

# Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ und Bestimmung der Gluondichte $xg(x, Q^2)$ bei kleinen Bjorken- $x$

D i s s e r t a t i o n

zur Erlangung des akademischen Grades  
**doctor rerum naturalium**  
(Dr. rer. nat.)

eingereicht im Dezember 1995 am

Institut für Physik  
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I  
der Humboldt-Universität zu Berlin

von

Dipl.-Phys. Uta Stöblein, geb. Harfenmeister  
geboren am 13. März 1963 in Berlin

Präsidentin der Humboldt-Universität zu Berlin  
Frau Prof. Dr. M. Dürkop

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I  
Herr Prof. Dr. M. von Ortenberg

Gutachter:           1. Herr Prof. Dr. Thomas Hebbeker  
                          3. Herr Prof. Dr. Thomas Lohse  
                          2. Herr Prof. Dr. Paul Söding

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Februar 1996



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Tief inelastische Streuung</b>	<b>6</b>
2.1	Streuquerschnitt der Lepton–Nukleon–Streuung . . . . .	6
2.2	Strukturfunktionen im Quark–Parton–Modell . . . . .	11
2.3	Partonen in der Quantenchromodynamik . . . . .	16
2.4	Elektroschwache Korrekturen . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Das H1–Experiment</b>	<b>28</b>
3.1	Experimente zur tief inelastischen Streuung . . . . .	28
3.2	Die Beschleunigeranlage HERA . . . . .	30
3.3	Der Detektor H1 . . . . .	33
3.4	Die Kinematik bei HERA . . . . .	41
3.5	Rekonstruktion der kinematischen Variablen . . . . .	44
3.6	Ereignisgeneration und Detektorsimulation . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>50</b>
4.1	Ereignisdefinition . . . . .	50
4.2	Datenreduktion . . . . .	51
4.3	Ereignisselektion . . . . .	53
4.4	Untergrund . . . . .	56
4.5	Messung von Energie und Streuwinkel . . . . .	59
4.6	Hadronische Meßgrößen . . . . .	63
4.7	Schnitteffektivitäten . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Messung der Strukturfunktion des Protons</b>	<b>72</b>
5.1	Die Aufteilung des Phasenraums . . . . .	72
5.2	Detektorakzeptanz . . . . .	75
5.3	Formalismus der Berechnung der Strukturfunktion . . . . .	80
5.4	Iterationsmethoden . . . . .	85
5.5	Systematische Fehler . . . . .	87
5.6	Ergebnisse . . . . .	90
5.7	Diskussion . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Bestimmung der Gluondichte bei kleinen <math>x</math></b>	<b>102</b>
6.1	Skalenverletzung und Gluondichte . . . . .	102
6.2	Berechnung der Ableitungen von $F_2(x, Q^2)$ . . . . .	105
6.3	Bestimmung der Gluondichte . . . . .	108

<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Systematische Fehler der Strukturfunktion</b>	<b>114</b>
A.1	Systematische Fehler der Elektron-Methode . . . . .	115
A.2	Systematische Fehler der gemischten Methode . . . . .	117
<b>B</b>	<b>Systematische Fehler der Skalenverletzungen</b>	<b>119</b>
B.1	Systematische Fehler der von H1 publizierten $F_2$ . . . . .	119
B.2	Systematische Fehler der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ . . . . .	123

# Kapitel 1

## Einführung

Unser Verständnis vom Aufbau der Materie und damit unser Bild der Welt wird durch die Erkenntnisse der modernen Physik grundlegend bestimmt. Hierbei nehmen tief inelastische Lepton–Hadron–Streuexperimente einen besonderen Platz ein. Diese Art von Experimenten hat bisher nicht nur wichtige Aussagen über die hadronischen Konstituenten sondern auch wesentliche Impulse für die Entwicklung von Theorien der zwischen ihnen stattfindenden Wechselwirkungen geliefert.

Die bisher erfolgreichste Theorie, die die Phänomene der starken Wechselwirkung erklären kann, ist die auf den drei Farbladungen der  $SU(3)_{\text{colour}}$ -Gruppe beruhende Quantenchromodynamik (QCD). Die QCD bildet zusammen mit den vereinheitlichten Theorien der schwachen und der elektromagnetischen Wechselwirkung das sogenannte Standard-Modell mit den Fermionen als den fundamentalen Bausteinen der Materie und den die Kräfte vermittelnden Eichbosonen. Die Untersuchung der Quark–Gluon–Struktur ausgedehnter hadronischer Objekte mit punktförmigen Leptonen bietet eine attraktive Möglichkeit, Vorhersagen der QCD zu testen.

