf (s. Kapitel 3.1.1) der Zusammensetzung der Komponenten Matrix-Element und Partonschauer (ME+PS) und entspricht dem Standardwert D=12.
- **LST(11)** (D=0): Durch Anschalten dieses Parameters werden die longitudinale Strukturfunktion  $F_L$  und Korrekturen höherer Ordnung auf die effektive Masse des Protons und die sogenannten 'Higher-Twist-Effekte' berücksichtigt. (Definition der Integrale in [IER95] Kap. 2.3).
- **LST(15,16)** (D=9, 1): Zusammen mit den Parametern MSTP(51) und MSTP(52) wird die Wahl der Partondichteverteilung gesteuert. Die hier verwendeten Parametrisierungen (s. Kapitel 1.4) entsprechen für MRS-H (MSTP(51)=3036), GRV (MSTP(51)=5007) und CTEQ 3D (MSTP(51)=4031).
- **PARL(3)** (D=0.44 GeV): Das einlaufende Quark kann aus dem Proton mit einem gewissen Transversalimpuls ( $k_t$ ) gegenüber der Flugrichtung des Protons austreten, dem intrinsischen ('primordial')  $k_t$ . Im QPM entspricht dieses  $k_t$  der Fermibewegung des Quarks im Proton. Im QCD-Bild kann man sich vorstellen,

daß innerhalb des Protons Gluonen abgestrahlt wurden, die dem Quark einen Transversalimpuls vermitteln. Die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes  $k_t$  zu erhalten, wird als gaußförmig verteilt angenommen. Die Breite der Verteilung wird durch PARL(3) gesteuert.

- PARL(7), LST(34) (D=0.5): Mit dem Parameter LST(34) kann die 'Soft Colour Interaction' ein- und ausgeschaltet werden. PARL(7) bietet die Möglichkeit einer feineren Abstufung: die Wahrscheinlichkeit  $R_{SCI}$ , daß eine Farbrotaion auftritt, kann zwischen 0 (= aus) und 0.5 (= Standardwert) eingestellt werden. Eigene Studien haben ergeben, daß sich die Funktion der Auswirkung über einen großen Bereich symmetrisch zum Wert 0.5 verhält. Eine Ausweitung des Wertebereiches auf (0;1) eröffnet daher keine Möglichkeit, ein anderes Verhalten festzustellen.
- PARL(8), PARL(9) setzen die Werte für  $z_{q,min}$  und  $\hat{s}$ , die den Phasenraum für die Verwendung des Matrix-Elementes gegenüber dem Partonschauer begrenzen (s. Kapitel 3.1.1).
- PARL(14) (D=0.35 GeV): Wenn ein Seequark am harten Subprozess teilnimmt, besteht der Protonrest nicht nur aus einem einfachen Di-Quark. Der Wert gibt die Breite der Gaußverteilung des Transversalimpulses an, wenn der nichttrivial aufgebaute Protonrest sich in zwei Teile aufspaltet (s. Kapitel 3, Abschnitt 'Behandlung von Seequarks')
- PARL(20) (D=0.1 GeV): Wenn der Protonrest ein komplizierteres Gebilde als ein Di-Quark ist, werden die Konstituentenmassen von Quarks und Di-Quark durch diesen Parameter herabgesetzt, damit die nominelle Protonmasse nicht überschritten wird.
- PYPAR(21) (D=0.2 GeV): Dieser PYTHIA-Parameter gibt den Wert an für  $\Lambda_{QCD}$  (s. Abschnitt 1.3), das in der Entwicklung für den Partonschauer im Anfangszustand verwendet wird.
- PYPAR(22) (D=1 GeV<sup>2</sup>): Die Entwicklung der Abstrahlung von Partonen höherer Ordnung im Anfangszustand wird bis zum Abschneideparameter  $Q_0^2$  vorangetrieben, dessen Wert mit PYPAR(22) gesetzt wird.

## 4.2.2 LEPTO + JETSET

Wenn in LEPTO alle störungstheoretisch beschreibbaren Partonen erzeugt worden sind, wird zur Hadronisation übergegangen. Diese wird mit Hilfe von JETSET modelliert. Die enorm große Anzahl an Parametern in diesem Modell ist von den vier

Nr.	Parameter	Standard	Bereich	Beschreibung
1	LST(15)	9	siehe	Beide Parameter steuern zusammen die Wahl der Partondichteverteilungen
	LST(16)	1	4.2	
	LST(8)	12	-	
2	LST(11)	aus	an	Berücksichtigung der Targetmasse
3	LST(11)	aus	an	Berücksichtigung von Higher Twist-Effekten
4	LST(11)	aus	an	Berücksichtigung der long. Strukturfunktion $F_L$
	LST(34)	an	aus	
5	LST(35)	an	aus	Benutzung des neuen 'Seaquark Treatment'
6	PARL(7)	0.5	0.0 -0.5	Wahrscheinlichkeit R für das Auftreten der SCI
7	PARL(3)	0.44 GeV	0.3-0.8 GeV	Wert des intrinsischen $k_t$ '
8	PARL(14)	0.35 GeV	0.35-0.8 GeV	Breite der $p_t$ -Vert. bei Spaltung des p-restes
9	PARL(20)	0.1 GeV	0.0-0.25 GeV	Massenreduktion des Protonrestes
10	PYPAR(21)	0.2 GeV	0.2 GeV	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS
11	PYPAR(22)	1 GeV <sup>2</sup>	1.5 GeV <sup>2</sup>	Abschneidewert für den ISPS
12	PARL(8)	0.01	0.0001-0.1	Schnitt im ME durch die Variable $z_{qmin}$
13	PARL(9)	1 GeV <sup>2</sup>	1-100 GeV <sup>2</sup>	Schnitt im ME durch die Variable $\hat{s}_{min}$

**Tabelle 4.1:** Die von den LEPTO-Autoren empfohlene Auswahl von Parametern, die sich für eine Anpassung eignen. Hierbei handelt es sich um LEPTO und zwei PYTHIA Parameter. ISPS steht für Partonschauer im Anfangszustand. Die Nummer entspricht der Zuordnung der Parameter in den Tabellen 4.4 bis 4.9.

Experimenten am  $e^+e^-$  Speicherring LEP (Large Electron Positron) am CERN an Hochpräzisionsdaten zum hadronischen Endzustand des  $Z_0$ -Zerfalls (ca.  $10^{16}$  Ereignisse !) angepaßt worden [Blo96].

Die erstellten Parametersätze berücksichtigen die Korrelation unter den freien Parametern, so daß ein Variieren einzelner Parameter für HERA-Daten nicht sinnvoll erscheint. Prinzipiell unterscheiden sich die Hadronisationsvorgänge in  $e^+e^-$  und ep-Kollisionen, da bei letzteren der Protonrest ein zusätzliches, farbgeladenes System darstellt, das ebenfalls hadronisiert. Die Universalität der Fragmentation in  $e^+e^-$  und ep-Kollisionen konnte aber für bestimmte kinematische Bereiche (z.B. hohe  $Q^2$ -Werte in der positiven Hemisphäre des Breitsystems) experimentell bestätigt werden. Darauf basierend wird hier die Beschreibung der Hadronisation im  $e^+e^-$  Prozeß auch für e-p Prozesse in guter Näherung als gültig angenommen [ZEU95a], [H1C95a]. Eine davon unabhängige, eigene Anpassung an die HERA-Daten, die im Prinzip wünschenswert wäre, kann erst das Ziel sein, wenn die Genauigkeit der HERA-Daten vergleichbar mit denen von LEP sind.

Um sich trotzdem ein Bild vom Einfluß der Hadronisierungsparameter zu machen, sind die JETSET-Parameter in der ersten Optimierungsphase mituntersucht worden. Für die Optimierung sind allerdings nur die Parametereinstellungen von ALEPH, OPAL und L3 (s.[Blo96]) in ihrer Gesamtheit als drei mögliche Einstellungen im Hadronisations-

Nr.	Parameter	Standard	Bereich	Beschreibung
14	PARJ(41)	0.3	*	a in der Fragmentationsfunktion
15	PARJ(42)	0.58 GeV	*	b in der Fragmentationsfunktion
16	PARJ(81)	0.29 GeV	*	$\Lambda_{QCD}$ im PS im Endzustand
17	PARU(112)	0.22 GeV	0.1-0.4 GeV	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$
18	PARJ(82)	1.0 GeV	*	Abschneidewert im PS im Endzustand

**Tabelle 4.2:** Die von den Autoren empfohlene Auswahl von Parametern, die sich für eine Anpassung eignen, wenn man mit LEPTO arbeitet. Hierbei handelt es sich um die reinen JETSET Parameter. Der Stern weist darauf hin, daß der Parameter bereits an LEP Messungen angepaßt wurde und daß die Parameter z.T. nur simultan mit anderen verändert werden dürfen. Die Nummer entspricht der Zuordnung der Parameter in den Tabellen 4.4 bis 4.9.

modell berücksichtigt worden.

Die verwendeten Parametersätze haben für LEPTO schon ohne weitere Parametervariationen einen merklichen Einfluß auf die Verteilungen. Die Unterschiede werden am deutlichsten im Energiefluß, Abbildung 4.1. Hier wird besonders durch die Verwendung des Satzes von ALEPH die Erzeugung von Transversalenergie im Ereignis vermindert. Unabhängig von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  ist das mittlere  $E_t$  um einen konstanten Wert gegenüber der Standardversion (mit GRV) herabgesetzt (Abbildung 4.2, gestrichelte Linie). Die Verwendung der Werte von L3 dagegen erzeugt tendenziell etwas mehr  $E_t$ . Ebenfalls sensitiv auf Unterschiede ist der 'seagull plot', Abbildung 4.3, besonders bei hohen Werten von  $x_F$ . In der Beschreibung der Energie-Energie-Korrelation wird durch diese Variation keine wesentliche Verbesserung erzielt.

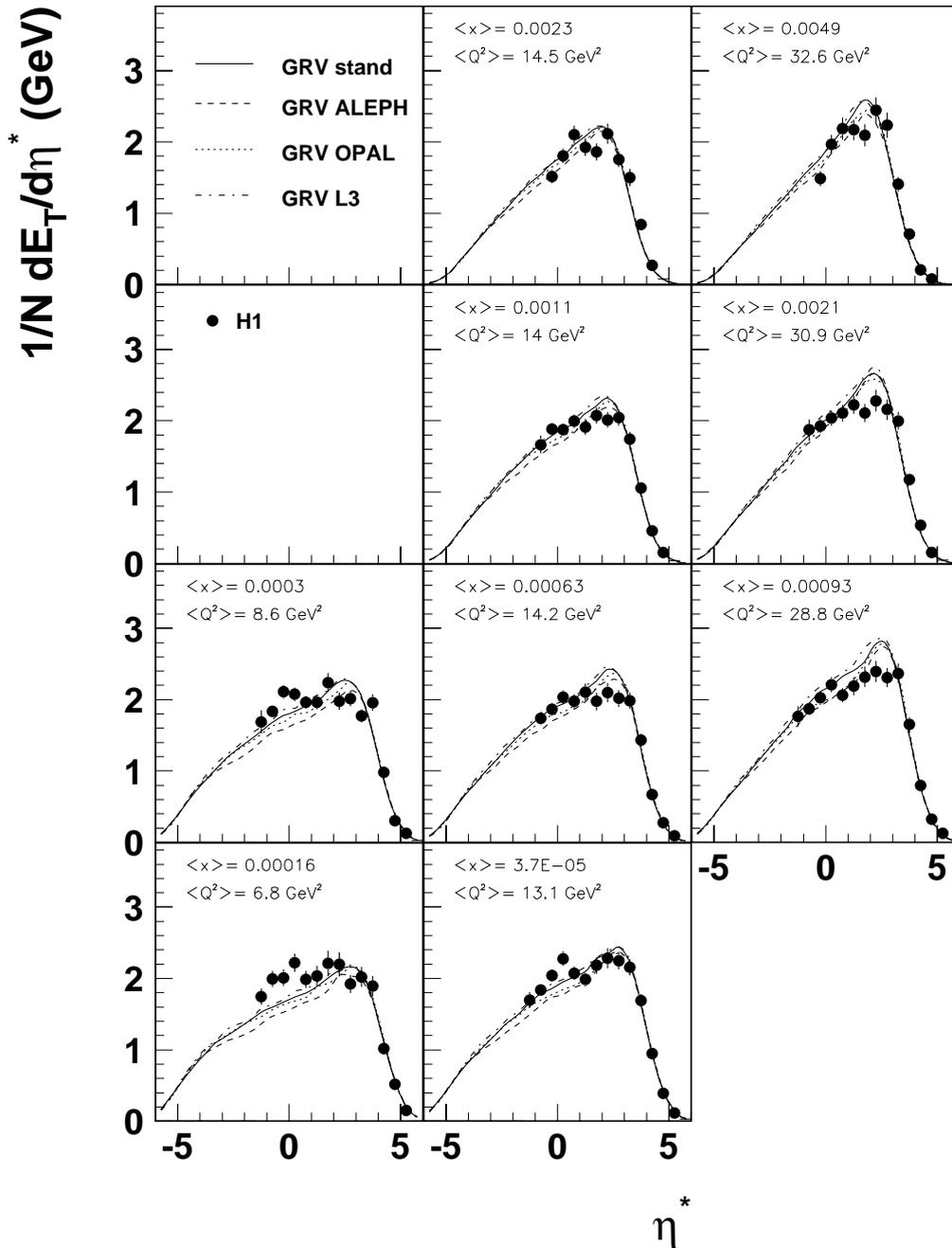


Abbildung 4.1: Der transversale Energiefluß im Schwerpunktsystem als Funktion der Pseudorapidity  $\eta^*$  in 9 kinematischen Regionen bzgl.  $x$  und  $Q^2$ . Überlagert ist die Standardversion von LEPTO 6.4 mit der Partondichtefunktion nach GRV (durchgezogenen Linie) und den jeweils unterschiedlichen Parametersätzen für die Hadronisierung. Dem Satz von ALEPH entspricht die gestrichelte Linie, OPAL die gepunktete und L3 die gestrichpunktete Linie.

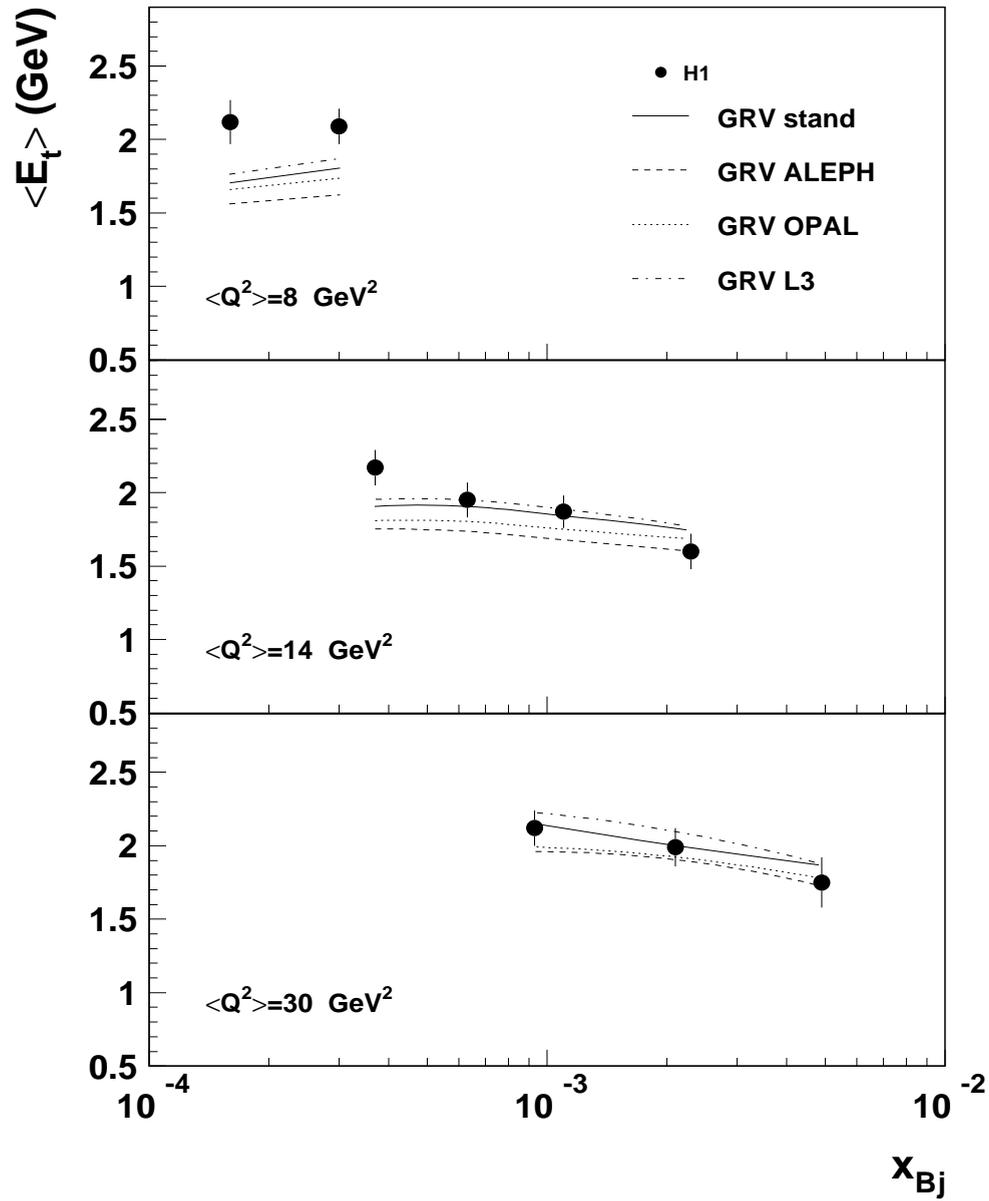


Abbildung 4.2: Der mittlere transversale Energiefluß  $\langle E_t \rangle$  in  $-0.5 < \eta^* < 0.5$  für verschiedene Bereiche von  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ . Legende wie in Abbildung 4.1.

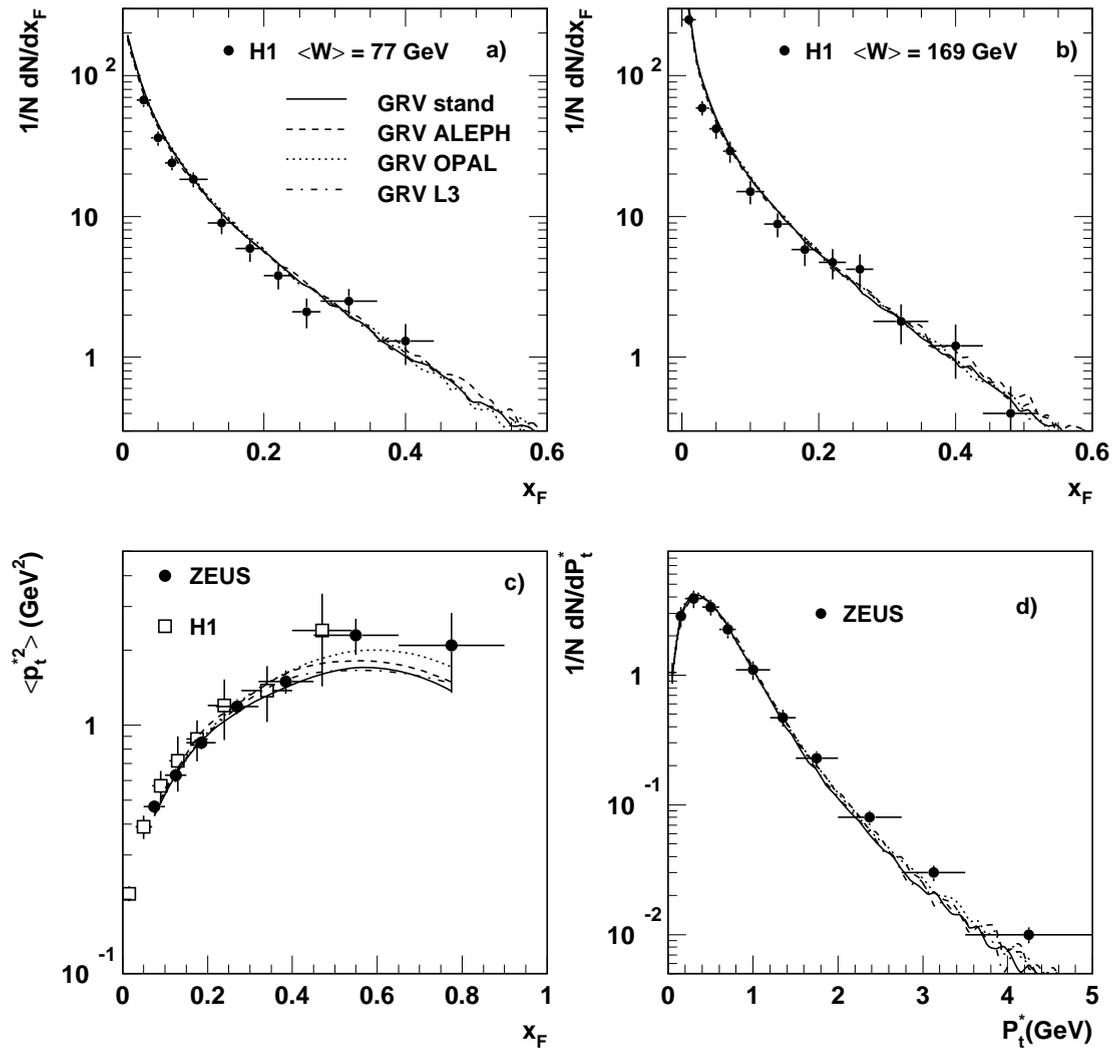


Abbildung 4.3: c): der 'seagull plot', das mittlere  $p_t^{*2}$  als Funktion von  $x_F = 2p_z^*/W$ .  
Legende wie in Abbildung 4.1.