Mit HERA, dem Elektron–Proton–Speicherring am DESY, Hamburg, ist Anfang der 90er Jahre eine einzigartige experimentelle Einrichtung für die Untersuchung der Struktur des Protons mit hochenergetischen Elektron– oder Positronstrahlen entstanden. Die zur Verfügung stehende Schwerpunktennergie um  $\sqrt{s} \cong 300 \text{ GeV}$  gestattet die Auflösung von Abständen, die bis zu drei Größenordnungen kleiner als der Protondurchmesser sind, da hohe Viererimpulsüberträge  $\sqrt{Q^2}$  maximal gleich  $\sqrt{s}$  sind und nach der Unschärferelation zur Auflösung kleiner Abstände  $\sim \hbar/\sqrt{Q^2}$  führen. Weiterhin wird der kinematische Bereich zugänglich, in dem die Konstituenten des Protons nur noch einen sehr kleinen Anteil  $x \simeq 10^{-4}$  des Gesamtimpulses tragen. Messungen des tief inelastischen Streuquerschnitts in diesem Gebiet sind eine notwendige Voraussetzung sowohl für das tiefere Verständnis der Protonstruktur als auch für die Überprüfung und Weiterentwicklung der Theorie der starken Wechselwirkung, deren Vorhersagen u.a. für zukünftige hochenergetische Hadronbeschleuniger benötigt werden.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Analyse der im zweiten Betriebsjahr von HERA, 1993, mit dem H1-Experiment aufgezeichneten tief inelastischen Ereignisse, die mit unterschiedlichen Methoden die Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  in dem kinematischen Gebiet  $7.5 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 80 \text{ GeV}^2$  und  $1.8 \cdot 10^{-4} < x < 0.13$  ermöglichten, welche im Jahre 1995 publiziert wurde [1]. Die Interpretation der beobachteten Abhängigkeiten von  $x$  und  $Q^2$  erfolgt im Rahmen störungstheoretischer Berechnungen der Quantenchromodynamik, die auch eine Extraktion der Dichteverteilung der Gluonen im Proton bei  $x \simeq 10^{-3}$  erlaubte [2].

In die Dissertation sind die Erfahrungen eingeflossen, die in der zweijährigen Analysetätigkeit innerhalb der Zeuthener Gruppe und des ELAN-Arbeitskreises der H1 – Kollaboration gewonnen wurden. Diese Arbeiten führten im Frühjahr 1993 zu der Entdeckung des Anwachsens der Protonstrukturfunktion  $F_2$  zu kleinen  $x$  hin. Ergebnisse, die zu der ersten Strukturfunktionsanalyse des H1-Experiments beigetragen haben, sind Bestandteil von Veröffentlichungen [3, 4] bzw. in [5] zu finden.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

**Kapitel 2** gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen der tief inelastischen Streuung. Insbesondere werden die Vorstellungen des Quark-Parton-Modells und der Quantenchromodynamik eingehend erläutert. Die Bedeutung der elektroschwachen Korrekturen für die Messung des tief inelastischen Streuquerschnitts wird begründet. **Kapitel 3** stellt, nach einem Überblick über die wichtigsten Experimente mit ruhendem Target, die HERA-Beschleunigeranlage und das H1-Experiment vor. Die prinzipiellen Besonderheiten der HERA-Kinematik, der Rekonstruktion der kinematischen Variablen und die Ereignissimulation werden erläutert. **Kapitel 4** beschreibt die Datennahme des Jahres 1993, die Selektion tief inelastischer Ereignisse und die Unterdrückung von Untergrundereignissen. Systematische Einflüsse auf die Messung der leptonischen und hadronischen Größen werden diskutiert. Die Effektivitäten der gewählten Schnitte werden berechnet. **Kapitel 5** enthält den Formalismus und die Resultate der Berechnung der Strukturfunktion. Neben dem Vergleich verschiedener Rekonstruktionsmethoden von  $x$  und  $Q^2$  werden die Auflösungen und Detektorakzeptanzen in der gewählten Aufteilung des Phasenraums angegeben. Die systematischen Fehler werden abgeschätzt. Die Diskussion der Protonstrukturfunktion erfolgt an Hand einer phänomenologischen Parametrisierung sowie im Vergleich zu Ergebnissen von QCD-Analysen. **Kapitel 6** leitet aus dem Zusammenhang zwischen den gemessenen Skalenverletzungen der Strukturfunktion und der Gluondichte Aussagen über den Gluonanteil im Proton ab. Es wird eine Näherungslösung vorgestellt, die die Extraktion der Gluondichte in führender Ordnung der QCD-Störungstheorie bei  $x \sim 10^{-3}$  gestattet. Das Ergebnis wird mit QCD-Analysen verglichen. **Kapitel 7** stellt die Ergebnisse der Arbeit zusammen. Ausführliche Anhänge gelten der Zusammenfassung aller betrachteten systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung.