### 4.2.3 ARIADNE

In ARIADNE gibt es eine begrenzte Anzahl an Steuerparametern, die die Bildung der Partonkaskade beeinflussen. Sie sind in der mathematischen Beschreibung des Farbdipol-Modells wiederzufinden (vergl. Kapitel 3.2.1). In Tabelle 4.3 sind die Parameter aufgeführt, die sich zur Anpassung eignen. Sie werden in der nachfolgenden Aufzählung kurz beschrieben:

- **PARA(3)** ( $D=0.6$  GeV): Die Emission von Partonen beginnt bei einem Anfangstransversalimpuls, von dem aus die Kaskade, in  $p_t$  streng geordnet, zu kleineren Werten hin entwickelt wird. Der Vorgang wird abgebrochen, wenn der Impuls der zu emittierenden Partonen unter dem Grenzwert  $\text{PARA}(3) = p_{tcut}$  liegt.
- **PARA(14), PARA(27)** ( $D=1.0, 0.6$ ): Der Protonrest wird im Farbdipol-Modell als ein ausgedehntes Objekt behandelt, das an der Dipolbildung teilnimmt. Die Abstrahlung von einer Antenne mit transversaler Ausdehnung ist für bestimmte Wellenlängen unterdrückt. Nur der Anteil  $a(k_T)$  (s. Gleichung 3.31) des Dipols nimmt an der Abstrahlung teil. Die inverse Größe  $\mu$  des Protonrestes wird im wesentlichen durch die transversale Ausdehnung des Protonrestes, dem intrinsischen  $p_t$  bestimmt.  $\text{PARA}(14)$  definiert den Proportionalitätsfaktor zwischen dem intrinsischen  $p_t$  ( $\text{PARA}(27)$ ) und  $\mu$ . Es gilt also  $\mu = \text{PARA}(14) \times \text{PARA}(27)$ .
- **PARA(10)** ( $D=1.0$ ): Es wird angenommen, daß der Protonrest nicht punktförmig, sondern ein ausgedehntes Objekt ist.  $\text{PARA}(10)$  steuert den Exponenten  $\alpha$  in Gleichung 3.31, der die räumliche Ausdehnung (Dimensionalität) des Protonrestes bestimmt.
- **PARA(15)** ( $D=1.0$ ): Nicht nur der Protonrest wird als ausgedehntes Objekt behandelt, sondern auch das gestreute Quark. Dieses basiert auf der Vorstellung, daß das Quark vor der Wechselwirkung in ein  $q\bar{q}$ -Paar fluktuiert, das als nicht mehr punktförmig angesehen wird. Das Photon wird also in hadronische Komponenten aufgelöst. Daraus ergibt sich ein weiterer Unterdrückungsfaktor für Gluonemission in Photonrichtung nach Gleichung 3.36. Der Exponent  $\alpha_q$  wird durch  $\text{PARA}(15)$  gegeben und steht für die Ausdehnung (Dimensionalität) des Photons.
- **PARA(20)** ( $D=2.0$ ): Durch Unterdrückungsfaktoren wird ein Teil des Phasenraumes für die Gluonemission weggeschnitten. Gemäß einer modifizierten Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(a')$  (Gleichung 3.35) kann auch der vorher verbotene Teil des Phasenraumes in die Kaskadenbildung mit einbezogen werden.  $\text{PARA}(20)$  definiert den Faktor  $(1/b)$ . Der Übergang wirkt sich nur auf hohe Transversalimpulse aus.

Parameter	Standard	Bereich	Beschreibung
PARA(1)	0.22 GeV	-	$\Lambda_{\text{QCD}}$ in $\alpha_s$
PARA(3)	0.6 GeV	-	Abschneidewert $p_{tcut}$ in der Partonkaskade
PARA(10)	1.0	$< 2$	Dimensionalität des Protonrestes, Exponent $\alpha$
PARA(14)	1.0	um 1	Proportionalitätsfaktor zur Berechnung von $\mu$ .
PARA(15)	1.0	-	Ausdehnung des gestreuten Quarks, Exponent $\alpha$
PARA(25)	2.0	-	Faktor $\beta = 1/b$ in Gleichung ..
MSTA(18)	3	0	Art der $p_t$ -Ordnung von Rückstoßgluonen.
PARA(27)	0.6 GeV	$< 1$	Quadratwurzel des mittleren intrinsischen $p_t^2$

**Tabelle 4.3:** Die vom Autor empfohlene Auswahl von Parametern, die sich in ARIADNE für eine Anpassung eignen.

Wie schon für LEPTO erläutert, gibt es auch für ARIADNE aufeinander abgestimmte Parametersätze für die Hadronisierung mit JETSET [Blo96]. Die Optimierung basiert auf den Werten der Standardversion von JETSET.

### 4.3 Parameterauswahl

Bei einer Optimierungsprozedur braucht man eine quantitative Größe, die eine Aussage über die Güte der erreichten Beschreibung der Daten macht. Um den Vergleich von simulierten Monte Carlo-Verteilungen und Daten beurteilen zu können, benutzt man  $\chi^2$  als Maß. Diese Variable wird wie folgt definiert:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{MC} - \text{DATEN})^2}{\sigma_{\text{MC}}^2 + \sigma_{\text{DATEN}}^2}. \quad (4.1)$$

Dabei steht 'DATEN' für die betrachteten Datenpunkte, 'MC' für die simulierten Werte, mit denen verglichen wird, und  $\sigma$  für die zugehörigen Fehler. Zur Berechnung des  $\chi^2$  wurde die quadratische Summe der statistischen und systematischen Fehler der Datenpunkte verwendet. Die MC-Daten haben keinen systematischen Fehler, und das Quadrat des statistischen Fehlers ist vernachlässigbar klein. Die Summe erstreckt sich über alle Datenpunkte einer Verteilung. Um diesen Wert mit anderen Verteilungen vergleichen zu können, wird durch die Anzahl der Freiheitsgrade (Number of degrees of freedom, N dof), hier die Anzahl der Datenpunkte, geteilt. Wenn im Folgenden von  $\chi^2$  gesprochen wird, ist die normierte Größe  $\chi^2/\text{N dof}$  gemeint. Der optimale Wert liegt bei

$\chi^2 \approx 1$ , was bedeutet, daß die Simulation entsprechend der statistischen Schwankungen innerhalb einer Standardabweichung um die Datenpunkte streut. Ein zu nahe bei Null gelegener Wert ist unnatürlich, die Beschreibung ist "zu gut". Das kann z.B. darauf hindeuten, daß die Fehler der Daten überschätzt wurden.

Die für die Optimierung geeigneten Parameter werden einzeln innerhalb des sinnvollen Wertebereiches variiert. Um aus der großen Anzahl an Parametern eine Auswahl zu treffen, mußte festgestellt werden, welche einen Einfluß auf die Verteilungen haben und welche beim Überstreichen des gesamten Wertebereiches keine wesentlichen Auswirkungen aufweisen. Als Maß für die Sensitivität eines Parameters wird die Größe  $S$  definiert. Sie beschreibt die Veränderung des  $\chi^2$ -Wertes bei Variation eines Parameters (mit zugehörigem  $\chi^2_{variation}$ ) gegenüber der Standardeinstellung mit  $\chi^2_{standard}$ :

$$S = \frac{\chi^2_{variation}}{\chi^2_{standard}}. \quad (4.2)$$

Ein Parameter wird als 'sensitiv' bezüglich einer Verteilung angesehen, wenn  $S$  mehr als 20% vom Wert 1 abweicht. Sind sowohl der  $\chi^2$ -Eintrag für den Standardwert als auch der für die Parametervariation 'zu gut', ist die Angabe der Sensitivität nicht sinnvoll und  $S$  wird zu Null gesetzt.

### 4.3.1 LEPTO 6.4

Die Auswirkung von Parametervariationen sind in Tabelle 4.4 bis Tabelle 4.6 zusammengestellt. Die Standardversion von LEPTO 6.4 basiert auf der Strukturfunktion MRS-H. Tabelle 4.7 bis Tabelle 4.9 zeigt die  $\chi^2$ -Werte, die sich mit der Strukturfunktion GRV und dem Parametersatz für die Hadronisation von ALEPH ergeben.

Die Tabellen sind nach folgendem Schema aufgebaut:

Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, aufgeschlüsselt für die in den Spalten aufgeführten Verteilungen. Für die Parameter Nr. 2-5 stehen in der zweiten Zeile die  $\chi^2$ -Werte, wenn der Parameter verändert wurde und in der dritten Zeile der Wert der Standardeinstellung. Der Standardwert ist zur Übersicht zusätzlich ganz oben in einer Extrazeile vor dem ersten Parameter aufgeführt. Die restlichen Parameter haben einen kontinuierlichen Bereich, und die  $\chi^2$ -Werte der minimalen und maximalen Einstellung sind aufgeführt. Hier wird  $S$  aus

$$S = \frac{\chi^2_{min}}{\chi^2_{standard}} \quad \text{oder} \quad S = \frac{\chi^2_{max}}{\chi^2_{standard}} \quad (4.3)$$

berechnet. Die höhere Sensitivität wird ausgewählt und mit dem Vorzeichen gekennzeichnet. Als Konvention sei hier ein negatives  $S$  mit der Berechnung aus  $\chi^2_{min}$  verknüpft.

Nr.	Parameter	$x_F$ bei $\langle W \rangle = 77 \text{ GeV}$	$x_F$ bei 122 GeV	$x_F$ bei 169 GeV	$p_t$	$P_t^2 \times x_F$ ZEUS	$P_t^2 \times x_F$ H1	$\langle E_t \rangle$	$\Omega(\omega)$ $x < 10^{-3}$	$\Omega(\omega)$ $x > 10^{-3}$
	$\chi^2$ standard	0.51	1.20	3.53	3.13	3.88	1.75	2.66	0.86	4.31
1	Struktur-Fkt. $\chi^2$ GRV $\chi^2$ CTEQ3D	1.53 0.67 0.77	-1.32 1.59 1.51	1.32 4.56 4.66	-0.53 1.65 2.75	-0.29 1.12 2.46	-0.78 1.36 1.48	-0.83 2.21 2.41	-1.63 1.39 1.15	1.61 6.23 6.93
2	$F_L$ (TM) aus $\chi^2_{standard}$	0.00 0.54 0.51	1.02 1.23 1.20	0.98 3.45 3.53	1.07 3.35 3.13	1.17 4.54 3.88	1.03 1.80 1.75	1.03 2.74 2.66	0.99 0.85 0.86	1.02 4.41 4.31
3	$F_L$ (HT) aus $\chi^2_{standard}$	0.00 0.51 0.51	0.99 1.19 1.20	0.99 3.50 3.53	1.10 3.44 3.13	1.19 4.61 3.88	1.09 1.91 1.75	1.07 2.84 2.66	1.00 0.86 0.86	0.98 4.22 4.31
4	$F_L$ (QCD) aus $\chi^2_{standard}$	0.00 0.54 0.51	1.01 1.22 1.20	0.98 3.45 3.53	1.07 3.35 3.13	1.20 4.64 3.88	1.03 1.80 1.75	1.03 2.73 2.66	0.99 0.85 0.86	1.02 4.38 4.31
5	Seequark Beh. aus $\chi^2_{standard}$	0.00 0.35 0.51	0.63 0.76 1.20	0.31 1.11 3.53	1.18 3.68 3.13	1.74 6.74 3.88	1.11 1.94 1.75	4.33 11.51 2.66	1.65 1.41 0.86	0.59 2.55 4.31
6	$R_{SCI}$ $\chi^2_{min}$ für 0.0 $\chi^2_{max}$ für 0.5	0.00 0.27 0.51	0.46 0.56 1.20	0.19 0.67 3.53	1.02 3.18 3.13	1.45 5.61 3.88	1.28 2.23 1.75	3.30 8.78 2.66	2.29 1.96 0.86	0.00 0.58 4.31
7	intrinsisches $k_t$ $\chi^2_{min}$ für 0.30 $\chi^2_{max}$ für 0.80	-1.07 0.54 0.51	1.02 1.22 1.23	-0.95 3.34 3.61	-1.11 3.47 3.28	-1.23 4.77 4.08	-1.10 1.91 1.66	-1.09 2.89 2.68	-0.98 0.84 0.86	1.04 4.26 4.49
8	$p_t$ für p-Rest $\chi^2_{min}$ für 0.00 $\chi^2_{max}$ für 0.80	1.01 0.51 0.51	0.96 1.18 1.15	0.99 3.54 3.50	1.10 3.36 3.43	-1.38 5.36 4.79	-1.15 2.01 1.78	-1.11 2.94 2.93	0.97 0.87 0.83	0.99 4.34 4.26
9	Massenred. $\chi^2_{min}$ für 0.00 $\chi^2_{max}$ für 0.25	0.00 0.49 0.48	-0.97 1.17 1.18	0.98 3.46 3.46	-1.11 3.47 3.41	-1.28 4.97 4.37	-1.16 2.03 1.85	-1.13 2.99 2.85	0.96 0.87 0.83	-0.94 4.06 4.45
10	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS $\chi^2_{min}$ für 0.10 $\chi^2_{max}$ für 0.50	1.47 0.37 0.74	1.29 0.86 1.56	1.66 1.85 5.85	-1.28 4.00 3.05	-1.57 6.08 3.10	-1.32 2.31 1.44	-2.82 7.49 3.78	1.84 1.14 1.58	2.04 2.07 8.78
11	Schnitt ISPS $\chi^2_{min}$ für 0.50 $\chi^2_{max}$ für 2.00	-1.06 0.54 0.50	0.99 1.20 1.20	-1.15 4.06 3.13	-1.22 3.81 3.09	-1.43 5.56 3.93	-1.20 2.09 1.71	1.59 2.04 4.23	-1.10 0.94 0.78	-1.14 4.92 3.72
12	$z_{qmin}$ Schnitt $\chi^2_{min}$ für 0.0001 $\chi^2_{max}$ für 0.10	-1.05 0.53 0.38	0.85 1.18 1.03	0.78 3.48 2.74	1.36 3.51 4.25	1.85 4.83 7.16	1.31 1.78 2.29	1.76 2.88 4.67	1.17 0.86 1.00	0.70 4.42 3.00
13	$\hat{s}_{min}$ Schnitt $\chi^2_{min}$ für 10 $\chi^2_{max}$ für 100	1.01 0.36 0.51	-0.76 0.91 1.19	-0.71 2.49 2.89	-1.47 4.60 3.33	-2.10 8.15 3.97	-1.43 2.49 1.84	-2.14 5.69 4.61	-1.25 1.07 0.89	-0.57 2.44 3.58
14	Fragm. Para. a $\chi^2_{min}$ für 0.10 $\chi^2_{max}$ für 0.90	2.58 0.32 1.31	1.98 0.79 2.39	2.52 2.10 8.90	1.88 2.48 5.88	2.52 3.09 9.77	1.68 1.32 2.94	-2.02 5.38 3.53	2.81 0.83 2.40	2.45 2.72 10.54
15	Fragm. Para. b $\chi^2_{min}$ für 0.10 $\chi^2_{max}$ für 1.30	-3.79 1.92 0.17	-2.94 3.54 0.52	-4.66 16.43 0.89	-1.75 5.49 1.47	0.38 6.13 1.47	0.55 2.48 0.96	-7.70 20.48 11.38	-8.86 7.59 1.37	-4.56 19.66 1.17
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSPS $\chi^2_{min}$ für 0.10 $\chi^2_{max}$ für 0.67	-1.01 0.51 0.51	0.97 1.19 1.17	0.95 3.49 3.36	-1.08 3.38 3.36	1.31 4.75 5.08	1.11 1.79 1.93	1.06 2.75 2.81	-1.05 0.90 0.84	0.96 4.33 4.13
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$ $\chi^2_{min}$ für 0.10 $\chi^2_{max}$ für 0.40	-1.03 0.52 0.52	-0.96 1.16 1.16	-0.97 3.42 3.42	-1.11 3.46 3.46	-1.14 4.42 4.42	-1.12 1.96 1.96	-1.09 2.91 2.91	-1.01 0.86 0.86	-0.97 4.19 4.19
18	Schnitt im FSPS $\chi^2_{min}$ für 0.50 $\chi^2_{max}$ für 2.00	-2.97 1.50 0.31	-2.33 2.81 0.76	-2.71 9.55 1.62	-2.36 7.36 1.37	-3.74 14.48 1.03	-2.16 3.78 1.08	2.00 2.52 5.32	-2.90 2.48 0.91	-2.63 11.33 2.01

**Tabelle 4.4:** Standardversion von LEPTO 6.4: Die Tabelle zeigt alle  $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation auf die Spektren des skalierten longitudinalen Impulses ( $x_F$ ), des Transversalimpulses ( $p_t$ ), den 'seagull plot', die Verteilung des mittleren  $E_t$  und die Energie-Energie-Korrelation. Die den Parametern zugeordneten Nummer verweisen auf Tabelle 4.1. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.

Nr.	Parameter	$dE/d\eta$ bin 1	$dE/d\eta$ bin 2	$dE/d\eta$ bin 3	$dE/d\eta$ bin 4	$dE/d\eta$ bin 5	$dE/d\eta$ bin 6	$dE/d\eta$ bin 7	$dE/d\eta$ bin 8	$dE/d\eta$ bin 9
	$\chi^2$ standard	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
1	Struktur-Fkt.	-0.64	-0.71	-0.50	-1.98	-1.13	1.48	-1.70	1.32	1.47
	$\chi^2$ GRV	3.89	4.47	1.93	1.77	1.43	2.98	2.50	3.23	3.17
	$\chi^2$ CTEQ3D	4.27	4.49	2.25	1.13	1.19	3.19	2.50	3.23	3.89
2	$F_L$ (TM)	0.89	0.96	1.15	1.11	0.97	1.01	0.90	0.94	1.08
	aus	5.44	6.02	4.42	0.99	1.23	2.17	1.33	2.31	2.87
	$\chi^2_{standard}$	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
3	$F_L$ (HT)	0.95	0.97	1.10	1.08	0.99	0.99	0.79	0.87	1.07
	aus	5.80	6.11	4.23	0.97	1.25	2.13	1.17	2.14	2.84
	$\chi^2_{standard}$	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
4	$F_L$ (QCD)	0.89	0.96	1.15	1.10	0.97	1.01	0.89	0.94	1.08
	aus	5.41	6.01	4.42	0.98	1.22	2.17	1.31	2.29	2.87
	$\chi^2_{standard}$	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
5	Seequark Beh.	3.56	3.29	4.49	6.09	3.83	1.41	1.76	1.20	1.08
	aus	21.68	20.72	17.28	5.45	4.84	3.05	2.59	2.94	2.85
	$\chi^2_{standard}$	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
6	$R_{SCI}$	2.03	2.32	3.99	6.02	4.24	1.59	4.74	1.85	1.48
	$\chi^2_{min}$ für 0.0	12.35	14.59	15.36	5.38	5.36	3.43	6.96	4.53	3.93
	$\chi^2_{max}$ für 0.5	6.08	6.29	3.85	0.89	1.26	2.15	1.47	2.45	2.65
7	intrins. $k_t$	0.93	0.88	-1.25	-1.04	0.91	0.97	-1.13	0.87	-1.18
	$\chi^2_{min}$ für 0.30	6.37	6.67	4.83	0.93	1.27	2.16	1.65	2.21	3.13
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	5.67	5.52	3.87	0.92	1.16	2.09	1.41	2.12	2.81
8	$p_t$ für p-Rest	-1.08	-0.98	1.23	1.19	1.10	0.98	-0.82	-0.94	1.25
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	6.57	6.17	4.50	0.91	1.28	2.14	1.21	2.30	2.73
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	6.15	6.20	4.75	1.06	1.39	2.11	1.69	2.44	3.31
9	Massenred.	-1.06	1.03	1.22	-1.06	-1.07	-0.95	-0.84	0.91	1.10
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	6.45	6.16	4.61	0.95	1.35	2.04	1.24	2.26	2.70
	$\chi^2_{max}$ für 0.25	6.10	6.50	4.68	0.88	1.21	2.11	1.49	2.24	2.91
10	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS	-1.80	-1.90	-2.63	-4.10	-3.08	1.89	4.12	2.63	2.16
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	10.96	11.95	10.13	3.67	3.89	2.92	2.82	3.73	2.78
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	3.13	3.96	2.65	2.83	2.90	4.07	6.05	6.45	5.71
11	Schnitt ISPS	1.10	1.10	1.26	1.44	-1.16	-1.09	-1.18	0.84	-1.24
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	5.89	5.81	4.17	1.01	1.47	2.35	1.73	2.57	3.30
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	6.68	6.91	4.86	1.28	1.39	2.03	1.41	2.07	2.57
12	$z_{QCD}$ Schnitt	1.65	1.75	2.14	2.17	2.32	1.43	1.09	0.92	1.21
	$\chi^2_{min}$ für 0.0001	6.13	7.17	4.53	0.90	1.20	2.06	1.42	2.32	2.86
	$\chi^2_{max}$ für 0.10	10.03	11.02	8.26	1.94	2.93	3.08	1.60	2.25	3.20
13	$\hat{s}_{min}$ Schnitt	-1.86	-2.12	-2.68	-3.32	-3.22	-1.53	-1.33	0.62	-1.34
	$\chi^2_{min}$ für 10	11.30	13.32	10.31	2.97	4.06	3.29	1.95	2.88	3.55
	$\chi^2_{max}$ für 100	5.04	6.24	3.85	1.59	1.58	2.08	1.71	1.51	1.84
14	Fragm. Para. a	0.24	-1.55	-1.95	4.73	3.06	2.41	4.61	2.49	2.04
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	9.98	9.77	7.50	1.94	2.51	2.48	1.70	2.38	2.62
	$\chi^2_{max}$ für 0.90	1.49	4.22	4.05	4.23	3.87	5.18	6.77	6.09	5.41
15	Fragm. Para. b	2.72	2.66	-5.14	-22.70	-13.78	-6.20	-17.58	-7.50	-4.87
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	8.56	16.32	19.78	20.30	17.41	13.35	25.81	18.37	12.89
	$\chi^2_{max}$ für 1.30	16.57	16.71	15.03	5.38	5.66	3.66	3.76	3.58	3.33
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSPS	1.02	1.09	1.10	1.28	1.17	0.90	-0.92	-0.96	-1.12
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	6.00	6.04	4.18	0.93	1.19	2.20	1.35	2.36	2.97
	$\chi^2_{max}$ für 0.67	6.22	6.84	4.24	1.14	1.48	1.94	1.40	2.46	2.79
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$	-0.96	-0.97	-1.09	-1.03	-1.15	-1.02	-0.86	-0.97	-1.08
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	5.86	6.09	4.20	0.92	1.45	2.20	1.27	2.37	2.86
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	5.86	6.09	4.20	0.92	1.45	2.20	1.27	2.37	2.86
18	Schnitt im FSPS	-0.63	1.43	1.80	-3.24	-2.71	-1.98	-3.44	-2.30	-1.98
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	3.84	4.79	3.37	2.89	3.42	4.26	5.05	5.63	5.25
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	8.32	8.98	6.92	1.76	1.90	2.24	1.63	2.04	2.30

**Tabelle 4.5:** Standardversion von LEPTO 6.4: Die Tabelle beinhaltet alle  $\chi^2$ -Werte für die Parametervariation bezogen auf die einzelnen kinematischen Bereiche (bin 1 - bin 9) des Energieflusses im CMS. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.