# Kapitel 2

## Tief inelastische Streuung

### 2.1 Streuquerschnitt der Lepton–Nukleon–Streuung

Die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung eines Leptons ( $e, \mu, \nu$ ) mit einem unpolarisierten Nukleon ( $n, p$ ) lässt sich unabhängig von Annahmen über die innere Struktur des Nukleons bzw. die Zusammensetzung der hadronischen Endzustandsteilchen im Rahmen der von *Glashow, Weinberg* und *Salam* (*GWS*) vereinheitlichten elektroschwachen Theorie formulieren [6, 7]. Die Wechselwirkung erfolgt demnach durch den Austausch eines virtuellen

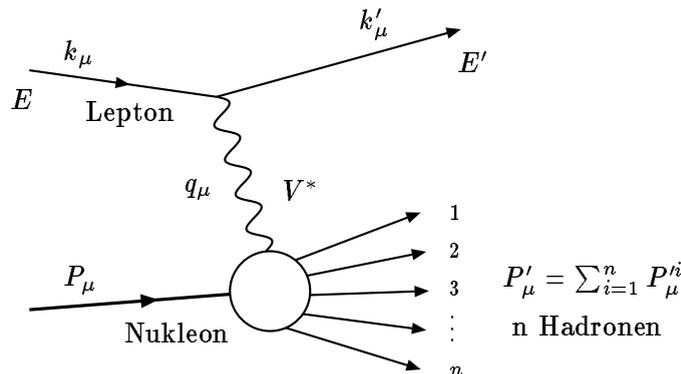


Abbildung 2.1: Der Prozess  $\text{Lepton} + \text{Nukleon} \rightarrow \text{Lepton} + \text{Hadronen}$ .

Vektorbosons  $V^*$ , siehe Abbildung 2.1, dessen Viererimpuls  $q_\mu = k_\mu - k'_\mu$  zum hadronischen System (Target) übertragen wird. Dieses Bild der Reaktion  $\text{Lepton} + \text{Nukleon} \rightarrow \text{Lepton} + \text{Hadronen}$ , auf dem auch die nachfolgenden Betrachtungen aufbauen, entspricht der niedrigsten Ordnung der Störungsrechnung der *GWS*-Theorie.

In dem Streuprozeß wird die Ladung des Leptons erhalten, wenn das ausgetauschte Vektorboson neutral ist ( $\gamma, Z^0$ ). Im Fall eines ausgetauschten geladenen  $W^\pm$ -Bosons konvertiert das Lepton in ein (Anti-) Neutrino. Dementsprechend erfolgt die Klassifikation in tief inelastische Streuprozesse vermittelt durch einen neutralen oder geladenen Strom.

**Kinematik** Die Phänomenologie der inklusiven Lepton–Nukleon–Streuung wird durch die Wahl geeigneter kinematischer Variablen in Abhängigkeit von den Vierervektoren des ein- und auslaufenden Leptons ( $k_\mu, k'_\mu$ ) bzw. des einlaufenden Nukleons ( $P_\mu$ ) und der

Summe der Vierervektoren aller hadronischen Endzustandsteilchen ( $P'_\mu$ ) beschrieben, wobei im folgenden die Konvention  $\hbar = c = 1$  verwendet wird<sup>1</sup>. Für die Leptonen und das Nukleon gelten weiterhin die kinematischen Gleichungen freier Teilchen, die sich auf der Massenschale befinden:  $\mathbf{P}^2 = M^2$  ( $M$  Masse des Nukleons) und  $\mathbf{k}^2 = \mathbf{k}'^2 = m_l^2$  ( $m_l$  Masse des Leptons).

Eine zentrale Rolle bei der Beschreibung der hadronischen Kinematik nehmen die Lorentz-invarianten Variablen ein, die am Vektorboson-Hadron-Vertex, d.h. aus  $q_\mu$  und  $P_\mu$ , gebildet werden. Das ist zum einen die Invariante  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{P}$ , die proportional zu dem Energieverlust  $\nu$  des Leptons im Ruhesystem des Nukleons ist, sowie das Quadrat des Viererimpulses  $Q^2$  des ausgetauschten Vektorbosons:

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{P} = \nu M \quad (2.1)$$

$$Q^2 = -q^2 = -(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = -t > 0. \quad (2.2)$$

Die Größe des Viererimpulses des Vektorbosons ergibt sich aus der Viererimpulserhaltung an den Vertizes des Diagramms 2.1. Die Variable  $q^2$ , oder  $t$  in der *Mandelstam*-Repräsentation, bestimmt die Skala der Wechselwirkung, da die Wellenlänge und damit die Auflösung des virtuellen Vektorbosons durch  $\Delta x_\perp \lesssim 1/\sqrt{-q^2(1 - \nu/E)}$  gegeben ist. Impulsüberträge von  $10^5 \text{ GeV}^2$  entsprechen einem Auflösungsvermögen von etwa  $10^{-18} \text{ m}$ , d.h. ca. einem Tausendstel des Protonradius'. Wegen der Raumartigkeit des Prozesses ( $t < 0$ ) ist es üblich,  $Q^2 = -q^2$  als positiv definierte Größe einzuführen.

Die  $Q^2$ -Werte des ausgetauschten Vektorbosons können den gesamten Bereich zwischen 0 und  $s$  überstreichen, wobei durch die *Mandelstam*-Variable

$$s = (\mathbf{k} + \mathbf{P})^2 = S + m_l^2 + M^2 \quad \text{mit} \quad S = 2\mathbf{P}\mathbf{k} \quad (2.3)$$

die mit  $\sqrt{s} \cong \sqrt{S}$  maximal verfügbare Energie im Schwerpunktsystem gegeben ist. Weitere kinematische Relationen sind wie folgt definiert:

$$x = \frac{Q^2}{2 \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{P}} = \frac{Q^2}{2 \cdot \nu M} \quad (2.4)$$

$$y = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{\mathbf{P} \cdot \mathbf{k}} = \frac{\nu}{E} = \frac{Q^2}{S x} \quad (2.5)$$

$$W^2 = (\mathbf{q} + \mathbf{P})^2 = Q^2 \frac{1-x}{x} + M^2. \quad (2.6)$$

Hierbei ist  $W$  die invariante Masse des hadronischen Endsystems, die sich aus der Impulserhaltung am hadronischen Vertex ableiten läßt.  $x$ , die Inverse der von *Bjorken* eingeführten Skalenvariablen  $\omega$  [8], und  $y$ , auch Inelastizität genannt, sind dimensionslos mit Werten zwischen 0 und 1. In einem elastischen Streuprozeß ist  $x = 1$ ,  $W^2 = M^2$  und nur eine Variable, die sich z.B. aus der Laborenergie  $E'$  des gestreuten Leptons herleitet, ist für die eindeutige Bestimmung der Kinematik notwendig. Die Kinematik eines tief inelastischen Ereignisses wird durch zwei unabhängige Variable, z.B. durch die im Laborsystem gemessene Energie  $E'$  des Leptons nach der Streuung und den Streuwinkel  $\theta_e$  festgelegt, von denen sich alle weiteren Relationen ableiten lassen. Die tief inelastische Region wird durch  $Q^2 \gg M_{\text{Proton}}^2 \simeq 1 \text{ GeV}^2$  und  $W^2 \gg M^2$  bestimmt. Die Variable  $y$  quantifiziert den Anteil der Leptonenergie, der zum hadronischen System übertragen wird. Im tief inelastischen Gebiet ist es gerechtfertigt, Effekte auf Grund der Lepton- und Protonmassen zu vernachlässigen, was zu vereinfachten Notationen der kinematischen Variablen, wie  $Q^2 \cong 4E'E \cos^2(\theta_e/2)$  und  $y \cong 1 - E'/E \sin^2(\theta_e/2)$ ,