Nr.	Parameter	$x_p$							
		bin 12	bin 13	bin 23	bin 33	bin 24	bin 34	bin 44	bin 54
	$\chi^2$ standard	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
1	Struktur-Fkt.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71	0.81	-1.10	-0.77
	$\chi^2$ GRV	0.31	0.38	0.34	0.24	6.91	1.85	1.48	0.66
	$\chi^2$ CTEQ3D	0.34	0.38	0.44	0.32	5.23	1.46	1.39	0.83
2	$F_L$ (TM)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.97	0.97	1.23	1.09
	aus	0.33	0.26	0.34	0.32	7.16	1.75	1.65	0.93
	$\chi^2_{standard}$	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
3	$F_L$ (HT)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.94	0.97	1.36	0.94
	aus	0.40	0.31	0.36	0.31	6.91	1.77	1.83	0.80
	$\chi^2_{standard}$	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
4	$F_L$ (QCD)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.97	0.96	1.23	1.07
	aus	0.33	0.26	0.34	0.31	7.12	1.75	1.66	0.91
	$\chi^2_{standard}$	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
5	Seequark Beh.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.01	1.13	1.14	0.93
	aus	0.43	0.31	0.39	0.26	7.40	2.06	1.53	0.79
	$\chi^2_{standard}$	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
6	$R_{SCI}$	0.00	0.00	0.00	0.00	1.02	1.40	1.76	1.37
	$\chi^2_{min}$ für 0.0	0.47	0.25	0.50	0.26	7.51	2.55	2.36	1.17
	$\chi^2_{max}$ für 0.5	0.34	0.31	0.38	0.25	7.35	1.82	1.34	0.85
7	intrins. $k_t$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.92	1.03	-1.33	0.88
	$\chi^2_{min}$ für 0.30	0.32	0.21	0.32	0.31	6.74	1.85	1.79	0.86
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.39	0.30	0.31	0.23	6.85	1.88	1.57	0.75
8	$p_t$ für p-Rest	0.00	0.00	0.00	0.00	0.90	1.09	-1.15	0.83
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.30	0.28	0.32	0.23	6.80	1.88	1.55	0.87
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.37	0.36	0.31	0.32	6.64	1.99	1.53	0.71
9	Massenred.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.92	1.15	1.26	1.07
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.33	0.24	0.36	0.23	7.23	1.94	1.53	0.79
	$\chi^2_{max}$ für 0.25	0.29	0.36	0.34	0.26	6.78	2.08	1.70	0.91
10	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS	0.00	0.00	-1.96	0.00	0.75	0.84	-1.34	0.80
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.53	0.35	0.74	0.20	7.56	1.96	1.80	0.96
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	0.27	0.29	0.43	0.27	5.50	1.52	1.41	0.68
11	Schnitt ISPS	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.84	1.12	-1.43	-0.87
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	0.34	0.32	0.35	0.21	6.18	1.79	1.92	0.74
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.37	0.38	0.34	0.27	7.29	2.04	1.80	0.82
12	$z_{qmin}$ Schnitt	0.00	0.00	0.00	0.00	1.08	1.13	1.14	-0.88
	$\chi^2_{min}$ für 0.0001	0.33	0.25	0.39	0.24	6.98	1.75	1.32	0.75
	$\chi^2_{max}$ für 0.10	0.48	0.34	0.48	0.29	7.91	2.05	1.53	0.85
13	$s_{min}$ Schnitt	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.10	1.13	1.33	1.07
	$\chi^2_{min}$ für 10	0.54	0.40	0.39	0.29	8.08	1.99	1.63	0.81
	$\chi^2_{max}$ für 100	0.24	0.36	0.43	0.27	6.91	2.05	1.78	0.91
14	Fragm. Para. a	0.00	0.00	0.00	2.59	0.47	-1.40	-1.57	-1.08
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.44	0.45	0.46	0.16	8.81	2.55	2.11	0.92
	$\chi^2_{max}$ für 0.90	0.44	0.42	0.57	0.65	3.46	1.15	1.18	0.89
15	Fragm. Para. b	2.18	3.31	-1.69	0.00	-0.40	1.65	2.07	1.01
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.43	0.56	0.64	0.54	2.92	0.71	0.90	0.85
	$\chi^2_{max}$ für 1.30	0.74	1.01	0.58	0.20	11.31	2.99	2.78	0.86
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSPS	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.92	0.96	-1.34	-0.87
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.31	0.27	0.38	0.25	6.80	1.76	1.80	0.74
	$\chi^2_{max}$ für 0.67	0.35	0.31	0.42	0.23	7.30	1.75	1.57	0.90
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.88	-1.00	-1.12	-0.89
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.30	0.30	0.34	0.25	6.44	1.82	1.51	0.76
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	0.30	0.30	0.34	0.25	6.44	1.82	1.51	0.76
18	Schnitt im FSPS	-2.05	-2.06	-1.88	-3.04	-0.44	-0.54	1.52	1.13
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	0.69	0.63	0.71	0.76	3.23	0.98	1.22	0.76
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.35	0.40	0.40	0.18	8.39	2.22	2.05	0.97

**Tabelle 4.6:** Standardversion von LEPTO 6.4: Die Tabelle zeigt alle  $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation auf das Spektrum des skalierten longitudinalen Impulses (im Breitsystem) in verschiedenen kinematischen Bereichen. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.

Anhand der Tabellen kann man globale Tendenzen bezüglich der Auswirkung der Parametervariationen ablesen und die Stärke des Einflusses eines einzelnen Parameters auf die Verteilungen erkennen. Die folgende Liste faßt diese Beobachtungen für die beiden Arten von Tabellen zusammen:

### LEPTO 6.4 standard (mit MRS-H)

In der ersten Zeile wird die Strukturfunktion der Standardversion (MRS-H) mit den Parametrisierungen nach GRV (MSTP(51)=5007) und CTEQ3D (MSTP(51)=4031) verglichen. Der Übergang zu GRV bedeutet eine Verbesserung in den Bereichen niedriger  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  des Energieflusses. Bei hohem  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  wird das  $\chi^2$  etwas schlechter. Besonders hervorzuheben ist aber die Verbesserung des  $p_t$ -Spektrums und die sehr gute Beschreibung des 'seagull plots', die mit MRS-H nicht erreicht werden kann.

1. Die Verteilungen der Multiplizitäten geladener Teilchen im Breitsystem haben für alle Parametervariationen einen  $\chi^2$ -Wert, der weit unter 0.5 liegt. Damit ist die Beschreibung viel zu gut, die Daten sind für einen Modellvergleich ungeeignet. Die Tabelle für  $\langle n \rangle$  wird daher nicht aufgeführt.
2. In Tabelle 4.6 ist das Verhalten aller Bereiche (bins) der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung dokumentiert. Hierbei entspricht die Bezeichnung 'bin 12' der Graphik unten links in Figur 2.7. Die anderen Intervalle sind wie in einer Matrixanordnung nach dem Schema (Zeile;Spalte) von bin 12 ausgehend nach oben rechts aufsteigend nummeriert. Die beiden Bereiche ganz oben rechts sind von den Studien ausgenommen, da ihre Fehlerbalken viel zu groß sind. In den ersten vier Bereichen ist die Beschreibung durch alle beliebigen Einstellungen so gut, daß das  $\chi^2$  unverhältnismäßig klein ist. Deshalb wurde die Sensitivität zu Null gesetzt. Der mittlere Bereich, bin 24, wird dagegen durch keine Parametervariation wirklich beschrieben. Nur eine Änderung der Fragmentationsparameter oder eine Absenkung des Schnittes im Partonschauer im Endzustand kann den  $\chi^2$ -Wert verbessern.
3. Alle kinematischen Bereiche des Energieflusses sind sensitiv auf Parameterveränderungen. Bei den  $x_F$ -Spektren reagiert der Bereich mit niedrigem  $\langle W \rangle$  am wenigsten auf Parametervariationen. Ebenso ist eine wesentlich höhere Sensitivität des 'seagull plots' von ZEUS gegenüber dem von H1 festzustellen.
4. Die Berücksichtigung der longitudinalen Strukturfunktion  $F_L$  sowie der 'Higher Twist Effekte' und der Korrektur auf die effektive Protonmasse hat keinen Einfluß.
5. Die Benutzung der neuen Behandlung von Seaquarks ist für die Beschreibung jeder Verteilung wichtig. Die einzige Ausnahme bilden die  $x_F$ -Spektren und die

Nr.	Parameter	$x_F$ 77	$x_F$ 122	$x_F$ 169	$p_t$	$P_t^2 \times x_F$	$H1P_t^2 \times x_F$	$\langle E_t \rangle$	$\Omega(\omega)$ low	$\Omega(\omega)$ high
	$\chi^2$ standard	0.41	1.13	2.56	0.86	0.87	0.95	5.33	0.86	3.96
2	$F_L$ (TM)	0.00	1.00	1.02	0.86	0.87	0.99	0.99	1.02	1.01
	aus	0.44	1.13	2.62	0.74	0.76	0.94	5.26	0.88	4.01
	$\chi^2_{standard}$	0.41	1.13	2.56	0.86	0.87	0.95	5.33	0.86	3.96
3	$F_L$ (HT)	0.00	0.99	0.99	0.83	1.07	1.00	1.01	1.05	1.01
	aus	0.41	1.12	2.54	0.71	0.93	0.95	5.36	0.90	4.00
	$\chi^2_{standard}$	0.41	1.13	2.56	0.86	0.87	0.95	5.33	0.86	3.96
4	$F_L$ (QCD)	0.00	1.00	1.02	0.86	0.79	1.00	0.99	1.03	1.01
	aus	0.43	1.13	2.62	0.74	0.68	0.95	5.29	0.89	4.01
	$\chi^2_{standard}$	0.41	1.13	2.56	0.86	0.87	0.95	5.33	0.86	3.96
5	Seequark Beh.	0.00	0.74	0.46	0.82	0.81	1.01	2.27	1.29	0.73
	aus	0.36	0.83	1.17	0.70	0.70	0.96	12.08	1.11	2.90
	$\chi^2_{standard}$	0.41	1.13	2.56	0.86	0.87	0.95	5.33	0.86	3.96
6	$R_{SCI}$	0.00	-0.60	-0.28	-0.67	0.71	-1.27	-2.89	-2.17	-0.21
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.26	0.68	0.72	0.57	0.66	1.20	15.40	1.86	0.82
	$\chi^2_{max}$ für 0.10	0.35	0.81	1.49	0.75	0.62	0.86	7.04	0.91	3.09
7	intrins. $k_t$	0.00	-0.99	-0.95	-0.83	0.88	-0.97	-1.07	-1.02	1.01
	$\chi^2_{min}$ für 0.30	0.41	1.12	2.44	0.71	0.82	0.92	5.70	0.87	3.95
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.44	1.12	2.63	0.97	0.77	0.93	4.99	0.85	3.98
8 8	$p_t$ für p-Rest	0.00	-0.94	-0.96	-0.70	1.05	-1.08	-0.95	0.99	1.03
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.43	1.06	2.47	0.60	0.90	1.02	5.05	0.86	3.98
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.39	1.15	2.56	0.63	0.91	0.89	5.13	0.84	4.06
9 8	Massenred.	0.00	-0.99	-0.97	-0.76	-0.73	-1.04	0.97	-1.01	-0.97
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.40	1.12	2.49	0.65	0.63	0.99	5.40	0.87	3.83
	$\chi^2_{max}$ für 0.25	0.40	1.13	2.56	0.71	0.96	0.94	5.19	0.86	3.94
10 8	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS	1.28	1.26	1.50	0.71	-1.15	0.77	-1.79	1.37	1.67
	$\chi^2_{min}$ für 0.15	0.33	0.93	1.61	0.86	1.00	1.11	9.52	0.90	2.47
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	0.52	1.43	3.84	0.61	0.89	0.73	2.71	1.17	6.62
11	Schnitt ISPS	0.00	-1.04	0.80	0.78	-0.74	0.79	1.62	-1.06	0.84
	$\chi^2_{min}$ für 0.75	0.44	1.17	2.74	0.77	0.64	0.92	4.45	0.91	4.34
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.42	1.13	2.05	0.66	0.84	0.75	8.62	0.89	3.33
12	$z_{qmin}$ Schnitt	0.00	0.68	0.63	1.42	1.74	1.45	1.59	1.30	0.46
	$\chi^2_{min}$ für 0.005	0.42	1.15	2.52	0.79	0.55	0.95	5.26	0.83	3.89
	$\chi^2_{max}$ für 0.15	0.23	0.77	1.61	1.22	1.51	1.37	8.47	1.11	1.82
13	$\hat{s}_{min}$ Schnitt	0.00	0.56	0.65	0.00	-2.86	0.00	-0.48	-1.13	-1.48
	$\chi^2_{min}$ für 3	0.45	1.22	3.11	0.47	2.49	0.40	2.58	0.97	5.86
	$\chi^2_{max}$ für 100	0.20	0.63	1.65	0.30	0.35	0.23	5.56	0.66	2.56
14	Fragm. Para. a	2.43	1.89	2.43	2.64	1.80	1.71	0.29	2.25	2.10
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.43	1.19	2.61	0.78	0.79	0.82	4.42	0.94	4.48
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	0.99	2.13	6.22	2.26	1.56	1.62	1.54	1.93	8.32
15	Fragm. Para. b	-5.35	-3.73	-7.60	-3.94	-2.40	-1.84	-4.36	-13.67	-5.99
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	2.19	4.22	19.48	3.37	2.08	1.75	23.26	11.70	23.72
	$\chi^2_{max}$ für 1.00	0.33	0.98	1.96	0.68	0.91	0.80	6.47	0.86	3.55
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSPS	-1.63	-1.43	-1.80	-1.95	-0.83	-1.34	-0.37	-1.57	-1.63
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.66	1.62	4.60	1.67	0.72	1.27	1.97	1.34	6.46
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	0.66	1.62	4.60	1.67	0.72	1.27	1.97	1.34	6.46
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$	-1.67	-1.44	-1.74	1.85	-0.88	1.34	-0.38	1.57	-1.68
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.68	1.63	4.47	1.54	0.77	1.20	2.02	1.26	6.64
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	0.65	1.60	4.44	1.58	0.90	1.27	2.13	1.34	6.44
18	Schnitt im FSPS	-3.97	-2.91	-4.37	-5.77	-7.90	-2.85	-0.52	-4.53	-3.42
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	1.62	3.29	11.19	4.94	6.86	2.71	2.78	3.88	13.56
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.37	1.09	2.26	0.39	1.00	0.79	4.29	0.75	3.61

**Tabelle 4.7:** LEPTO 6.4 mit GRV und dem Parametersatz von ALEPH: Die Tabelle zeigt alle  $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation auf die Spektren des skalierten longitudinalen Impulses ( $x_F$ ), des Transversalimpulses ( $p_t$ ), den 'seagull plot', die Verteilung des mittleren  $E_t$  und die Energie-Energie-Korrelation. Die den Parametern zugeordneten Nummern verweisen auf Tabelle 4.1. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.

Nr.	Parameter	$dE/d\eta$ bin 1	$dE/d\eta$ bin 2	$dE/d\eta$ bin 3	$dE/d\eta$ bin 4	$dE/d\eta$ bin 5	$dE/d\eta$ bin 6	$dE/d\eta$ bin 7	$dE/d\eta$ bin 8	$dE/d\eta$ bin 9
	$\chi^2$ standard	7.25	7.68	4.08	2.01	1.62	2.49	1.53	3.08	2.04
2	$F_L$ (TM)	0.97	0.95	1.04	1.11	1.13	0.98	1.16	0.98	1.20
	aus	7.03	7.29	4.24	2.22	1.83	2.44	1.78	3.03	2.45
	$\chi^2_{standard}$	7.25	7.68	4.08	2.01	1.62	2.49	1.53	3.08	2.04
3	$F_L$ (HT)	0.99	0.99	1.05	0.99	1.11	1.02	1.14	0.87	1.09
	aus	7.15	7.62	4.30	1.98	1.79	2.54	1.75	2.68	2.23
	$\chi^2_{standard}$	7.25	7.68	4.08	2.01	1.62	2.49	1.53	3.08	2.04
4	$F_L$ (QCD)	0.98	0.95	1.05	1.11	1.15	0.98	1.17	1.00	1.20
	aus	7.08	7.29	4.27	2.22	1.86	2.45	1.78	3.09	2.45
	$\chi^2_{standard}$	7.25	7.68	4.08	2.01	1.62	2.49	1.53	3.08	2.04
5	Seequark Beh.	2.36	2.16	3.14	2.27	2.40	1.35	1.79	1.08	1.06
	aus	17.13	16.57	12.80	4.56	3.88	3.36	2.73	3.33	2.17
	$\chi^2_{standard}$	7.25	7.68	4.08	2.01	1.62	2.49	1.53	3.08	2.04
6	$R_{SCI}$	-1.92	-2.17	-3.73	-3.41	-3.47	-1.47	-4.62	-1.71	-1.71
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	13.94	16.71	15.21	6.84	5.61	3.67	7.06	5.26	3.48
	$\chi^2_{max}$ für 0.10	9.46	9.80	7.32	2.38	2.33	2.35	1.51	2.97	2.45
7	intrins. $k_t$	-1.10	-0.95	-1.14	-1.03	0.89	-1.02	1.12	0.75	-1.13
	$\chi^2_{min}$ für 0.30	7.97	7.33	4.65	2.07	1.72	2.54	1.57	2.73	2.30
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	6.61	7.33	4.15	2.00	1.44	2.52	1.72	2.30	2.13
8	$p_t$ für p-Rest	0.97	-0.95	-1.19	-0.89	1.09	0.93	0.80	-0.94	-1.20
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	7.13	7.33	4.84	1.79	1.64	2.46	1.69	2.90	2.46
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	7.05	7.45	4.67	2.07	1.77	2.33	1.22	2.93	2.09
9	Massenred.	-1.06	-0.95	-1.16	-0.91	-1.05	0.94	-1.19	-0.83	-1.12
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	7.66	7.26	4.71	1.82	1.70	2.55	1.82	2.55	2.28
	$\chi^2_{max}$ für 0.25	7.06	7.33	4.22	2.11	1.64	2.36	1.46	2.86	2.03
10	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS	-1.41	-1.41	-1.98	-1.91	-2.07	1.24	-1.92	-1.30	1.52
	$\chi^2_{min}$ für 0.15	10.25	10.87	8.09	3.84	3.35	2.94	2.93	4.02	2.42
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	5.15	5.19	1.85	1.82	1.59	3.09	2.71	3.58	3.11
11	Schnitt ISPS	1.27	1.30	1.81	1.64	1.73	-0.91	1.92	1.11	-1.15
	$\chi^2_{min}$ für 0.75	7.19	6.90	3.73	1.55	1.38	2.27	1.30	2.89	2.35
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	9.17	10.01	7.39	3.29	2.79	2.48	2.93	3.41	1.93
12	$z_{gmin}$ Schnitt	1.48	1.65	2.12	1.47	2.77	1.83	1.40	1.12	1.87
	$\chi^2_{min}$ für 0.005	7.88	7.58	4.47	1.72	1.41	2.52	1.52	3.02	2.01
	$\chi^2_{max}$ für 0.15	10.70	12.71	8.64	2.96	4.49	4.56	2.15	3.44	3.82
13	$\hat{s}_{min}$ Schnitt	-0.62	-0.57	-0.48	1.24	1.74	-1.11	-1.67	-1.36	-1.58
	$\chi^2_{min}$ für 3	4.48	4.36	1.95	1.75	1.40	2.78	2.56	4.20	3.22
	$\chi^2_{max}$ für 100	5.79	7.92	5.73	2.50	2.82	2.37	2.55	2.48	2.17
14	Fragm. Para. a	0.30	0.50	0.47	1.43	1.55	1.51	2.77	1.50	1.85
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	6.36	6.46	3.85	1.85	1.47	2.38	1.14	2.66	2.18
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	2.14	3.82	1.93	2.87	2.52	3.76	4.24	4.64	3.78
15	Fragm. Para. b	-1.39	-2.80	-6.09	-14.51	-14.66	-7.55	-19.34	-7.60	-7.62
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	10.10	21.54	24.83	29.12	23.72	18.83	29.57	23.41	15.56
	$\chi^2_{max}$ für 1.00	8.93	8.39	5.86	2.32	2.16	2.48	1.76	2.47	2.54
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSPS	-0.52	-0.56	-0.47	-1.08	-0.93	-1.18	-1.63	-1.21	-1.41
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	3.76	4.27	1.90	2.17	1.50	2.95	2.49	3.74	2.88
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	3.76	4.27	1.90	2.17	1.50	2.95	2.49	3.74	2.88
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$	-0.53	0.55	0.48	-0.62	1.07	-1.20	1.45	-1.11	-1.58
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	3.87	4.30	2.03	1.25	1.64	3.00	2.08	3.41	3.22
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	3.89	4.26	1.97	1.44	1.73	2.76	2.22	3.34	2.61
18	Schnitt im FSPS	-0.32	-0.67	0.91	-2.70	-3.32	-2.49	-6.09	-2.53	-2.80
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	2.34	5.17	4.26	5.41	5.38	6.21	9.32	7.81	5.71
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	5.44	6.02	3.71	1.67	1.33	2.56	1.51	2.26	2.24