<sup>1</sup>Die Notation erfolgt mit  $A_\mu = \mathbf{A} = (E, \vec{A}) = (A_0, A_1, A_2, A_3)$  und der Definition des Skalarproduktes zweier Vierervektoren  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  mit  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_\mu \cdot B^\mu = A_0 B_0 - \vec{A} \vec{B} = g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu$ .

führt. Die Symbole  $E$ ,  $E'$  bezeichnen die im Laborsystem gemessenen Energien des Leptons vor und nach der Streuung um den Laborstreuwinkel  $\theta_e$ , der bei HERA im Gegensatz zu den Experimenten mit ruhendem Target relativ zur Protonstrahlrichtung bestimmt wird.

**Streuquerschnitt** Die theoretische Beschreibung der Lepton–Nukleon–Sreuung in der Born–Näherung basiert auf der Separation der Wechselwirkungen des ausgetauschten Vektorbosons  $V^*$  am leptonischen Vertex von der am hadronischen System. Die gestreuten Leptonen können dabei als punktförmige Diraceteilchen behandelt werden, was für die Beschreibung des elektroschwachen Stromes des wesentlich komplexeren hadronischen Endzustandes nicht möglich ist. In diesem Sinne faktorisiert der zu berechnende differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma$  in einen leptonischen Tensor  $L^{\mu\nu}$  und einen hadronischen Anteil  $W_{\mu\nu}(\mathbf{P}, \mathbf{q})$ , der die gesamte Information über das unpolarisierte Target enthält,  $d\sigma \sim L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}(\mathbf{P}, \mathbf{q})$ .

Die spezifischen Formen der Tensoren und damit des Ausdrucks für den Streuquerschnitt hängen von dem intermediären Vektorboson  $V^*$  ab, wobei Terme auf Grund von Interferenzen zwischen den elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen zu berücksichtigen sind. Für die Berechnung des Streuquerschnitts werden alle Beiträge aufsummiert, wobei zwischen den neutralen (*Neutral Current* (NC)) und geladenen (*Charged Current* (CC)) Austauschströmen unterschieden wird

$$d\sigma_{\text{NC,CC}}(e^\mp p) \propto |M_{fi}|_{\text{NC,CC}}^2 d\nu dQ^2 d\Gamma. \quad (2.7)$$

Mit  $d\Gamma$  wird hierbei das Phasenraumelement des hadronischen Systems im Endzustand bezeichnet. Die Integration über alle Elemente  $d\Gamma$  liefert den experimentell und theoretisch besonders interessanten Fall der inklusiven Streuung, d.h. des nur bezüglich des gestreuten Leptonimpulses differentiellen Querschnitts.

Der leptonische Tensor kann im elektroschwachen Standard–Modell störungstheoretisch unter expliziten Annahmen über die Vektor– und Axialvektorkopplungen ( $v_l^{V^*}$ ,  $a_l^{V^*}$ ) des elektroschwachen Stromes des Leptons  $l$  an das Vektorboson  $V^* = \gamma, Z^0, W^\pm$  berechnet werden. Eine Parametrisierung des Lepton– $V^*$ –Vertex in der Form  $i\gamma^\mu (v_l^{V^*} + a_l^{V^*} \gamma^5)$  (im weiteren sei  $v_l^{V^*} := v_{V^*}$ ) führt für den Fall der Kopplung eines mit  $\xi$  longitudinal polarisierten Elektronenstrahls der Helizität  $\lambda = \xi \text{sign } Q_l$  ( $Q_l$  Ladung des Leptons) an neutrale Austauscheteilchen  $i, j = \gamma, Z^0$  zu folgender Gestalt des Leptontensors in der niedrigsten Ordnung:

$$\begin{aligned} L_{ij}^{\mu\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \lambda) &= 4(v_i v_j + a_i a_j - \lambda(a_i v_j + a_j v_i)) [k^\mu k'^\nu + k^\nu \cdot k'^\mu - \mathbf{k} \mathbf{k}' g^{\mu\nu}] \\ &\quad - 4(a_i v_j + a_j v_i - \lambda(v_i v_j + a_i a_j)) [i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha k'_\beta]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Im Fall unpolarisierter Elektronen ist die Mittelung über alle Spins erforderlich. Für einen reinen  $\gamma$ –Austauschprozeß ( $a_e^\gamma = 0$ ) ist der Leptontensor symmetrisch bezüglich der Vertauschungen von  $\mu$  und  $\nu$  und die unsymmetrischen, paritätsverletzenden Beiträge, die durch den Pseudotensor  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  repräsentiert werden, tragen nicht zum Streuquerschnitt bei.

Die Herleitung des phänomenologischen hadronischen Streutensors  $W_{\mu\nu}$  erfolgt aus der direkten Beziehung von  $W_{\mu\nu}$  zu der Fouriertransformierten des Produkts der hadronischen und leptonischen Stromoperatoren. Für raumartige  $q^2$  kann das Produkt der Operatoren durch den Kommutator ersetzt werden. In dem Sinne, wie die Comptonamplitude in Vorwärtsrichtung mit dem totalen Absorptionsquerschnitt reeller Photonen verknüpft ist, wird dann durch das optische Theorem  $W_{\mu\nu}$  mit der virtuellen Comptonamplitude  $T^*$  in Beziehung gebracht,  $W_{\mu\nu} = \text{Im } T^*$ . Im  $T^*$  ist im Prinzip die Observable, die durch die Vorwärtsstreuung<sup>2</sup> eines Leptonpaares an einem Nukleon erhalten werden kann [9].

<sup>2</sup>Bei HERA wird die Vorwärtsrichtung durch das Proton bestimmt, so daß das vorwärts gestreute Lepton in ein rückwärtiges umdefiniert wird.

Der Tensor  $W_{\mu\nu}(\mathbf{P}, \mathbf{q})$  dient der Parametrisierung des hadronischen Vertex in fünf Termen, die von der Metrik  $g_{\mu\nu}$ , den Viererimpulsen  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{q}$  und unbekanntem, skalaren Funktionen, die die stark wechselwirkenden Eigenschaften des Nukleons beschreiben, abhängen. Invarianzbetrachtungen über die mathematische Struktur des hadronischen Tensors im Limes verschwindender Leptonmassen  $m_l \simeq 0$  und die Stromerhaltung am hadronischen Vertex für  $\mathbf{q}$  reduziert diese Anzahl. In der allgemeinsten Form ist die Beschreibung der tief inelastischen Wechselwirkung eines unpolarisierten Nukleons mit einem Photon oder  $Z$ -Boson bzw.  $W$ -Boson von drei Strukturfunktionen abhängig. Für den neutralen Austausch ( $i, j = \gamma, Z^0$ ) ergibt sich  $W_{\mu\nu}$  zu [10]

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = & - \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \mathcal{W}_1^{ij}(\nu, Q^2) \\ & + \left( p_\mu - q_\mu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \left( p_\nu - q_\nu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \frac{1}{M^2} \mathcal{W}_2^{ij}(\nu, Q^2) \\ & - i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta \frac{1}{2M^2} \mathcal{W}_3^{ij}(\nu, Q^2). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Hierbei ist zu beachten, daß im Fall des Ein-Photon-Austausches polarisierter Elektronen an einem unpolarisierten Target die Parität durch die reine elektromagnetische Wechselwirkung nicht verletzt wird, d.h. der dritte Term der Gleichung ist Null. Hier sind nur Beiträge zu erwarten, wenn das Nukleon ebenfalls polarisiert ist.

Die resultierenden Matrixelemente werden gemäß

$$|M_{fi}|_{\text{NC}}^2 \propto \sum_{i,j=\gamma,Z^0} \chi_i \chi_j L_{ij}^{\mu\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \lambda) W_{\mu\nu}^{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{q}) \quad (2.10)$$

$$\chi_\gamma(Q^2) \equiv 1 \quad (2.11)$$

$$\chi_Z(Q^2) = \left( \frac{1}{\sin 2\theta_W} \right)^2 \frac{Q^2}{Q^2 + M_{Z^0}^2} \quad (2.12)$$

berechnet nach der Einführung der reduzierten Propagatorfunktionen  $\chi_{\gamma,Z}$ , die ein Maß für die relative Stärke der schwachen zur elektromagnetischen Kopplung normiert auf den Photonpropagator sind. Für die Festlegung des Weinbergwinkels  $\theta_W$  wurde hier das Massenscalen (*on-shell*)-Renormierungsschema der elektroschwachen Theorie gewählt [13], wodurch für alle Ordnungen der Störungstheorie  $\sin^2 \theta_W = 1 - M_W^2/M_{Z^0}^2$  beträgt.