**Tabelle 4.8:** *LEPTO 6.4 mit GRV und dem Parametersatz von ALEPH: Die Tabelle beinhaltet alle  $\chi^2$ -Werte für die Parametervariationen bezogen auf die einzelnen kinematischen Bereiche (bin 1-bin 9) des Energieflusses im CMS. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.*

Nr.	Parameter	$x_p$							
		bin 12	bin 13	bin 23	bin 33	bin 24	bin 34	bin 44	bin 54
	$\chi^2$ standard	0.24	0.37	0.48	0.22	7.97	2.41	2.18	0.87
2	$F_L$ (TM)	0.00	0.00	0.00	0.00	1.02	0.91	0.88	1.07
	aus	0.32	0.37	0.31	0.23	8.09	2.20	1.93	0.93
	$\chi^2_{standard}$	0.24	0.37	0.48	0.22	7.97	2.41	2.18	0.87
3	$F_L$ (HT)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.95	0.93	0.75	0.81
	aus	0.34	0.47	0.43	0.24	7.57	2.25	1.62	0.71
	$\chi^2_{standard}$	0.24	0.37	0.48	0.22	7.97	2.41	2.18	0.87
4	$F_L$ (QCD)	0.00	0.00	0.00	0.00	1.02	0.91	0.89	1.06
	aus	0.31	0.37	0.30	0.23	8.14	2.19	1.93	0.92
	$\chi^2_{standard}$	0.24	0.37	0.48	0.22	7.97	2.41	2.18	0.87
5	Seequark Beh.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.02	0.92	0.98	0.84
	aus	0.43	0.31	0.44	0.28	8.09	2.22	2.13	0.73
	$\chi^2_{standard}$	0.24	0.37	0.48	0.22	7.97	2.41	2.18	0.87
6	$R_{SCI}$	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.06	-1.22	-1.39	-1.57
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.38	0.35	0.35	0.31	8.41	2.95	3.02	1.36
	$\chi^2_{max}$ für 0.10	0.27	0.41	0.45	0.22	8.17	2.59	1.94	1.12
7	intrins. $k_t$	0.00	0.00	0.00	0.00	1.09	0.83	-0.78	-0.89
	$\chi^2_{min}$ für 0.30	0.37	0.37	0.42	0.18	7.80	2.19	1.71	0.77
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.32	0.41	0.40	0.26	8.66	2.00	1.88	0.93
8	$p_t$ für p-Rest	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.10	-0.94	0.79	0.95
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.33	0.39	0.41	0.24	8.75	2.28	1.94	0.83
	$\chi^2_{max}$ für 0.80	0.33	0.42	0.44	0.17	8.02	2.29	1.72	0.83
9	Massenred.	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.06	0.95	0.75	-0.80
	$\chi^2_{min}$ für 0.00	0.29	0.43	0.48	0.25	8.41	2.35	1.71	0.70
	$\chi^2_{max}$ für 0.25	0.33	0.41	0.37	0.18	8.07	2.29	1.63	0.84
10	$\Lambda_{QCD}$ im ISPS	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.95	-1.15	-0.88	0.80
	$\chi^2_{min}$ für 0.15	0.30	0.43	0.42	0.20	7.59	2.78	1.91	0.92
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	0.45	0.47	0.45	0.25	7.61	2.22	1.98	0.69
11	Schnitt ISPS	0.00	0.00	0.00	0.00	1.23	-0.90	-0.87	1.16
	$\chi^2_{min}$ für 0.75	0.39	0.39	0.38	0.15	7.83	2.17	1.90	0.95
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.55	0.36	0.42	0.16	9.77	2.44	2.28	1.01
12	$z_{gmin}$ Schnitt	0.00	0.00	0.00	0.00	1.25	1.13	-0.93	1.30
	$\chi^2_{min}$ für 0.005	0.40	0.34	0.32	0.21	7.98	2.14	2.02	0.85
	$\chi^2_{max}$ für 0.15	0.55	0.46	0.50	0.19	9.92	2.72	2.22	1.13
13	$\delta_{min}$ Schnitt	0.00	2.37	1.66	0.00	1.55	1.52	-0.85	-1.04
	$\chi^2_{min}$ für 3	0.37	0.74	0.54	0.17	7.31	2.13	1.86	0.90
	$\chi^2_{max}$ für 100	0.42	0.89	0.80	0.19	12.37	3.66	2.18	0.89
14	Fragm. Para. a	0.00	0.00	0.00	0.00	0.55	0.57	0.55	-1.08
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.33	0.56	0.35	0.18	8.20	2.19	1.94	0.94
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	0.37	0.46	0.38	0.34	4.34	1.38	1.20	0.61
15	Fragm. Para. b	-3.48	-2.63	-1.92	-3.07	-0.34	-0.33	-0.29	0.91
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.84	0.99	0.92	0.69	2.73	0.80	0.64	0.93
	$\chi^2_{max}$ für 1.00	0.38	0.50	0.55	0.23	9.17	2.50	1.68	0.79
16	$\Lambda_{QCD}$ im FSFS	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.71	-0.70	-0.57	-1.03
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.30	0.32	0.44	0.32	5.63	1.69	1.25	0.90
	$\chi^2_{max}$ für 0.50	0.30	0.32	0.44	0.32	5.63	1.69	1.25	0.90
17	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.75	-0.80	-0.52	0.83
	$\chi^2_{min}$ für 0.10	0.24	0.39	0.33	0.22	5.96	1.93	1.13	0.83
	$\chi^2_{max}$ für 0.40	0.32	0.37	0.34	0.24	6.31	2.00	1.47	0.72
18	Schnitt im FSFS	-2.71	-1.92	-1.36	0.00	-0.35	-0.45	-0.58	-0.92
	$\chi^2_{min}$ für 0.50	0.65	0.72	0.66	0.59	2.76	1.09	1.25	0.80
	$\chi^2_{max}$ für 2.00	0.27	0.50	0.34	0.20	7.27	2.13	1.77	0.82

**Tabelle 4.9:** *LEPTO 6.4 mit GRV und dem Parametersatz von ALEPH: Die Tabelle zeigt alle  $\chi^2$  -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation auf das Spektrum des skalierten longitudinalen Impulses (im Breitsystem) in verschiedenen kinematischen Bereichen. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt, die zweite den  $\chi^2$ -Wert, wenn der Parameter variiert wird und die dritte zum Vergleich entweder den Standardwert oder den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung.*

Energie-Energie-Korrelation bei großen  $x_{Bj}$ , die besser werden, wenn man diese Option ausschaltet.

6. Das Einschalten der 'Soft Color Interaction' ist wie die neue Behandlung von Seequarks wichtig für die Beschreibung der Verteilungen. Das  $x_F$ -Spektrum bei hohem  $W$  ist besser beschrieben ohne die SCI. Extrem auffällig ist die fast perfekte Beschreibung der Energie-Energie-Korrelation bei hohen  $x_{Bj}$ , wenn man keine SCI benutzt (s. Abbildung 3.17) !
7. Die Parameter für die Modifikation des Protonrestes und das intrinsische  $k_t$  haben keinen Einfluß. Studien haben ergeben, daß erst bei extrem hohen Werten von  $k_t$  sich eine Auswirkung im nicht meßbaren Bereich um den Protonrest zeigt.
8. Die Auswirkung des Parameters  $\Lambda_{\text{QCD}}$  im Partonschauer im Anfangszustand sind vielfältig. So verbessert ein hoher Wert die Beschreibung des Energieflusses in den ersten fünf Intervallen, dann kehrt sich das Verhalten um, und die letzten vier bevorzugen eindeutig kleine Werte. Dafür würden die  $x_F$ -Spektren dann sehr schlecht, die Energie-Energie-Korrelation im oberen  $x_{Bj}$  Bereich aber leicht verbessert werden.
9. Der Parameter für die Abgrenzung gegen den Partonschauer im Anfangszustand hat Einfluß auf die mittleren und hohen Intervalle des Energieflusses, bewirkt aber insgesamt gesehen nur leichte Veränderungen in den restlichen Verteilungen.
10. Verwendet man einen hohen Wert für den Schnitt auf die Variable  $z$  durch  $z_{qmin} \simeq 0.1$ , wird der Energiefluß besonders bei kleinen  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  schlecht beschrieben. Eine Absenkung auf  $z_{qmin} \simeq 0.001$  verbessert den 'seagull plot' und die Energie-Energie-Korrelation bei hohen  $x_{Bj}$ .
11. Der zweite Parameter für das Matrix-Element wurde von dem sehr niedrigen Wert  $\hat{s} = 1$  oder  $3 \text{ GeV}^2$  bis zu extrem hohen Werten wie  $\hat{s} = 100 \text{ GeV}^2$  getestet. Die Einstellung von  $\hat{s} = 100 \text{ GeV}^2$  ergibt für 'seagull plot', das  $p_t$ -Spektrum und die Energie-Energie-Korrelation bei hohen  $x_{Bj}$  die besten Ergebnisse. Eine nur leichte Erhöhung des Wertes auf  $\hat{s} = 10 \text{ GeV}^2$  zerstört die Beschreibung der  $x_F$ -Spektrum und der Energieflüsse in den ersten fünf Intervallen.
12. Eine Veränderung der Fragmentationparameter  $a$  und  $b$  sollte mit größter Vorsicht geschehen, da diese erhebliche Auswirkungen auf alle Verteilungen haben und zudem stark korreliert sind. Diese Parameter sind mit hoher Genauigkeit an LEP-Daten angepaßt. Meistens verschlechtern sich die  $\chi^2$ -Werte, wenn man die Parameter überhaupt verstellt. Sie sind aber fast die einzige Möglichkeit überhaupt, eine Verbesserung in dem schlecht beschriebenen Bereich der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung herbeizuführen.

13. Erniedrigt man den Wert für den Schnitt im Partonschauer im Endzustand, kann man wieder ein geteiltes Verhalten der Energieflüsse beobachten: Die Intervalle bin 1-bin 5 werden besser, bin 6-bin 9 schlechter. Ebenso uneindeutig ist die Beschreibung der Energie-Energie-Korrelation bei einem hohen Schnittwert: die Verteilung für kleine  $x_{Bj}$  wird schlechter, die für große  $x_{Bj}$  aber wesentlich besser. Auch das  $p_t$ -Spektrum und der seagull plot bevorzugen hohe Werte.

### LEPTO 6.4 mit GRV und dem Parametersatz von ALEPH

Verwendet man GRV als Strukturfunktion und den Parametersatz von ALEPH, müssen die sensitiven Parameter und Verteilungen neu bestimmt werden, da sich die Voraussetzungen grundlegend geändert haben. Es wurde in der Arbeit eine Version von GRV<sup>1</sup> verwendet bei der die Berechnung der Strukturfunktion in höherer Ordnung  $\alpha_s$  (HO) geschieht, das 'DIS-Renormierungschema' verwendet wird und die Näherungen in der nächsthöheren Ordnung der führenden Logarithmen (NLL) durchgeführt werden. Es werden noch keine charm- und bottom-Quarks berücksichtigt.

Anhand der erstellten Tabellen läßt sich aber ein sehr ähnliches und zum Teil identisches Verhalten bei der Auswirkung von Parametervariationen auf die Verteilungen feststellen. So gelten die für MRS-H aufgeführten Punkte 2.-7. auch für diese Parametereinstellung. Davon abweichende Beobachtungen sind in den Punkten 8.-14. angegeben.

8. Der Einfluß des Parameters  $\Lambda_{\text{QCD}}$  im Partonschauer im Anfangszustand auf den Energiefluß ist unverändert gegenüber der Standardversion. Es ruft aber keinen Effekt mehr bei den  $x_F$ -Spektren hervor und diesmal wird der Bereich hoher  $x_{Bj}$  der Energie-Energie-Korrelation durch hohe Werte verbessert.
9. Eine Variation des Wertes, der den Partonschauer im Anfangszustand begrenzt, hat kaum Auswirkungen auf die  $x_F$ -Spektren und die Energie-Energie-Korrelation. Ein niedriger Werte verbessert den Energiefluß in den ersten fünf Intervallen, dafür werden die Bereiche bei hohen  $x_{Bj}$  und  $Q^2$  zum Teil sehr schlecht.
10. Ein hoher Wert für  $z_q$  zerstört den Energiefluß, verbessert aber die Beschreibung der  $x_F$ -Spektrum und der Energie-Energie-Korrelation bei hohen  $x_{Bj}$ .
11. Wählt man  $\hat{s} = 100 \text{ GeV}^2$ , erhält man eine für die Energie-Energie-Korrelation (hohes  $x_{Bj}$ ) und das  $x_F$ -Spektrum verbesserte Beschreibung, die beim Energiefluß

---

<sup>1</sup>Es wird die Bibliothek der Partondichtefunktionen 'PDFlib 6.0' und GRV 94 mit der Option (1 5 7) verwendet. Die aktuelle Version der 'PDFlib' ist 7.x, die auch c und b quarks berücksichtigt.

vergleichbare  $\chi^2$ -Werte erzielt. Eine leichte Erhöhung auf  $\hat{s} = 3 \text{ GeV}^2$  ist für die ersten fünf Bereiche des Energieflusses sehr vorteilhaft, die restlichen werden tendenziell etwas schlechter.

12. Niedrige Werte für den Wert, der den Partonschauer im Endzustand begrenzt, zerstört die Beschreibung des  $p_t$ -Spektrums, des 'seagull plots', des  $x_F$ -Spektrums bei hohen  $\langle W \rangle$  und des Energieflusses bei hohen  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ . Die anderen Bereiche werden verbessert. Die Korrelation wird durch niedrige Werte zwar wesentlich verschlechtert, durch hohe aber auch nicht verbessert.
13. Abweichungen vom Standardwert des  $\Lambda_{\text{QCD}}$ , das in  $\alpha_s$  verwendet wird wirken sich auf alle Verteilungen negativ aus, bis auf die unteren Bereiche des Energieflusses.

Die Auswahl der Parameter geschieht über ein einfaches Abzählen aller Einträge, die als 'sensitiv' bezeichnet werden können, wie zu Beginn von 4.3 definiert wurde. Ebenso kann auch in jeder Spalte in den Tabellen verfahren und festgestellt werden, welche Verteilungen überhaupt Auswirkungen der Variationen widerspiegeln. Verteilungen mit mehr als neun Einträgen und Parameter mit mehr als elf werden als relevant angesehen. Damit wird eine eindeutige Trennung von sensitiv (viele Einträge) und nicht sensitiv vorgenommen. Die Übersicht der sensitiven Parameter und Verteilungen ist in Tabelle 4.10 und Tabelle 4.11 dargestellt.

Will man nun eine Aussage über das Verhalten eines Parameters bezüglich *aller* Verteilungen treffen, kann man die  $\chi^2$ -Werte der zu betrachtenden Verteilungen heranziehen. Das kombinierte  $\chi^2$  ist folgendermaßen definiert:

$$\chi_{comb}^2 = \frac{1}{\sum w_i} \sum_{i=1}^{ndis} w_i \chi^2 .$$

Es wird über die Anzahl der Verteilungen (*ndis*) summiert, wobei jedes  $\chi^2$  einen Gewichtungsfaktor  $w_i$  erhält. Jeder Typ von Verteilung geht einfach gewichtet in die Summe ein. Wenn es mehrere sensitive Verteilungen zum selben Typ gibt, werden zwei bis drei stellvertretend ausgewählt und entsprechend gewichtet. Beim Energiefluß oder der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung, wo es viele  $x_{Bj}$  und  $Q^2$ -Bereiche gibt, wird so ausgewählt, daß die ganze kinematische Ebene abgedeckt ist. Aufgrund der gemeinsamen Abstimmung innerhalb der Arbeitsgruppe für den HERA-Workshop sind auch Verteilungen, die für LEPTO nicht sensitiv sind, hinzugenommen worden, da parallel ARIADNE und HERWIG untersucht wurden [Bro96b].

Es ergibt sich die explizite Darstellung des 'kombinierten  $\chi^2$ ' durch Tabelle 4.12.

### 4.3.2 ARIADNE 4.08

Die elf Parameter, die in ARIADNE für eine Optimierung in Frage kommen (Tabelle 4.3), werden ebenfalls mit dem  $\chi^2$ -Kriterium auf ihre Sensitivität hin untersucht.

Parameter	Beschreibung
LST(34)	Benutzung der Soft Colour Interaction (SCI)
LST(35)	Benutzung des neuen Seaquark Treatment
PARL(7)	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der SCI
PARL(8)	Schnitt im Matrix Element durch $z_{qmin}$
PARL(9)	Schnitt im Matrix Element durch $\hat{s}_{min}$
PYPAR(21)	$\Lambda_{QCD}$ im Partonschauer im Anfangszustand
PYPAR(22)	Abschneidewert für den Partonschauer im Anfangszustand
PARU(112)	$\Lambda_{QCD}$ in $\alpha_s$
PARJ(41)	a in der Fragmentationsfunktion
PARJ(42)	b in der Fragmentationsfunktion
PARJ(81)	$\Lambda_{QCD}$ im Partonschauer im Endzustand
PARJ(82)	Abschneidewert im Partonschauer im Endzustand

**Tabelle 4.10:** Übersicht der Parameter, die in LEPTO sensitiv auf die Verteilungen zum hadronischen Endzustand und damit für eine Optimierung prinzipiell geeignet sind.

Verteilung	Kinematischer Bereich	
	$x_{Bj}$	$Q^2$
Energiefluß im CMS und mittleres $E_t$	$1.6 \cdot 10^{-4} - 4.9 \cdot 10^{-3}$	6.8 - 32.6 GeV <sup>2</sup> aus allen Bereichen
Energie-Energie-Korrelation	$x < 10^{-3}$	-
	$x > 10^{-3}$	-
$\ln(1/x_p)$ Verteilung	$2.4 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-2}$	20 -40 GeV <sup>2</sup>
	$2.4 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-2}$	80 -160 GeV <sup>2</sup>
$x_F$ Spektrum	bei $\langle W \rangle = 169$ GeV	
$p_t$ -Spektrum	-	
seagull plot H1, ZEUS	-	

**Tabelle 4.11:** Übersicht der Verteilungen und der jeweiligen kinematischen Bereiche, die sich für LEPTO als sensitiv herausgestellt haben.

Berechnung von $\chi_{comb}^2 = \frac{1}{\sum w_i} \sum_{i=1}^{ndis} w_i \chi^2$		
Verteilung		Gewichtung $w_i$
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dx_F}$	mit $\langle W \rangle = 77$ GeV	0.5
	mit $\langle W \rangle = 169$ GeV	0.5
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dp_T}$		1.0
$\langle p_T^2 \rangle$ vs $x_F$	ZEUS	0.5
	H1	0.5
$\frac{1}{N} \frac{dE_T}{d\eta^*}$	niedrig	0.25
	mittel	0.25
	hoch	0.25
$\langle E_T \rangle$		0.25
$\frac{1}{N} \frac{dN}{d \ln 1/x_p}$	niedrig	0.33
	mittel	0.33
	hoch	0.33

**Tabelle 4.12:** Übersicht der Verteilungen zum hadronischen Endzustand, die in die Berechnung der  $\chi_{comb}^2$ -Funktion eingehen. Für die Bereiche des Energieflusses entspricht 'niedrig' einem  $\langle x \rangle = 1.6 \cdot 10^{-4}$  und  $\langle Q^2 \rangle = 6.8$  GeV<sup>2</sup>, der 'mittlere'  $\langle x \rangle = 6.3 \cdot 10^{-4}$  und  $\langle Q^2 \rangle = 14.2$  GeV<sup>2</sup>, und der 'hohe'  $\langle x \rangle = 2.1 \cdot 10^{-3}$  und  $\langle Q^2 \rangle = 30.9$  GeV<sup>2</sup>. Die kinematischen Intervalle der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung sind:  $x_{Bj} = 1.2 - 2.5 \cdot 10^{-3}$  und  $Q^2 = 10 - 20$  GeV<sup>2</sup> (niedrig),  $x_{Bj} = 1.2 - 2.5 \cdot 10^{-3}$  and  $Q^2 = 20 - 40$  GeV<sup>2</sup> (mittel),  $x_{Bj} = 2.4 - 10 \cdot 10^{-3}$  and  $Q^2 = 80 - 160$  GeV<sup>2</sup> (hoch).

Die Tabellen 4.13 bis 4.15 beinhalten die Auswirkung der Parametervariationen auf alle Verteilungen.

#### Tabellen für ARIADNE 4.08 standard (mit GRV)

Wie schon für LEPTO diskutiert, kann man auch anhand dieser Tabellen die globale Tendenzen bezüglich der Auswirkung der Parametervariationen in ARIADNE auf die Verteilungen erkennen:

1. Für die Studien in ARIADNE wird als Standardversion die Parametrisierung der Partondichtefunktion nach GRV zugrunde gelegt. Die erste Zeile zeigt die

Parameter	$x_F$ bei ( $W$ ) = 77 GeV	$x_F$ bei 122 GeV	$x_F$ bei 169 GeV	$p_t$	$P_t^2 \times x_F$ ZEUS	$P_t^2 \times x_F$ Hi	$\langle E_t \rangle$	$\Omega(\omega)$ $x < 10^{-3}$	$\Omega(\omega)$ $x > 10^{-3}$
$\chi^2$ standard	0.49	1.29	2.26	0.33	6.81	0.89	1.09	2.44	4.35
Struktur-Fkt.	0.00	1.02	0.98	0.00	0.71	0.66	1.12	0.63	1.12
$\chi^2$ MRS-H	0.59	1.32	2.20	0.11	4.86	0.59	1.22	1.54	4.89
$\chi^2$ GRV	0.49	1.29	2.26	0.33	6.81	0.89	1.09	2.44	4.35
$\Lambda_{\text{QCD}}$ in $\alpha_s$	1.32	1.21	1.37	3.05	1.94	1.73	3.24	2.00	1.65
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.20	0.41	1.27	2.11	0.37	7.63	0.85	0.86	1.87	3.56
$\chi_{\text{max}}^2$ für 0.30	0.65	1.57	3.09	1.02	13.24	1.55	3.52	4.87	7.18
$p_t$ cut	-1.18	0.82	-1.17	1.77	1.40	0.93	-1.32	0.75	-1.19
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.40	0.58	1.41	2.64	0.41	7.16	0.87	1.43	2.25	5.20
$\chi_{\text{max}}^2$ für 0.80	0.43	1.07	2.01	0.59	9.54	0.83	0.99	1.83	3.71
PARA(10), $\alpha$	-1.09	0.82	0.75	-5.27	-3.26	-5.70	-6.88	-4.50	-2.25
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.50	0.53	1.37	2.81	1.76	22.16	5.10	7.49	10.96	9.79
$\chi_{\text{max}}^2$ für 2.00	0.40	1.06	1.70	0.31	0.34	0.27	3.31	0.47	0.93
PARA(14), $\mu$	1.23	-0.88	1.21	3.46	2.26	2.72	2.96	2.36	1.94
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.70	0.48	1.14	1.94	0.21	3.83	0.34	0.72	0.92	2.86
$\chi_{\text{max}}^2$ für 1.70	0.60	1.40	2.74	1.16	15.41	2.43	3.22	5.74	8.45
PARA(15), $\alpha_q$	0.00	-0.98	0.94	-1.63	0.45	-1.58	-1.52	-1.49	0.62
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.50	0.49	1.26	2.27	0.54	9.94	1.41	1.65	3.62	4.79
$\chi_{\text{max}}^2$ für 2.00	0.48	1.27	2.11	0.23	3.07	0.21	1.11	0.52	2.71
PARA(25), $\beta$	-1.13	0.86	-1.06	3.88	3.19	5.23	3.51	3.32	1.56
$\chi_{\text{min}}^2$ für 1.00	0.55	1.43	2.40	0.28	2.59	0.09	0.78	0.60	3.27
$\chi_{\text{max}}^2$ für 4.00	0.41	1.12	2.23	1.30	21.71	4.68	3.82	8.10	6.80
intrins. $p_t$	1.09	-0.88	-0.85	2.30	1.70	1.78	1.58	-0.31	-0.52
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.20	0.45	1.14	1.92	0.10	2.90	0.21	0.84	0.76	2.25
$\chi_{\text{max}}^2$ für 1.00	0.53	1.25	2.41	0.77	11.58	1.59	1.72	3.39	4.97

**Tabelle 4.13:** Auflistung aller  $\chi^2$ -Werte für die Parametervariationen innerhalb von ARIADNE 4.08 mit der Parametrisierung der Partondichtefunktion nach GRV. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt und die zweite und dritte Zeile den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung angeben, der mit dem Standardwert ganz oben in der Tabelle verglichen werden kann.

$\chi^2$ -Werte, die sich bei der Verwendung von MRS-H ergeben. Nur wenige Verteilungen sind sensitiv auf den Wechsel der Strukturfunktion. Der 'seagull plot' von ZEUS, die Energie-Energie-Korrelation bei hohen  $x_{Bj}$  und der Energiefluß in den mittleren kinematischen Bereichen werden besser beschrieben mit MRS-H. So ergibt sich insgesamt ein Startwert des kombinierten  $\chi_{\text{comb}}^2$  von 1.76 mit GRV und 1.39 mit MRS-H.

- Die größten Probleme in der Beschreibung der Daten hat ARIADNE mit dem 'seagull plot' von ZEUS, der Energie-Energie-Korrelation und zwei Bereichen der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung (bin 24, bin 34). Letztere zeigen aber keine Reaktion auf jegliche Parametervariationen und können somit nicht verbessert werden. Die drei Bereiche des  $x_F$ -Spektrum sind allgemein nicht sensitiv.
- Das  $\Lambda_{\text{QCD}}$  ist auf fast alle Verteilungen sehr sensitiv und darf nicht zu hohen

Parameter	$dE/d\eta$ bin 1	$dE/d\eta$ bin 2	$dE/d\eta$ bin 3	$dE/d\eta$ bin 4	$dE/d\eta$ bin 5	$dE/d\eta$ bin 6	$dE/d\eta$ bin 7	$dE/d\eta$ bin 8	$dE/d\eta$ bin 9
$\chi^2$ standard	1.21	2.94	1.92	2.14	1.52	3.00	3.41	2.63	2.98
Struktur-Fkt.	0.97	0.89	1.13	0.63	0.70	0.96	0.88	1.11	0.87
$\chi^2$ MRS-H	1.17	2.63	2.16	1.35	1.07	2.89	2.99	2.91	2.60
$\chi^2$ GRV	1.21	2.94	1.92	2.14	1.52	3.00	3.41	2.63	2.98
$\Lambda_{\text{QCD}}$ in $\alpha_s$	2.02	1.89	3.22	2.77	2.48	1.67	2.20	1.96	1.32
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.20	1.10	3.13	1.79	1.94	1.13	2.58	2.88	2.25	2.43
$\chi_{\text{max}}^2$ für 0.30	2.43	5.57	6.17	5.93	3.76	5.02	7.49	5.15	3.94
$p_t$ cut	-1.23	-1.14	-1.39	-1.74	-1.10	-1.19	-1.26	0.93	-0.94
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.40	1.49	3.37	2.67	3.73	1.67	3.59	4.29	2.66	2.79
$\chi_{\text{max}}^2$ für 0.80	1.30	2.77	1.52	2.04	1.60	2.95	3.06	2.44	2.96
PARA(10), $\alpha$	-4.33	-3.57	-5.47	-4.51	-3.74	-1.70	-4.41	-2.54	-1.30
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.50	5.22	10.49	10.48	9.64	5.68	5.10	15.04	6.66	3.86
$\chi_{\text{max}}^2$ für 2.00	3.66	4.59	3.06	0.71	0.73	2.28	1.24	1.89	2.45
PARA(14), $\mu$	2.16	1.66	3.35	2.86	3.13	1.31	2.18	1.87	1.25
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.70	1.20	2.65	1.45	1.16	0.90	2.39	1.99	1.48	2.31
$\chi_{\text{max}}^2$ für 1.70	2.61	4.88	6.42	6.12	4.75	3.93	7.45	4.92	3.72
PARA(15), $\alpha_q$	1.33	-1.60	-1.73	-1.88	0.64	-1.15	0.52	0.62	0.73
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.50	1.38	4.69	3.32	4.03	1.67	3.44	4.97	2.89	2.69
$\chi_{\text{max}}^2$ für 2.00	1.60	2.62	1.51	1.39	0.97	2.74	1.78	1.62	2.18
PARA(25), $\beta$	4.79	2.04	3.93	2.95	2.25	-0.77	1.43	-0.64	1.32
$\chi_{\text{min}}^2$ für 1.00	1.23	2.62	0.93	1.29	0.83	2.32	1.95	1.67	2.09
$\chi_{\text{max}}^2$ für 4.00	5.78	6.00	7.53	6.32	3.41	3.43	4.89	3.33	3.94
intrins. $p_t$	1.12	1.30	1.55	1.64	-0.47	-0.77	1.70	-0.51	0.83
$\chi_{\text{min}}^2$ für 0.20	1.18	2.44	1.50	0.85	0.71	2.32	1.09	1.34	2.77
$\chi_{\text{max}}^2$ für 1.00	1.36	3.83	2.97	3.51	2.00	3.48	5.79	2.40	2.46

**Tabelle 4.14:** *Aufistung aller  $\chi^2$  -Werte für die Parametervariationen innerhalb von ARIADNE 4.08 mit der Parametrisierung der Partondichtefunktion nach GRV. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt und die zweite und dritte Zeile den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung angeben, der mit dem Standardwert ganz oben in der Tabelle verglichen werden kann.*

Werten hin (wie 0.3) verändert werden.

4. Ein hoher Wert für den  $p_t$  -Schnitt in der Partonkaskade verbessert die Beschreibung der Energie-Energie-Korrelation und des  $x_F$  -Spektrums. Dabei bleiben die  $\chi^2$  -Werte des Energieflusses etwa gleich.
5. Senkt man PARA(10) auf 0.5 ab, zerstört man den 'seagull plot', das  $p_t$ -Spektrum und den Energiefluß. Diese Änderung hat keinen Einfluß auf die  $\ln(1/x_p)$  -Verteilung. Hohe Werte (2.0) liefern eine perfekte Beschreibung des 'seagull plots' und der Energie-Energie-Korrelation! Dabei wird dann der Energiefluß in den ersten drei Intervallen verschlechtert, in den mittleren (bin 4 -bin 7) aber wesentlich verbessert.
6. PARA(14)=0.7 bewirkt eine tendenziell bessere Übereinstimmung von ARIADNE und den Daten des Energieflusses und des 'seagull plots'. Die Energie-Energie-

Parameter	$x_p$ bin 12	$x_p$ bin 13	$x_p$ bin 23	$x_p$ bin 33	$x_p$ bin 24	$x_p$ bin 34	$x_p$ bin 44	$x_p$ bin 54
$\chi^2$ standard	0.52	0.84	0.79	0.26	9.76	3.78	2.79	1.13
Struktur-Fkt.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.82	0.85	0.80	1.05
$\chi^2$ MRS-H	0.39	0.51	0.40	0.25	7.96	3.21	2.25	1.19
$\chi^2$ GRV	0.52	0.84	0.79	0.26	9.76	3.78	2.79	1.13
$\Lambda_{\text{QCD}}$ in $\alpha_s$	-1.20	1.26	0.93	0.00	0.91	-0.86	0.88	0.89
$\chi_{min}^2$ für 0.20	0.62	0.90	0.77	0.30	10.48	3.27	2.76	1.15
$\chi_{max}^2$ für 0.30	0.56	1.05	0.73	0.35	8.84	3.28	2.45	1.00
$p_t$ cut	1.22	-0.79	-0.82	0.00	-0.93	-1.00	-0.93	1.30
$\chi_{min}^2$ für 0.40	0.55	0.66	0.64	0.25	9.04	3.80	2.60	1.12
$\chi_{max}^2$ für 0.80	0.64	0.94	0.67	0.27	9.56	3.77	2.98	1.47
PARA(10), $\alpha$	-1.15	0.76	1.00	0.00	1.20	-0.94	1.21	1.42
$\chi_{min}^2$ für 0.50	0.60	0.87	0.53	0.25	9.33	3.57	2.80	1.19
$\chi_{max}^2$ für 2.00	0.57	0.64	0.79	0.20	11.71	3.95	3.37	1.60
PARA(14), $\mu$	1.13	1.27	0.90	0.00	0.86	0.87	-1.09	-1.30
$\chi_{min}^2$ für 0.70	0.54	0.93	0.84	0.37	10.00	3.74	3.05	1.47
$\chi_{max}^2$ für 1.70	0.59	1.06	0.71	0.28	8.38	3.29	2.70	1.38
PARA(15), $\alpha_q$	-1.24	1.15	-1.20	0.00	-1.09	0.94	0.92	-1.26
$\chi_{min}^2$ für 0.50	0.65	0.93	0.94	0.26	10.61	3.88	2.87	1.42
$\chi_{max}^2$ für 2.00	0.47	0.96	0.58	0.23	10.30	3.57	2.56	1.15
PARA(25), $\beta$	1.18	-0.76	1.38	0.00	-0.94	-0.86	1.18	1.24
$\chi_{min}^2$ für 1.00	0.52	0.64	0.66	0.26	9.21	3.24	2.63	1.00
$\chi_{max}^2$ für 4.00	0.62	0.81	1.09	0.42	9.78	3.31	3.28	1.40
intrins. $p_t$	1.18	-0.86	0.84	0.00	-1.12	0.97	1.14	-1.37
$\chi_{min}^2$ für 0.20	0.53	0.72	0.57	0.25	10.89	3.82	2.80	1.55
$\chi_{max}^2$ für 1.00	0.61	0.88	0.66	0.36	10.40	3.67	3.17	1.42

**Tabelle 4.15:** Auflistung aller  $\chi^2$  -Werte für die Parametervariationen innerhalb von ARIADNE 4.08 mit der Parametrisierung der Partondichtefunktion nach GRV. Jedem Parameter sind drei Zeilen zugeordnet, wobei die erste die Sensitivität  $S$  angibt und die zweite und dritte Zeile den  $\chi^2$ -Wert einer anderen möglichen Parametereinstellung angeben, der mit dem Standardwert ganz oben in der Tabelle verglichen werden kann.

Korrelation bei kleinen  $x_{Bj}$  wird sehr gut beschrieben. Das Gegenteil ist beim Übergang zu großen Werten der Fall.

7. Bei PARA(15) werden Einstellungen um 2.0 vom 'seagull plot', der Energie-Energie-Korrelation und dem Energiefluß bevorzugt.
8. Eine Erniedrigung von PARA(25) auf 1.0 wirkt sich positiv auf alle Verteilungen aus. Werte bis 4.0 sind eindeutig zu hoch.
9. Der niedrige Wert von 0.2 für das intrinsische  $p_t$  wirkt sich positiv auf die Beschreibung aller Verteilungen aus.

Nach Abzählen der Spalten, in denen  $S$  um mehr als 20 % von 1 abweicht, ergibt sich die Übersicht der sensitiven Parameter in Tabelle 4.16. Parameter mit mindestens 12 und Verteilungen mit 6 oder mehr Einträgen werden als sensitiv angesehen aufgrund

Parameter	Beschreibung
PARA(1)	$\Lambda_{\text{QCD}}$ in $\alpha_s$
PARA(3)	Abschneidewert $p_{t\text{cut}}$ in der Partonkaskade
PARA(10)	Dimensionalität des Protonrestes, Exponent $\alpha$
PARA(14)	zur Berechnung von $\mu$
PARA(15)	Ausdehnung des gestreuten Quarks, Exponent $\alpha$
PARA(25)	Faktor $\beta = 1/b$ in Gleichung 3.35
PARA(27)	Quadratwurzel des mittleren intrinsischen $p_t^2$

**Tabelle 4.16:** *Sensitive Parameter in ARIADNE, die sich für eine Anpassung eignen.*

der klaren Trennung von den Verteilungen bzw. Parametern mit entschieden weniger Einträgen. Die sensitiven Verteilungen entsprechen Tabelle 4.11 bis auf den Unterschied, daß für ARIADNE kein  $x_F$ -Spektrum dazugehört und bei der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung nur das Intervall 54 sensitiv ist.

## 4.4 Das mehrdimensionale Anpassungsverfahren

Der erste Schritt bei der Optimierung ist die Studie zur Auswirkung der eindimensionalen Parametervariationen. Für jeden Parameter läßt sich die Einstellung mit dem niedrigsten kombinierten  $\chi^2$  ermitteln. Mit den einzeln ermittelten Minima kann ein neuer Parametersatz erstellt und ein Ergebnis erzielt werden. Dabei würde man aber jede Korrelation unter den Parametern völlig außer acht lassen. Da diese aber einen entscheidenden Einfluß auf den Verlauf der  $\chi_{\text{comb}}^2$ -Funktion hat und man nicht vorhersagen kann, wie sie sich im Parameterraum verhält, muß eine mehrdimensionale Optimierung durchgeführt werden.

Bei der Optimierung von LEPTO stellt die hohe Anzahl an sensitiven Parametern ein Problem dar. Bei einem Ausgangspunkt von z.B. fünf kontinuierlich veränderbaren Parametern ist eine in allen Dimensionen gleichmäßige Optimierung aufgrund der begrenzten Rechnerkapazität kaum möglich. Die typische Zeit, die man für die Generierung von 200.000 Ereignissen einer gegenüber der Standardversion nur leicht veränderten Parametereinstellung braucht beläuft sich für LEPTO auf ungefähr 30 Stunden und für ARIADNE auf etwa 10 Stunden. Der dazu verwendete Rechner ist vom Typ 'SGI powerseries' mit acht Prozessoren (Chipsatz R300) und einer Taktfrequenz von 40 MHz. Will man den Wertebereich jedes Parameters in N Schritte unterteilen, hieße das, den Generator  $5^N$  mal laufen zu lassen, was bereits bei für N=4 eine Anzahl von 625 wäre ! Deshalb muß eine Dimensionsreduktion durchgeführt oder nur ein Teil des

Paramterraumes getestet werden.

#### 4.4.1 Optimierung von LEPTO

Wie in Tabelle 4.10 zusammengestellt, bleiben in LEPTO 6 (+5 JETSET-) Parameter, die sensitiv auf die HERA-Daten und damit geeignet für eine Anpassung sind. Um die Optimierung zu beschleunigen, wird das Verfahren in mehrere Schritte unterteilt und so nur ein eingeschränkter Teil der prinzipiell möglichen Kombinationen von Parametereinstellungen untersucht:

1. Der Schalter für die neue Behandlung von Seequarks, LST(35), wird auf seinem Standardwert gelassen, da die Tabellen eine eindeutige Verschlechterung bei Ausschalten dieser Option belegen.
2. Es ist sinnvoll für das weitere Vorgehen, das Verhalten von jeweils zwei Parametern zu betrachten. Dies erlaubt eine Abarbeitung des Raumes als zweidimensionales Gitter, welches zusammen mit dem Funktionswert  $\chi^2$  dreidimensional dargestellt werden kann. Das erste Gitter wird mit den Parametern PARL(8) und PARL(9) des Matrix-Elementes erstellt. Damit können Minima der  $\chi_{comb}^2$ -Funktion für bestimmte Einstellungen von  $z_{q,min}$  und  $\hat{s}_{min}$  gefunden werden.
3. Das Wertepaar von  $z_{q,min}$  und  $\hat{s}_{min}$  mit dem kleinsten  $\chi_{comb}^2$  dient als Ausgangspunkt für die Variation der Parameter für die SCI und den Schnitt auf den Partonschauer im Anfangszustand. In diesem zweiten Gitter (PARL(7) gegen PYPAR(22)) gibt es wiederum mindestens ein Minimum, das weiter untersucht wird.
4. Der letzte Schritt zur Verbesserung des  $\chi^2$ -Wertes besteht in der Veränderung des Parameters für den Wert von  $\Lambda_{QCD}$  im Partonschauer im Anfangszustand (PYPAR(21)).

Das Optimierungsverfahren beginnt also bei der Justierung der Parameter PARL(8) und PARL(9) des Matrix-Elementes. Der angegebene Wertebereich ist in LEPTO 6.4 eine kritische Größe. Der Grund dafür ist in der Arbeitsweise des Generators zu suchen. Vorstudien zeigen, daß bestimmte niedrige Einstellungen von beiden Parametern nicht sinnvoll sind, da das generierte Ereignis mit Schnittwerten arbeitet, die höher liegen als die vom Benutzer vorgegebenen. PARL(8) und (9) geben nur die Startwerte an, wenn über das QCD-Matrix-Element integriert wird. Die Schnitte werden programmintern erhöht, um zu verhindern, daß der Wirkungsquerschnitt zur ersten Ordnung  $\alpha_s$  größer wird als der totale Wirkungsquerschnitt. Während des Programmablaufs können die effektiven Schnittwerte ausgelesen werden (s. [IER95]). Der Vergleich mit der Einstellung

in PARL(8) bzw. (9) zeigt dann, ob man sich in einem Bereich des Parameterraumes befindet, wo eine Variation der Parameter sinnvoll ist.

Abbildung 4.4 zeigt eine solche technische Studie für die Standardversion von LEPTO 6.4 mit den Einstellungen  $z_{q,min} = 0.01$  und  $\hat{s}_{min} = 1 \text{ GeV}^2$ . Die abgebildeten Histogramme wurden mit einer Anzahl von 200 Ereignissen erstellt:

Die Verteilungen des generierten  $z_q$  und des  $\hat{s}$  sind in a) bzw. b) dargestellt.

Die unteren Graphiken c), d) illustrieren das Verhalten von  $z_{q,min}$  für jedes Ereignis einzeln und als Verteilung aller 200 Ereignisse.

Graphik a): Die Kurve entspricht der erwarteten Verteilung in  $z_q$  mit einem Pol bei 1, der durch die Einbindung der Prozesse in erster Ordnung  $\alpha_s$  entsteht. Das gilt auch für den zu erwartenden Pol bei 0. Dieser wird erst sichtbar, wenn man  $\hat{s}_{min}$  sehr stark erhöht (z.B.  $50 \text{ GeV}^2$ ), damit ein erniedrigtes  $z_{q,min} = 0.001$  aktiv werden kann. Der Schwerpunkt der Verteilung hat sich dann verlagert, der Pol bei 1 ist nicht mehr dominant.

Graphik b): Die  $\hat{s}$ -Verteilung zeigt das Verhalten eines Spektrums, das oberhalb des gesetzten minimalen Wertes anfängt.

Graphik c): Das Histogramm zeigt den tatsächlich im Programm verwendeten Wert von  $z_{q,min}$  einzeln für jedes der 200 generierten Ereignisse. Man erkennt deutlich, daß alle Werte über der unteren Grenze von 0.01 liegen, also intern heraufgesetzt wurden. Dieses Verhalten ist unerwünscht, da dann die vorgegebenen Steuerparameter ihre Bedeutung verlieren und man das Ergebnis nicht kontrollieren kann.

Graphik d): Die Verteilung belegt dasselbe Verhalten, wie in Bild c) in anderer Darstellung schon aufgezeigt wird: Die Verteilung von  $z_{q,min}$  ist breit gestreut und nicht auf einen Wert fixiert.

In Abbildung 4.5 sieht man die Verbesserung durch den Übergang zu den Standardwerten der neuen Version LEPTO 6.5 [IER96]. Mit  $z_{q,min} = 0.04$  und  $\hat{s}_{min} = 4 \text{ GeV}^2$  erreicht man eine wesentliche Verbesserung der Effektivität. So gut wie bei keinem der 200 Ereignisse mußte der Schnitt in  $z_q$  erhöht werden, der Standardwert bildet eine ausgewogene untere Grenze. Diese Verbesserung verkürzt die Rechenzeit gegenüber einem Durchlauf mit zu niedrigen Werten erheblich. Im Gegensatz zur Verteilung b) der Standardversion 6.4 beginnen hier die Einträge in das Spektrum nicht erst oberhalb von  $\hat{s}_{min} = 4 \text{ GeV}^2$ . Dieses Verhalten läßt sich bei höheren Werten von  $\hat{s}_{min}$  noch stärker beobachten. Streng genommen macht diese Verteilung nur Sinn für Ereignisse, die mindestens in erster Ordnung  $\alpha_s$  stattfinden. Bei QPM-Ereignissen kann kein  $\hat{s}$  berechnet werden, da nur ein Parton im Endzustand vorhanden ist. Das führt zu falschen Einträgen in der Verteilung.

Aufgrund dieser Ergebnisse wurde der Wertebereich für die Erstellung des ersten Gitters eingeschränkt auf:

LEPTO 6.4 mit GRV			
Param. Satz	$z_{q,min}$	$\hat{s}_{min}$ in $\text{GeV}^2$	$\chi_{comb}^2 - Wert$
ALEPH	0.01	25	1.65
ALEPH	0.04	20	1.68
ALEPH	0.08	4	1.64
OPAL	0.01	25	1.67
OPAL	0.04	5	1.64
L3	0.04	25	1.51
L3	0.08	20	1.52

**Tabelle 4.17:**  $\chi_{comb}^2$ -Werte der Minima aus den Gittern für die Parameter des Matrix-Elementes  $\hat{s}_{min}$  und  $z_{q,min}$  in LEPTO.

- Die niedrigste Einstellung von  $z_{q,min}$  ist 0.01. Zugehörige Werte von  $\hat{s}_{min}$  sollten erst ab ca. 15  $\text{GeV}^2$  anfangen. (Dieser Wert ergibt sich aus einer Vielzahl von Graphiken der Art wie 4.5, die hier nicht gezeigt werden.)
- Der untere Grenzbereich von  $\hat{s}_{min}$  (um 1  $\text{GeV}^2$ ) wird erst bei sehr hohen  $z_{q,min}$  Einstellungen (ab 0.10) aktiv. Daher fängt der Wertebereich des Gitters erst bei  $\hat{s}_{min} = 4 \text{ GeV}^2$  an.
- Aus physikalischen Gründen ist es erstrebenswert, den Wert von  $\hat{s}_{min}$  so niedrig wie möglich zu halten. Der Phasenraum, der z.B. für Jetproduktion vom Matrix-Element beschrieben wird, würde sonst empfindlich verringert werden. Daher wird eine gewählte Obergrenze von  $\hat{s}_{min} = 25 \text{ GeV}^2$  gesetzt.
- Die eingegrenzten Wertebereiche werden möglichst äquidistant unterteilt mit einer Feinheit, die verträglich sein muß mit der Anzahl der daraus resultierenden Generatordurchläufe. Es wird eine  $6 \times 4$  Darstellung gewählt bzgl.  $\text{PARL}(8) \times \text{PARL}(9)$ .

Abbildung 4.6 am Ende des Kapitels zeigt das Verhalten von  $\chi_{comb}^2$  in der so definierten Parameterebene für LEPTO mit der Strukturfunktion GRV und dem Parametersatz von ALEPH. In derselben Art werden die Parametersätze von OPAL und L3 behandelt. In diesen Rastern lassen sich Minima der  $\chi_{comb}^2$ -Funktion finden. Sie sind in Tabelle 4.17 zusammengestellt und die Werte der Standardversionen zum Vergleich in Tabelle 4.18.

Die gefundenen Minima für die Parameter des Matrix-Elementes dienen als Ausgangspunkt für die Variation von  $\text{PARL}(7)$  und  $\text{PYPAR}(22)$ . Dieses zweite Gitter für

(Standard-) Versionen LEPTO 6.4		
Strukturfunktion	JETSET-Parameter	$\chi_{comb}^2 - Wert$
MRS-H	standard	2.330
GRV	standard	1.736
MRS-H	ALEPH	2.436
MRS-H	OPAL	2.189
MRS-H	L3	2.139
GRV	ALEPH	1.735
GRV	OPAL	1.560
GRV	L3	1.604

**Tabelle 4.18:**  $\chi_{comb}^2$  -Werte verschiedener Versionen von LEPTO. Die ersten beiden Zeilen sind die Standardversion von LEPTO, nur mit unterschiedlicher Strukturfunktion (MRS-H und GRV). Alle anderen Parameterwerte sind unverändert. Die jeweils nächsten drei Zeilen geben den  $\chi_{comb}^2$  -Wert, wenn man die unterschiedlichen Parametersätze für die Hadronisierung hinzunimmt.

die Parameter der 'Soft Color Interaction' und dem Schnitt im Partonschauer im Anfangszustand besteht aus  $5 \times 4$  Plätzen und erstreckt sich über einen Wertebereich von  $PARL(7)=(0.1;0.5)$  und  $PYPAR(22)=(0.5;2.0)$ . Es ist sinnvoll, diese Parameter zusammen zu behandeln, da der Schnitt im Partonschauer die Anzahl der Gluonen beeinflusst, die letztlich im Endzustand vorkommen, auf die dann der Mechanismus der Soft Colour Interaction wirkt. Durch die Erstellung dieses Gitters konnten erneute Minima der  $\chi_{comb}^2$  -Funktion gefunden und die Parametereinstellung optimiert werden. Die letzte Möglichkeit zur Verbesserung bietet die Variation des Wertes von  $\Lambda_{QCD}$  in den bisherigen besten Parametersätzen. Niedrigere Werte als die Standardeinstellung von  $\Lambda_{QCD} = 0.2$  erweisen sich nicht als sinnvoll. Leichte Verbesserungen des  $\chi_{comb}^2$  ergeben sich im Wertebereich von  $PYPAR(21)=0.2-0.27$ .

Die Parametersätze, die sich aus dieser Optimierung ergeben, sind in Tabelle 4.19 angegeben. Es ergeben sich auf der Grundlage der drei Parametersätze für die Hadronisierung mehrere Einstellungsmöglichkeiten der fünf zu optimierenden Parameter, die dann ein vergleichbar gutes  $\chi^2$  erzeugen. Das Ergebnis wird in Abschnitt 5 näher diskutiert.

#### 4.4.2 Optimierung von ARIADNE

In ARIADNE eignen sich sieben Parameter für eine Optimierung, wie man Tabelle 4.16 entnehmen kann. Die ersten beiden,  $PARA(1)$  und  $PARA(3)$ , sind aber mit Hilfe der  $e^+e^-$  Daten von LEP bereits festgelegt. Wie in Kapitel 3.2 dargestellt, wird bei der Be-

	PARL(8)	PARL(9) in GeV <sup>2</sup>	PARL(7)	PYPAR(22) in GeV <sup>2</sup>	PYPAR(21) in GeV	$\chi_{comb}^2$
ALEPH	0.04	20	0.5 0.35	0.5 0.75	0.2 0.2	1.57 1.57
ALEPH	0.08	4	0.5 0.2	0.5 0.75	0.2 0.23-0.27 0.2 , 0.27	1.57 1.54 1.57
ALEPH	0.01	25	0.1 0.1	1.5 2.0	0.2 0.2	1.53 1.60
OPAL	0.04	5	0.1	1.0	0.2	1.55
OPAL	0.01	25	0.5 0.1 0.1	0.75 1.0 1.5	0.2 0.2-0.27 0.2 0.22-0.27	1.47 um 1.42 1.41 um 1.37
L3	0.04	25	0.1 0.1	1.0 1.5	0.2 0.2 , 0.25	1.33 1.31

**Tabelle 4.19:** Eine Übersicht der Parametereinstellungen und  $\chi_{comb}^2$  -Werte für Minima der  $\chi_{comb}^2$  -Funktion, die sich aus der Optimierung der fünf LEPTO-Parameter ergeben.

rechnung der Unterdrückungsfaktoren für Gluonemission in Richtung des Protons und des gestreuten Quarks dieselbe Formelstruktur verwendet. Die Parameter PARA(10), PARA(14) und PARA(15) sind daher stark korreliert. Gemäß der Empfehlung des Autors wird der Parameter zur Bestimmung von  $\mu$  (PARA(14)), der in beide Formeln eingeht, festgelassen, d.h. er unterliegt nicht dem Optimierungsverfahren. Damit bleiben vier Parameter übrig, die mit der Erstellung folgender Gitter untersucht werden:

1. Der Wert für das intrinsische  $p_t$ , PARA(27), bildet den Ausgangspunkt für weitere Parametervariationen. Es werden fünf Einstellungen abgearbeitet:  
PARA(27)=0.2 ,0.4, 0.6, 0.8, 1.0 .
2. Wurde PARA(27) festgelegt, wird ein Gitter für die Variation der Exponenten  $\alpha$  für den Protonrest und des gestreuten Quarks erstellt, (PARA(10) gegen PARA(15)). In dieser ersten Parameterebene wird ein Wertebereich von PARA(10)=(0.75 ; 2.0) und PARA(15)=(0.5 ; 2.25) abgedeckt. In diesen Gittern werden die Minima der  $\chi_{comb}^2$  -Funktion identifiziert.
3. Man erhält Minima zu verschiedenen Einstellungen der drei bisher optimierten Parameter (PARA(27), PARA(10), PARA(15)). Ausgehend von diesen Punkten

ARIADNE 4.08 mit GRV					
Nr.	PARA(27)	PARA(10)	PARA(15)	PARA(25)	$\chi_{comb}^2$
	intrins. $p_t$ in GeV	$\alpha$	$\alpha_{quark}$	$\beta$	
1a)	0.2	1.0	1.75	2.0 - 2.2	um 0.98
1b)	0.2	1.0	2.0	1.8 - 2.0	um 1.01
2a)	0.4	1.5	0.25	2.0	0.99
2b)	0.4	1.5	0.5	2.0	0.97
3a)	0.6	1.5	0.75	1.3-1.5, 2.0	um 1.01
3b)	0.6	1.5	1.5	2.0	1.01
3c)	0.6	1.5	1.75	1.8 - 2.0	1.02
4a)	0.8	2.0	0.75	2.5	1.03
Vergleich mit ARIADNE 4.08 standard					
GRV	0.6	1.0	1.0	2.0	1.760
MRS-H	0.6	1.0	1.0	2.0	1.389

**Tabelle 4.20:** Ergebnis der Optimierung von ARIADNE mit der Strukturfunktion GRV: Parametersätze und  $\chi_{comb}^2$ -Werte der Minima, die sich aus dem Optimierungsverfahren ergeben.

im Parameterraum wird der verbleibende Parameter PARA(25) variiert. Dieses führt selten zu einer Verbesserung des  $\chi_{comb}^2$ -Wertes, da der Standardwert von PARA(27) meistens schon das Minimum für diese letzte Optimierungsstufe darstellt.

Eine Zusammenfassung der relevanten Ergebnisse ist in Tabelle 4.20 angegeben. Das Gitter mit dem Basiswert PARA(27)=1.0 wurde nicht weiter betrachtet, da die  $\chi^2$ -Werte stets höher lagen als bei den Gittern mit einem niedrigeren Ausgangspunkt. Aus dem Ergebnis in Tabelle 4.20 kann man schließen, daß tendenziell niedrigere Werte des intrinsischen  $p_t$  einen niedrigeren Exponenten  $\alpha$  erfordern, um eine gleich gute Beschreibung der Verteilungen zu erhalten. Weiterhin läßt sich anhand der Gitter beobachten, daß bei großen Werten von PARA(10) die Variation von PARA(15) eine relativ geringe Rolle spielt. Ist eine optimale Einstellung von PARA(10) bzgl. vorgegebenem PARA(27) gefunden, läßt sich PARA(15) über einen breiteren Bereich variieren (s. Nr. 3a)-3c)) mit einem vergleichbaren Resultat. Im Parameterraum herrscht ein breitflächiges Minimum der  $\chi_{comb}^2$ -Funktion.

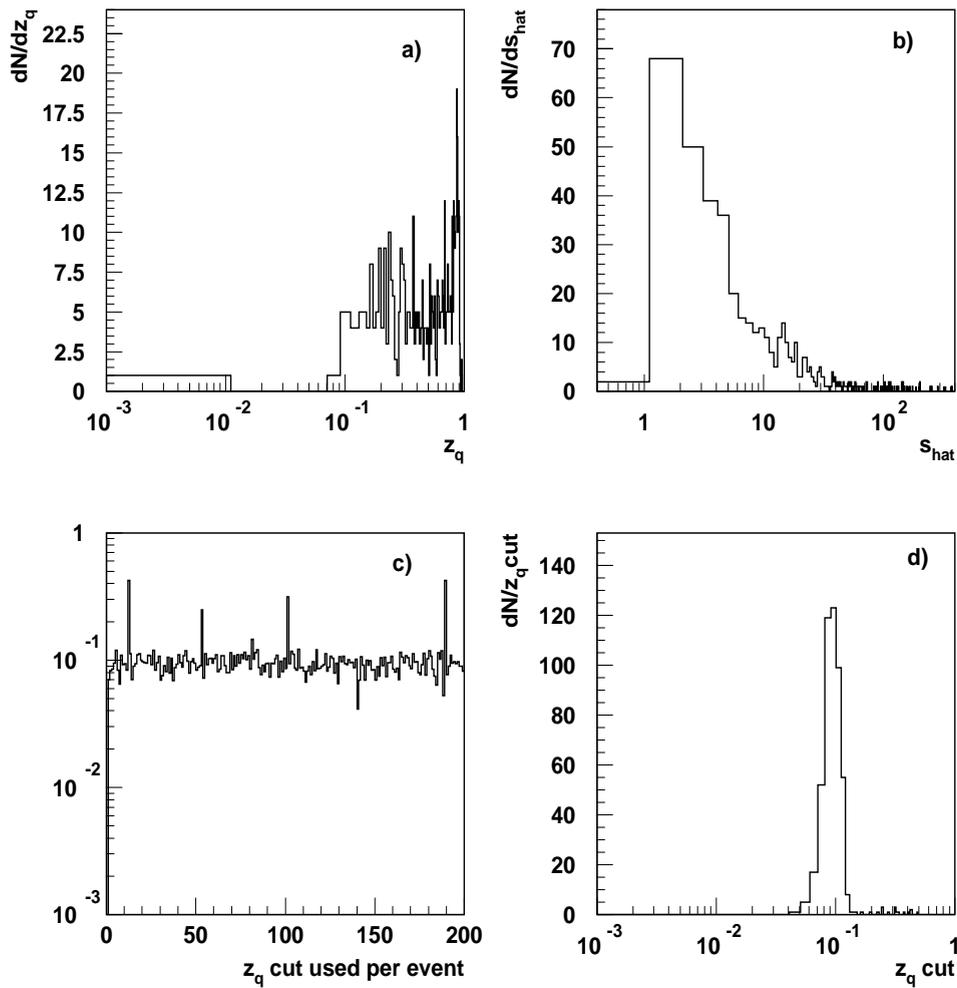


Abbildung 4.4: Technische Studie des Verhaltens der Schnitte im Matrix-Element für LEPTO 6.4:  $PARL(8)=0.01$ ,  $PARL(9)=1 \text{ GeV}^2$ . Erläuterungen s. Kapitel 4.4.1

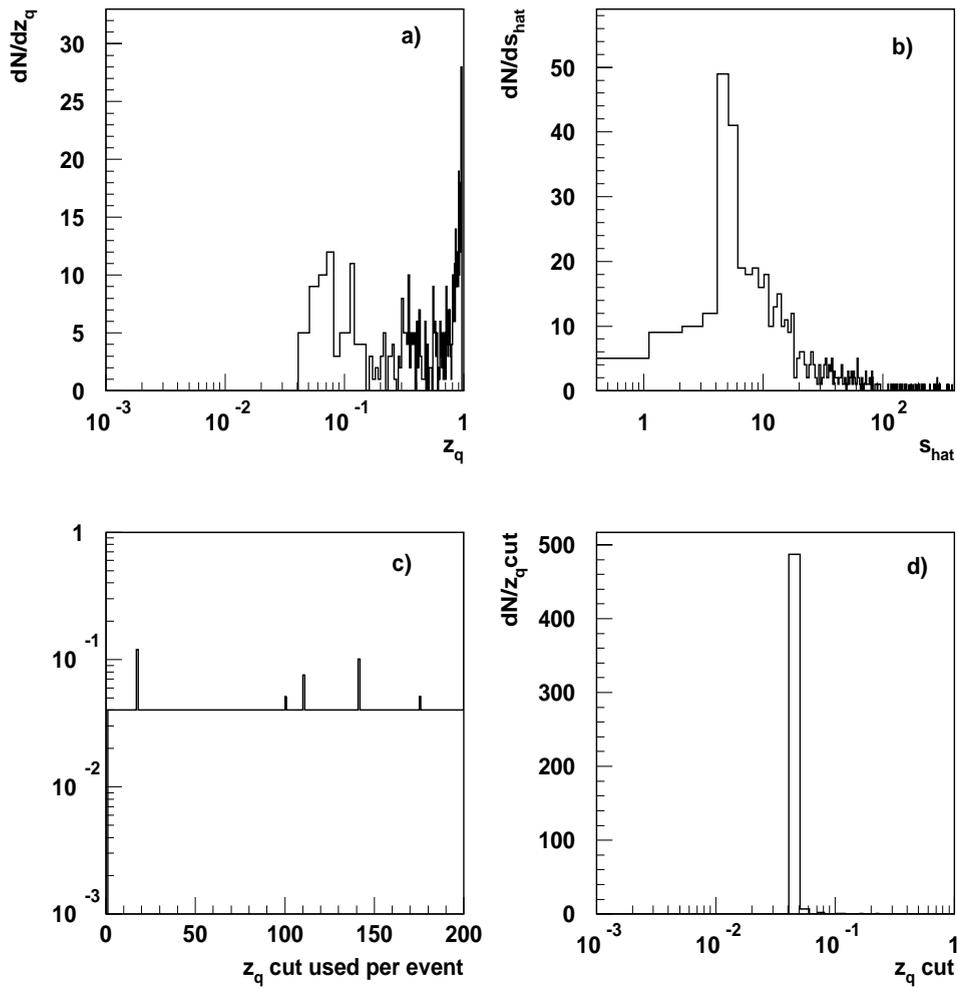
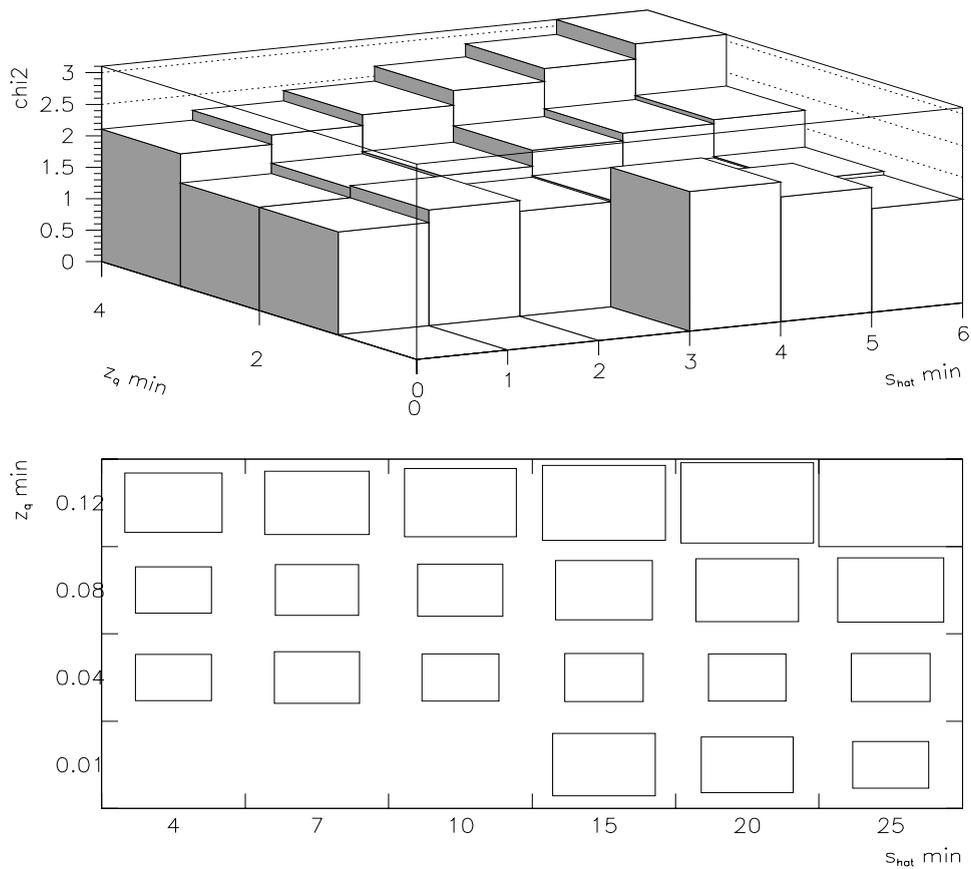


Abbildung 4.5: Technische Studie des Verhaltens der Werte für die Begrenzung des Matrix-Element mit verbesserten Einstellungen:  $PARL(8)=0.04$ ,  $PARL(9)=4 \text{ GeV}^2$ . Erläuterungen s. Kapitel 4.4.1



**Abbildung 4.6:** Gezeigt ist das erstellte Gitter für die Untersuchung des Verhaltens der  $\chi_{\text{comb}}^2$ -Funktion, wenn man die Schnitte im Matrix Element variiert.



# Kapitel 5

## Diskussion der Ergebnisse

In dieser Arbeit wurden die Modelle der Monte Carlo-Generatoren für tiefunelastische Streuung LEPTO und ARIADNE studiert und die freien Parameter an die HERA-Daten angepaßt. Beide Generatoren wurden erfolgreich optimiert und eine verbesserte Beschreibung der Daten durch diese Modelle erzielt! Eine Übersicht der besten Parametereinstellungen, die sich aus der Optimierung ergeben, zeigt Tabelle 4.20 für ARIADNE 4.08 und die zusammenfassende Tabelle 5.1 für LEPTO 6.4.

Durch die Variation der Strukturfunktion, der Hadronisierungsparameter und der für eine Optimierung geeigneten freien Parameter konnte die Beschreibung der HERA-Daten zum hadronischen Endzustand durch LEPTO von einem ursprünglichen  $\chi^2_{comb} = 2.3$  auf einen Wert von  $\chi^2_{comb} = 1.3$  verbessert werden.

Ein Großteil der Verbesserung wird durch den Übergang der Parametrisierung der Partondichtefunktion durch 'Martin, Roberts, Stirling' (MRS-H) nach Glück, Reya, Vogt' (GRV) hervorgerufen ( $\chi^2_{comb} = 1.75$ ). Die Verwendung eines neuen Parametersatzes für die Hadronisierung bewirkt eine Senkung des Wertes auf ca.  $\chi^2_{comb} = 1.6$ . Die endgültige weitere Verbesserung um 0.3 wird durch die mehrdimensionale Anpassung der freien Parameter wie die Werte zur Begrenzung des Matrix-Elementes oder den Partonschauer im Anfangszustand, den Parameter für die 'Soft Colour Interaction' und den Wert des  $\Lambda_{QCD}$  im Partonschauer im Anfangszustand, erreicht. Die Verbesserung durch die Optimierung ist in Abbildung 5.1 graphisch dargestellt. Der Pfeil zeigt die Verbesserung des  $\chi^2$ -Wertes auf, die nur durch die Benutzung des optimierten Parametersatzes erreicht wird.

Anders als in LEPTO bewirkt der Wechsel der Strukturfunktion von MRS-H nach GRV in ARIADNE eine Verschlechterung von  $\chi^2_{comb} = 1.4$  auf  $\chi^2_{comb} = 1.75$ . Ohne alternative Parametersätze für die Hadronisierung erreicht die  $\chi^2_{comb}$ -Funktion durch Anpassung von vier freien Parametern in ARIADNE den sehr guten Wert von  $\chi^2_{comb} \approx 1.0$ . Die Optimierung umfaßt ausgewählte Teile des Phasenraumes, der von den Parametern

Optimierte Parametersätze für LEPTO 6.4 mit GRV						
Parameter- satz von	$z_{q,min}$	$\hat{s}_{min}$ in GeV <sup>2</sup>	$R_{SCI}$	Schnitt PSini in GeV <sup>2</sup>	$\Lambda_{QCD}$ im PSini GeV	$\chi^2_{comb}$
1a) ALEPH	0.08	4	0.5	0.5	0.23-0.27	1.54
1b) ALEPH	0.01	25	0.1	1.5	0.20	1.53
2a) OPAL	0.04	5	0.1	1.5	0.22-0.27	1.37
2b) OPAL	0.04	5	0.1	1.0	0.2-0.27	1.42
3a) L3	0.04	25	0.1	1.5	0.20, 0.25	1.31
3b) L3	0.04	25	0.1	1.0	0.20	1.33

**Tabelle 5.1:** Zusammenfassung der besten Parametersätze aus der Optimierung von LEPTO 6.4 mit der Parametrisierung der Partondichtefunktion nach GRV und den jeweils unterschiedlichen Parametereinstellungen für die Hadronisierung. 'PSini' steht für Partonschauer im Anfangszustand.

für das intrinsische  $p_t$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_{quark}$  und  $\beta$  aufgespannt wird. Es ergeben sich zahlreiche Parametersätze mit ganz verschiedenen Wertebereichen, die dasselbe gute Ergebnis für die Beschreibung liefern.

Da es sich bei der Simulation des hadronischen Endzustandes durch einen Generator um einen Vorgang handelt, bei dem durch das Würfeln von Zufallszahlen Werte generiert werden, ist dieser Prozeß statistischen Schwankungen unterworfen. Daher müssen die in den Tabellen aufgeführten absoluten  $\chi^2$ -Werte durch eine Fehlerabschätzung relativiert werden. Diese Schwankungen wurden an mehreren, zum Teil sehr unterschiedlichen Punkten des Parameterraumes getestet. Daraus ergibt sich ein mittlerer quadratischer Fehler der  $\chi^2$ -Werte in LEPTO von  $\sigma = \pm 0.04$ . Für ARIADNE ließ sich in Bereichen bestimmter Parametereinstellungen ein etwa halb so großer Fehler beobachten. Da die Schwankung in anderen Bereichen des Phasenraumes aber auch größer war als der Wert für LEPTO, ergibt sich für ARIADNE die konservative Abschätzung des mittleren quadratischen Fehlers zu  $\sigma = \pm 0.06$ .

Diese Arbeit stellt den ersten Versuch dar, unter der Verwendung des  $\chi^2$ -Kriteriums MC-Generatoren zur Beschreibung der HERA-Daten zu optimieren. Die Daten sind zu diesem Zeitpunkt noch nicht von der Präzision, wie sie z.B. mit den LEP-Detektoren erreicht werden. Daher ist die Interpretation der  $\chi^2$ -Werte nur unter großer Vorsicht möglich. Das Optimierungsergebnis zeigt aber die Tendenzen auf, für welche Wertebereiche die Parameter eine bessere Beschreibung liefern. Ebenso lassen sich Unstimmigkeiten in den Modellen erkennen. Durch den relativen Vergleich mit Hilfe der  $\chi^2_{comb}$ -Funktion läßt sich belegen, daß die Beschreibung durch ARIADNE besser ist als die

Parametersätze für LEPTO: $\chi^2$ -Werte der einzelnen Verteilungen						
Verteilung		Standard		optimiert für		
		MRS-H	GRV	ALEPH 1a)	OPAL 2a)	L3 3a)
Gesamt $\chi_{comb}^2$		2.36	1.80	1.53	1.36	1.31
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dx_F}$	mit $\langle W \rangle = 77$ GeV	0.53	0.67	0.35	0.26	0.24
	mit $\langle W \rangle = 169$ GeV	3.62	4.56	3.22	1.91	1.89
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dp_T}$		3.32	1.64	0.61	0.09	0.84
$\langle p_T^2 \rangle$ vs $x_F$	ZEUS	3.5	1.11	1.03	1.28	0.86
	H1	1.75	1.36	0.74	0.23	0.25
$\frac{1}{N} \frac{dE_T}{d\eta^*}$	niedrig	6.08	3.89	6.41	8.47	5.83
	mittel	0.89	1.76	0.92	1.21	1.35
	hoch	2.36	3.33	3.93	2.83	2.82
$\langle E_T \rangle$		2.75	2.21	2.90	3.83	3.03
$\frac{1}{N} \frac{dN}{d \ln 1/x_p}$	niedrig	0.33	0.38	0.57	0.35	0.48
	mittel	0.23	0.34	0.47	0.37	0.38
	hoch	1.62	1.48	1.57	1.68	1.68

**Tabelle 5.2:** Übersicht der  $\chi^2$  -Werte einzelner Verteilungen bzgl. optimierter Parametersätze von LEPTO im Vergleich zur Standardversion mit MRS-H und GRV. Die Parametereinstellungen, die zur Bezeichnung 1a), 2a), 3a) gehören werden in Tabelle 5.1 angegeben.

durch LEPTO, unabhängig davon, ob das erreichte  $\chi^2$  von ungefähr eins wirklich den optimalen Wert darstellt.

Die Parametervariationen in ARIADNE zeigen gleichmäßigere Auswirkungen auf die Verteilungen. So gibt es höchst selten die Spaltung in zwei Gruppen von Verteilungen, die positiv bzw. negativ auf die Veränderung eines Parameters in eine bestimmte Richtung reagieren. Auch der in LEPTO oft beobachtete Effekt, daß die niedrigen kinematischen Bereiche im Energiefluß sich anders verhalten als die höheren, tritt nur ein einziges Mal in abgeschwächter Form auf. Dieses ermöglicht eine gleichmäßigere Optimierung, die nicht von sich widersprüchlich verhaltenden Verteilungen in Frage gestellt wird.

In LEPTO läßt sich kein für alle Verteilungen zufriedenstellendes Ergebnis erzielen! Es gibt mehrere Parameter, die punktuelle, starke Auswirkungen auf bestimmte Typen von Verteilungen haben, denen durch global wirkende Parameter nur schwer entgegenzusteuern ist. Bei fast keinem Parameter kann man die Aussage treffen, daß eine bestimmte Art von Einstellung gut für die Gesamtheit der Daten ist.

In Tabelle 5.2 wurde jeweils ein Optimierungsergebnis der unterschiedlichen Parametersätze für die Hadronisierung ausgewählt und die  $\chi^2$ -Komponenten des  $\chi_{comb}^2$  für die einzelnen Verteilungen angegeben. Dies kann mit den Komponenten für die Standardversionen mit den Strukturfunktionen nach MRS-H und GRV verglichen werden.

Allgemein werden die Teilchenspektren besser durch GRV beschrieben, der Energiefluß (außer im niedrigsten Intervall) eher schlechter. Die Verbesserung des  $\chi^2$  ist den Teilchenspektren zuzuschreiben. Die Gegenläufigkeit des Energieflusses spiegelt sich mit der gewählten Gewichtung der Verteilungen im  $\chi_{comb}^2$  zu wenig wider, um diese Verbesserungstendenz eventuell umzukehren.

Der  $\chi_{comb}^2$ -Wert des Ergebnisses mit dem Parametersatz von ALEPH zeigt, das hier keine Optimierung bis zu den wesentlich besseren Werten von OPAL und L3 von  $\chi_{comb} = 1.31$  möglich ist. Mit diesem Parametersatz ergibt sich aber die beste Beschreibung des Energieflusses im mittleren kinematischen Intervall. Alle anderen Verteilungen werden durch andere Parametersätze besser beschrieben.

Zwischen den Beschreibungen mit den Parametersätzen von OPAL und L3 zeigen sich nur wenige Unterschiede: Das  $p_t$ -Spektrum wird mit OPAL perfekt beschrieben, dafür der Energiefluß bei ganz kleinen ( $x, Q^2$ ) noch schlechter als im Ergebnis 3a) (mit L3) im Vergleich zur Standardversion. Das  $\ln(1/x_p)$ -Spektrum reagiert im hohen Intervall, wo die Beschreibung verbessert werden könnte, kaum auf die Verwendung der anderen Parametersätze für die Hadronisierung und wird nach der Optimierung eher tendenziell schlechter.

Die Tabelle 5.3 mit den  $\chi^2$ -Komponenten für ARIADNE ist in derselben Weise aufgebaut wie die für LEPTO. Die Einstellungen der zitierten optimierten Parametersätze 1b, 2a, 3a, 3c können Tabelle 4.20 entnommen werden. In der Standardversion (GRV) ist der 'seagull' plot mit Abstand am schlechtesten beschrieben. Da diese Schwäche der Standardversion durch die Optimierung vollständig aufgehoben wird, ist die Verbesserung des  $\chi_{comb}^2$  zum größten Teil auf diese Verteilung zurückzuführen. Die Probleme in der Beschreibung des  $x_F$ -Spektrums bei hohem  $W$  und des hohen Intervalls der  $\ln(1/x_p)$ -Verteilung ( $\chi_{comb}^2$ -Werte von 2.3 bzw 2.8) können nicht gelöst werden, da sich diese Verteilungen als nahezu vollständig insensitive auf die Parametervariationen herausstellten. Die einzige Verschlechterung, die bei den optimierten Versionen gegenüber der Standardeinstellung auftritt, sind der niedrigste Bereich im Energiefluß und die Verteilung des mittleren transversalen Energieflusses. Insgesamt gesehen, ist die Optimierung von ARIADNE bezüglich aller zur Verfügung stehenden Daten des hadronischen Endzustandes erfolgreicher verlaufen als die von LEPTO.

Das Ergebnis Nr. 3a) in Tabelle 4.20 ist mit der im HERA-Workshop erstellten Optimierung von ARIADNE konsistent. Der veröffentlichte Parametersatz unterscheidet sich lediglich geringfügig in der Einstellung des Parameters PARA(15), der dort zu 0.5 festgelegt wurde und in dieser Arbeit bei gleichem PARA(10) und PARA(27) einen Wert von 0.75 annimmt. Im HERA-Workshop wurde keine zusätzliche Anpassung von PARA(25) berücksichtigt.

Parametersätze für ARIADNE: $\chi^2$ -Werte der einzelnen Verteilungen							
Verteilung	Standard		optimiert für				
	MRS-H	GRV	1b(1.8)	2a(2.0)	3a(1.3)	3c(2.0)	
Gesamt $\chi_{comb}^2$	1.38	1.76	1.01	1.02	1.01	1.06	
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dx_F}$	mit $\langle W \rangle = 77$ GeV	0.59	0.49	0.44	0.39	0.44	0.45
	mit $\langle W \rangle = 169$ GeV	2.20	2.26	1.78	1.89	1.93	1.82
$\frac{1}{N} \frac{dN}{dp_T}$	0.11	0.33	0.18	0.13	0.39	0.14	
$\langle p_T^2 \rangle$ vs $x_F$	ZEUS	4.86	6.81	0.91	0.80	0.28	1.40
	H1	0.59	0.89	0.13	0.07	0.17	0.08
$\frac{1}{N} \frac{dE_T}{d\eta^*}$	niedrig	1.17	1.21	2.97	1.93	3.00	2.97
	mittel	1.35	2.14	0.73	0.59	0.81	0.61
	hoch	2.91	2.62	1.18	1.83	1.19	1.32
$\langle E_T \rangle$		1.22	1.08	2.29	1.86	2.60	2.02
$\frac{1}{N} \frac{dN}{d \ln 1/x_p}$	niedrig	0.51	0.84	0.58	0.82	0.73	0.63
	mittel	0.40	0.79	0.60	0.75	0.61	0.84
	hoch	2.25	2.79	3.14	3.94	2.76	3.14

**Tabelle 5.3:** Übersicht der  $\chi^2$  -Werte einzelner Verteilungen bzgl. optimierter Parametersets von ARIADNE im Vergleich zur Standardversion mit MRS-H und GRV. Die Parametereinstellungen, die zur Bezeichnung 1a), 2a), 3a), 3c) gehören werden in Tabelle 4.20 angegeben. Der Wert in Klammern bezieht sich auf die Einstellung von PARA(25).

Mit diesem Ergebnis stellte sich die Frage, warum ARIADNE die Gesamtheit der Daten besser beschreibt als LEPTO. Die zugrundeliegenden Modelle basieren auf unterschiedlichen Ansätzen und enthalten unterschiedliche physikalische Komponenten, die in den Daten nachgewiesen werden konnten. Ein Beispiel ist die Behandlung von diffraktiven Ereignissen, die mit einem Anteil von etwa 10 % in den HERA-Daten auftreten. Dieser Ereignistyp ist nicht von vornherein im Beschreibungsansatz von LEPTO enthalten, sondern wird nachträglich durch das Modell der 'Soft Colour Interaction' hinzugefügt. In ARIADNE werden solche Ereignisse durch eine 'Photon-Pomeron-Streuung' berücksichtigt (s. [Lön92]).

In LEPTO wird das gestreute Quark zu jeder Zeit als punktförmig angenommen. Es gibt kein 'ausgedehntes Quark', wie in ARIADNE, das an den Zustand des 'aufgelösten Photons' (Fluktuation in hadronische Komponenten) erinnert. Wie in ARIADNE gezeigt werden konnte, hat der Parameter, der die Ausdehnung des gestreuten Quarks steuert, einen merklichen Einfluß auf Regionen um das gestreute Quark und verbessert durch seine Anpassung die Beschreibung der Daten. Allgemein ist nicht klar, bis zu

welchem kinematischen Bereich (in  $Q^2$ ) Ereignisse mit aufgelöstem Photon, die sonst in der Photoproduktion auftreten, auch in der tiefunelastischen Streuung eine Rolle spielen können. Dies bleibt zu untersuchen und gegebenenfalls in Monte Carlo-Modellen zu berücksichtigen. Auffallend ist, daß ARIADNE der einzige Generator ist, der die vorläufigen H1-Daten der '2+1-Jetraten' im Bereich von  $Q^2 = 10 - 100\text{GeV}^2$  gut beschreibt.

Die Frage nach der Beschreibung der Partondynamik ist noch nicht hinreichend beantwortet worden. Die HERA-Daten dringen in einen kinematischen Bereich sehr niedriger Werte von  $x_{Bj}$  um  $10^{-5}$  vor. Die Anwendbarkeit der DGLAP-Gleichungen, die die Basis für das Konzept des Partonschauers bilden, ist bei kleinen  $x_{Bj}$ -Werten umstritten und somit eine gute Beschreibung durch LEPTO dort nicht a priori zu erwarten. Die Beschreibung der Partondynamik durch ARIADNE unterscheidet sich vom reinen DGLAP-Ansatz in LEPTO. Die Gluonabstrahlungen werden nicht in Anfangs- und Endzustands-Partonschauer aufgeteilt, sondern alle als Abstrahlung von einem Dipol angesehen. Damit geht das für DGLAP charakteristische Verhältnis von Strukturfunktionen bei jeder Gluonemission im Anfangszustand in ARIADNE nicht ein. Auch die strenge Ordnung der Transversalimpulse ist in ARIADNE nicht gegeben. Zusätzlich zu den Daten bei kleinen  $x_{Bj}$  wäre der Vergleich mit Daten im Bereich relativ großer  $x_{Bj}$  (um  $\gtrsim 10^{-2}$ ) und kleiner  $Q^2$  wünschenswert, um dort das Verhalten von LEPTO, wo die Berechnung des Matrix-Elementes eine gute Beschreibung liefern sollte, zu testen und mit der von ARIADNE zu vergleichen. Ebenso hätte man gerne eine korrigierte Verteilung von Jet-Raten, da diese Verteilung ein wichtiges Kriterium in der Unterscheidung der Modelle darstellt und in den Optimierungsvorgang mit einbezogen werden muß. Eine klarere Aussage inwieweit ein Generator in der Lage ist die HERA-Daten zu beschreiben, läßt sich erst treffen, wenn die Modelle mit einer größeren Vielfalt von Daten konfrontiert werden können.

## Optimierungsergebnis für LEPTO und ARIADNE

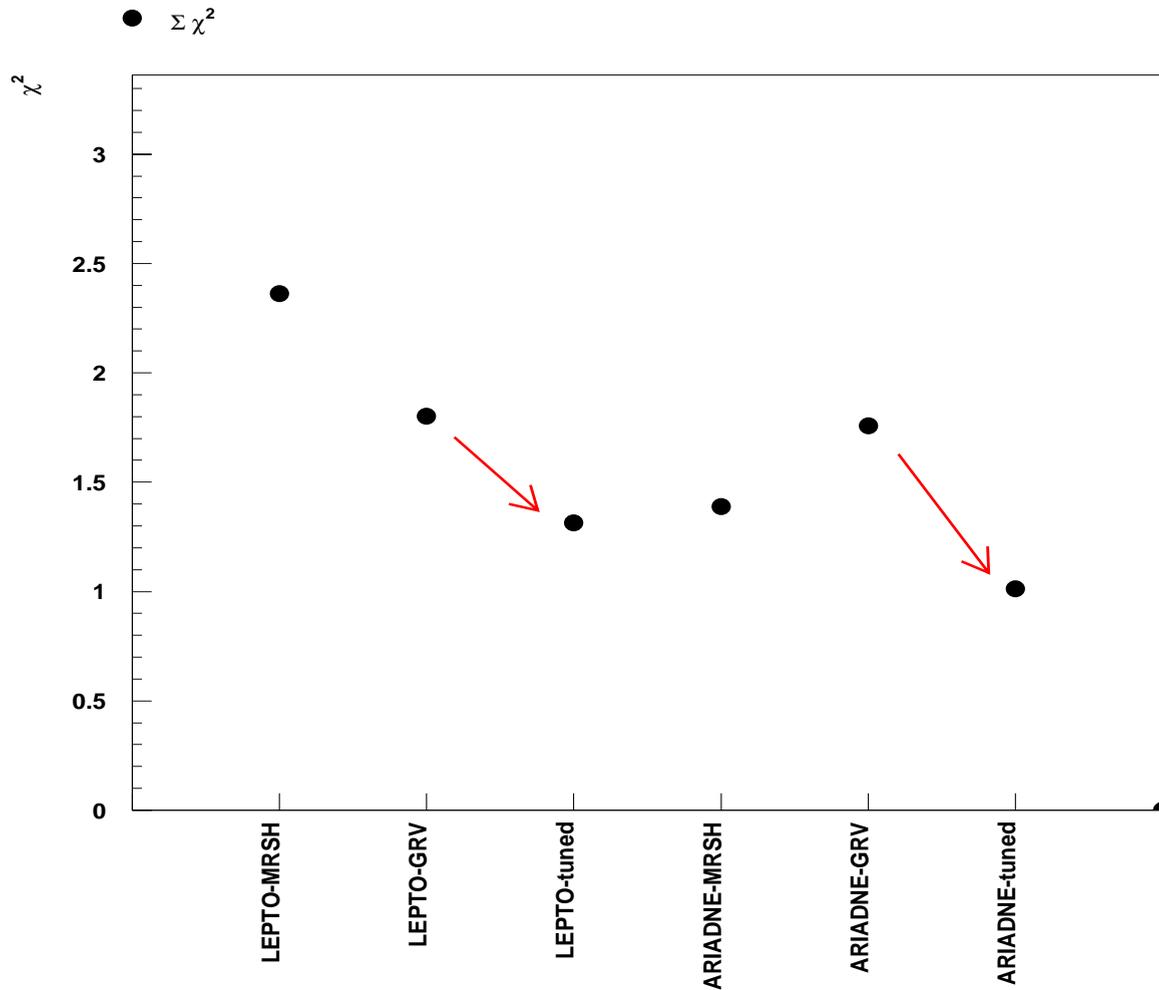


Abbildung 5.1: Graphische Darstellung des Optimierungsergebnisses: Der Pfeil weist auf die Verbesserung des  $\chi^2$ -Wertes hin, die durch die Benutzung des optimierten Parametersatzes (tuned) erreicht wird ausgehend von der Version mit der Strukturfunktion nach GRV. Zum Vergleich ist der  $\chi^2$ -Wert für die Version mit der Strukturfunktion nach MRS-H eingetragen. Die ersten drei Punkte gehören zu LEPTO 6.4, die letzten drei zu ARIADNE 4.08. Der typische Fehler des  $\chi^2$  ist im Durchmesser der Punkte bereits enthalten.

# Literaturverzeichnis

- [AG88] B. Andersson und G. Gustafson, *An infrared stable multiplicity measure on QCD parton states*, Phys. Lett. **B 241**, 604 (1988).
- [AG91] B. Andersson und G. Gustafson, *Fluctuations and anomalous dimensions in QCD cascades*, Z. Phys.C **49**, 79 (1991).
- [AG93] B. Andersson und G. Gustafson, *Multiplicity distributions in QCD cascades*, Nucl. Phys. **B 392**, 251 (1993).
- [AGIT83] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman und T.Sjöstrand, Phys. Rep. **97**, 33 (1983).
- [AGS83] B. Andersson, G. Gustafson und B. Söderberg, Z. Phys.C **20**, 317 (1983).
- [AP77] G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. **B 126**, 297 (1977).
- [Blo96] A. Blondel *et al.*, *QCD Event Generators*, Proceedings of the LEP2 Workshop and hep-ph **9601212** (Januar 1996).
- [Bro96a] J. Bromley *et al.*, *HZTOOL - A Package for Monte Carlo - Data Comparison at HERA (version 1.0)*, Proceedings of the Workshop: Physics at HERA, Hamburg (1996).
- [Bro96b] N. Brook *et al.*, *Tuning Monte Carlo Event Generators to HERA Data*, Proceedings of the Workshop: Physics at HERA, Hamburg (1996).
- [CN-94] CN-ASD Group, *HBOOK, User's guide (vers. 4.20)*, Program Library Y250 **CERN** (Januar 1994).
- [EIR96] A. Edin, G. Ingelman und J. Rathsman, *Unified description of Rapidity Gaps and Energy Flows in DIS Final States*, DESY preprint **96060** (April 1996).
- [Eng95] R. Engel, Z. Phys.C **66**, 203 (1995).

- [GP88] G. Gustafson und U. Petterson, *Dipole formulation in QCD cascades*, Nucl. Phys. **B 306**, 741 (1988).
- [Gro93] C. Group, *PAW, Physics Analysis Workstation, User's Guide*, Program Library lib Q121 **CERN** (1993).
- [GRV93] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Phys. Lett. **B 306**, 145 (1993).
- [H1C94] H1Collaboration, S. Aid *et al.*, Z. Phys. **C 63**, 377–389 (1994).
- [H1C95a] H1Collaboration, S. Aid *et al.*, DESY preprint **95072** (April 1995), Hamburg.
- [H1C95b] H1Collaboration, S. Aid *et al.*, Phys. Lett. **B 356**, 118 (1995).
- [HM94] F. Halzen und A. D. Martin, *Quarks & Leptons: An introductory course in modern particle physics*, John Wiley & sons, 1994.
- [IER95] G. Ingelman, A. Edin und J. Rathsman, *LEPTO 6.4 - A Monte Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, unveröffentlicht, (Draft 19-DEC) (1995).
- [IER96] G. Ingelman, A. Edin und J. Rathsman, *LEPTO 6.5 - A Monte Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, DESY preprint **96057** (1996).
- [Ing91] G. Ingelman, *LEPTO version 6.1*, Proceedings of the Workshop: Future Physics at HERA, Hamburg **Vol. 3**, 1366 (1991).
- [IP93] G. Ingelman und K. Prytz, Z. Phys. **C 58**, 285 (1993).
- [Jun95] H. Jung, Comp. Phys. Commun. **86**, 147 (1995).
- [Lön92] L. Lönnblad, *ARIADNE version 4, A Program for Simulation of QCD-Cascades Implementing the Colour Dipole Model, Revision 8*, Comp. Phys. Commun. **71**, 15 (August 1992).
- [Lön94] L. Lönnblad, *Rapidity Gaps and other final state properties in the Colour Dipole Model for DIS*, CERN-TH **730794** (Juni 1994).
- [Mar92] G. Marchesini *et al.*, Comp. Phys. Commun. **67**, 465 (1992).
- [MRS93] A. Martin, R. Roberts und W. Stirling, Phys. Rep. **D 47, Nummer 3**, 867 (1993).

- [Sch95] P. Schmüser, *Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker*, Springer Verlag, zweite Edition, 1995.
- [Sjö88] T. Sjöstrand, *Int. J. Mod. Phys.* **A3**, 751 (1988).
- [Sjö94] T. Sjöstrand, *PHYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual*, *Comp. Phys. Commun.* **82**, 74 (1994).
- [Sjö95] T. Sjöstrand, *Event Generators in Particle Physics*, Proceedings of the XV Brazilian National Meeting on Particles and Fields, CERN-TH **95-10** (Januar 1995).
- [Web84] B. Webber, *Nucl. Phys.* **B 238**, 492 (1984).
- [Web94] B. Webber, *Hadronization, Lectures at Summer School on Hadronic Aspects of Collider Physics in Zouz*, hep-ph **9411384** (November 1994).
- [Ynd93] F. Yndurain, *The Theory of Quark and Gluon Interaction*, Springer Verlag, zweite Edition, 1993.
- [ZEU95a] ZEUS Collaboration, M. Derrick *et al.*, *Z. Phys.***C 67**, 93 (1995).
- [ZEU95b] ZEUS Collaboration, M. Derrick *et al.*, *Z. Phys.***C 68**, 29 (1995).
- [ZEU96] ZEUS Collaboration, M. Derrick *et al.*, *Z. Phys.***C 70**, 1 (1996).



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Graphische Darstellung einer e-p-Streuung . . . . .	5
1.2	Feynmangraph zur e-p-Streuung im Quark-Parton-Modell . . . . .	7
1.3	Feynmangraph des QCD-Compton Prozesses . . . . .	9
1.4	Feynmangraph der Boson-Gluon-Fusion . . . . .	10
2.1	Darstellung einer Photon-Quark-Kollision im Breitsystem und des zugehörigen Phasenraumes eines Teilchens . . . . .	17
2.2	HERA-Daten für die Spektren geladener Teilchen . . . . .	18
2.3	Die Verteilung des transversalen Energieflusses in neun kinematischen Bereichen	19
2.4	Die Verteilung der mittleren transversalen Energie in verschiedenen kinematischen Bereichen . . . . .	20
2.5	Der transversale Energiefluß und die Energie-Energie-Korrelation im Laborsystem . . . . .	21
2.6	Die Verteilung der geladenen Multiplizität in verschiedenen kinematischen Bereichen . . . . .	22
2.7	Die $\ln(1/x_p)$ -Verteilung in verschiedenen kinematischen Bereichen . . . . .	23
3.1	Schematische Darstellung der Simulationsphasen, vom LEPTO-Generator durchlaufen werden . . . . .	27
3.2	Graph zur Illustration des 'zŝ-Schemas' . . . . .	29
3.3	Feynmangraph für den Partonschauer im Anfangs- und Endzustand . . . . .	31
3.4	Graphen zur Illustration der Behandlung von Seequarks . . . . .	34
3.5	Graph zur 'Soft Colour Interaction' . . . . .	36
3.6	Darstellung der Stringkonfiguration vor und nach der SCI . . . . .	37
3.7	Darstellung der Stringkonfiguration nach der SCI . . . . .	38

3.8	Feynmangraph für den Prozeß $\gamma \rightarrow q\bar{q}g$ . . . . .	39
3.9	Kinematische Situation des Prozesses $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ . . . . .	40
3.10	Phasenraumdreieck für Gluonemission im Farbdipol-Modell . . . . .	43
3.11	Feynmangraph einer qqgg-Konfiguration . . . . .	45
3.12	Feynmangraph einer weiteren möglichen qqgg-Konfiguration . . . . .	46
3.13	Phasenraumdreieck für Gluonemission im Farbdipol-Modell für tiefunelastische . . . . .	47
3.14	Schematische Darstellung der String-Fragmentation . . . . .	51
3.15	Schematische Darstellung der Ankopplung eines Gluons an einen String . . . . .	52
3.16	Der Energiefluß im CMS mit den Kurven LEPTO, wenn die neue Behandlung von Seequarks und die 'Soft Colour Interaction' ausgeschaltet sind. . . . .	53
3.17	Die Energie-Energie-Korrelation mit den Kurven von LEPTO, wenn die neue Behandlung von Seequarks und die 'Soft Colour Interaction' ausgeschaltet sind. . . . .	54
3.18	Der 'seagull plot' mit den Vorhersagen von ARIADNE, wenn der Exponent $\alpha$ im Unterdrückungsfaktor für den Protonrest variiert wird. . . . .	55
3.19	Die Verteilung der mittleren transversalen Energie in verschiedenen kinematischen Bereichen mit den Vorhersagen von ARIADNE, wenn der Exponent $\alpha$ im Unterdrückungsfaktor für den Protonrest variiert wird. . . . .	56
3.20	Die Energie-Energie-Korrelation mit der Vorhersage von ARIADNE 4.08 wenn der Exponent $\alpha$ im Unterdrückungsfaktor für den Protonrest variiert wird. . . . .	57
3.21	Die Verteilung der mittleren transversalen Energie in verschiedenen kinematischen Bereichen mit den Vorhersagen von ARIADNE, wenn der Exponent $\alpha_q$ im Unterdrückungsfaktor für die Richtung des gestreuten Quarks variiert wird. . . . .	58
4.1	Der transversale Energiefluß im CMS mit den Vorhersagen von LEPTO, wenn man verschiedene Parametersätze für die Hadronisierung benutzt. . . . .	65
4.2	Der mittlere transversale Energiefluß mit den Vorhersagen von LEPTO, wenn man verschiedene Parametersätze für die Hadronisierung benutzt. . . . .	66
4.3	Der 'seagull plot' mit den Vorhersagen von LEPTO, wenn man verschiedene Parametersätze für die Hadronisierung benutzt. . . . .	67
4.4	Technische Studie des Verhaltens der Werte für die Begrenzung des Matrix-Elementes in LEPTO 6.4 standard . . . . .	93
4.5	Technische Studie des Verhaltens der Werte für die Begrenzung des Matrix-Elementes . . . . .	94

---

4.6	Das Gitter im Parameterraum, wenn man die Werte für die Begrenzung des Matrix-Elementes variiert . . . . .	95
5.1	Graphische Darstellung des Optimierungsergebnisses . . . . .	103



# Tabellenverzeichnis

1.1	Übersicht der (linkshändigen) Lepton- und Quark-Doublets im Standardmodell	4
4.1	Übersicht der Parameter, die sich in LEPTO für eine Anpassung eignen	63
4.2	Übersicht der Parameter, die sich in JETSET prinzipiell für eine Anpassung eignen	64
4.3	Übersicht der Parameter in ARIADNE, die sich für eine Anpassung eignen	69
4.4	Erste Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach MRS-H	71
4.5	Zweite Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach MRS-H	72
4.6	Dritte Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach MRS-H	73
4.7	Erste Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach GRV	75
4.8	Zweite Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach GRV	76
4.9	Dritte Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation ausgehend von LEPTO mit der Strukturfunktion nach GRV	77
4.10	Sensitive Parameter in LEPTO	81
4.11	Sensitive Verteilungen in LEPTO	81
4.12	Verteilungen, die in die Berechnung von $\chi^2_{comb}$ eingehen	82
4.13	Erste Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation von ARIADNE	83
4.14	Zweite Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation von ARIADNE	84
4.15	Dritte Tabelle aller $\chi^2$ -Werte für die Auswirkungen der Parametervariation von ARIADNE	85

---

4.16	Übersicht der sensitiven Parameter in ARIADNE . . . . .	86
4.17	$\chi_{comb}^2$ -Werte der Minima in den Gittern für die Parameter des Matrix-Elementes . . . . .	89
4.18	$\chi_{comb}^2$ -Werte für die verschiedenen (Standard-) Versionen von LEPTO 6.4 . . . . .	90
4.19	Parametereinstellungen für die Minima der $\chi_{comb}^2$ -Funktion, die sich aus der Optimierung von fünf LEPTO-Parameter ergeben. . . . .	91
4.20	$\chi_{comb}^2$ -Werte und Parametereinstellungen der Minima als Ergebnis der Optimierung von ARIADNE . . . . .	92
5.1	Zusammenfassung der optimierten Parametersätze für LEPTO . . . . .	98
5.2	Auflistung der $\chi^2$ Werte einzelner Verteilungen bzgl. optimierter Parametersätze von LEPTO im Vergleich zur Standardversion . . . . .	99
5.3	Auflistung der $\chi^2$ Werte einzelner Verteilungen bzgl. optimierter Parametersets von ARIADNE im Vergleich zur Standardversion . . . . .	101

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen haben.

Ich hätte die Arbeitsgruppe des Max-Planck-Institutes München ohne die Weitervermittlung durch Frau Prof. Dr. Naroska nie kennengelernt, wofür ich ihr herzlich danken möchte.

Für die intensive Betreuung durch 'einen eigenen' PostDoc und dessen uneingeschränkte Hilfsbereitschaft und Geduld kann ich Dr. Tancredi Carli gar nicht genug danken. Seine Begeisterung für die Elementarteilchenphysik zu teilen, hat mir enorm viel Freude und Spaß bereitet.

Dr. Günter Grindhammer möchte ich für die fortwährende Unterstützung meiner Arbeit und die Beantwortung vieler Fragen danken.

Ich danke Dr. Michael Kuhlen für die anregenden Diskussionen, die zusammen mit Dr. Carli stattfanden und das Interesse an meiner Arbeit.

Zum ausgezeichneten Arbeitsklima in der Gruppe haben meine Kollegen Dr. Fabian Hess, Dr. Jobst Köhne, Frank Gaede, Dorothea Samtleben, Dirk Krücker und Dr. Frank Botterweck entscheidend beigetragen.

Darüberhinaus möchte ich Kirstin Hebbel für ihre seelische Unterstützung danken.

Die Mitarbeit am 'HERA-Workshop' war eine wertvolle Erfahrung für mich und ich möchte allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe 'Generatoren' für die gute Zusammenarbeit danken.

Dr. Leif Lönnblad und Herrn Prof. Dr. Gunnar Ingelman danke ich für die Klärung der Fragen zum Verständnis der Generatoren.

Dem Max-Planck-Institut danke ich, daß mir der Besuch der 'Herbstschule für Hochenergiephysik, Maria Laach' ermöglicht wurde, der sehr bereichernd für mich war.

Für das Korrekturlesen dieser Arbeit danke ich Dr. T. Carli und Dr. G. Grindhammer. Herr Prof. Büsser und Frau Prof. Naroska waren so freundlich sich für die Begutachtung meiner Arbeit zur Verfügung zu stellen.

Zum Schluß möchte ich meiner Familie für den Rückhalt in allen Höhen und Tiefen meiner gesamten Studienzeit ganz besonders herzlich danken.