Durch die Kontraktion der symmetrischen sowie der unsymmetrischen Anteile der Tensorprodukte in dem Übergangsmatrixelement wird der differentielle Bornquerschnitt eines Leptons an einem unpolarisierten Target erhalten. Der Querschnitt faktorisiert in einen leptonischen Teil in Form der kinematischen Faktoren  $S_{1,2,3}$  und einen hadronischen Teil, dargestellt durch die Funktionen  $\mathcal{W}_{1,2,3}$ , in der Notation nach [14],

$$\frac{d^2 \sigma_{\text{NC}}}{dy dQ^2}(e^\mp(\lambda) p) = \frac{4\pi \alpha^2}{S^2 - 4m_l^2 M^2} S \sum_{i=1}^3 S_i(y, Q^2) \frac{1}{Q^4} \mathcal{W}_i^\mp(y, Q^2, \lambda) \quad (2.13)$$

und nach der Ausführung der Summation

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{\text{NC}}}{dy dQ^2}(e^\mp(\lambda) p) = & \frac{4\pi \alpha^2 S}{S^2 - 4m_l^2 M^2} \frac{1}{Q^4} \left\{ (Q^2 - 2m_l^2) (M \mathcal{W}_1^\mp) \right. \\ & \left. + \frac{1}{yS} [(1-y)S^2 - M^2 Q^2] (\nu \mathcal{W}_2^\mp) + (1 - \frac{y}{2}) S (\nu \mathcal{W}_3^\mp) \right\}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

**Ein-Photon-Austausch** Im ultrarelativistischen Grenzfall geht die Gl. (2.14) unter Berücksichtigung der Funktionaldeterminante  $\frac{E E'}{\pi} \frac{d^2 \sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{d\sigma^2}{dE' d\Omega}$  in den bekannten Ausdruck des Wechselwirkungsquerschnitts unpolarisierter Elektronen oder Positronen an einem festen Target im Ein-Photon-Austausch ( $W_3 = 0$ ) über

$$\frac{d^2 \sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4 E^2 \sin^4 \frac{\theta_e}{2}} \left\{ 2W_1(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta_e}{2} + W_2(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \right\}. \quad (2.15)$$

Die durch das Photon vermittelte Wechselwirkung der Leptonen am Nukleon (im weiteren vereinfachend Elektronen und Proton) kann, entsprechend dem unteren Vertex in Abbildung 2.1, auch als der totale Streuquerschnitt (virtueller) Photonen am Proton mit dem Elektronenstrahl als der Photonenquelle interpretiert werden [15, 16].

In Analogie zum totalen Streuquerschnitt reeller Photonen am Proton, die einen hadronischen Endzustand  $X$  mit der invarianten Masse

$$W^2 \equiv s^{\gamma p} = (\mathbf{q} + \mathbf{P})^2 = M^2 + 2MK \quad (2.16)$$

erzeugen, kann für virtuelle Photonen

$$\sigma_\lambda^{\text{tot}}(\gamma p \rightarrow X) = \frac{4\pi^2 \alpha}{K} \varepsilon_\lambda^{\mu*} \varepsilon_\lambda^\nu W_{\mu\nu}^{(\gamma\gamma)} \quad (2.17)$$

geschrieben werden. Für den Fall reeller Photonen ( $q^2 = 0$ ) mit der Energie  $q^0 = \nu \equiv K$  muß über die zwei transversalen Polarisationszustände  $\varepsilon_\pm$  summiert werden und der Flußfaktor ist durch  $4MK$  eindeutig bestimmt. Die Schwierigkeit für die Beschreibung des hadronischen Tensors durch den totalen virtuellen Photon-Proton-Streuquerschnitt liegt in der Definition des Flusses der virtuellen Photonen ( $q^2 \neq 0$ ), da diese nicht auf die transversalen Polarisationszustände reeller Photonen beschränkt sind. Die Festlegung des Flusses  $\Gamma$  erfolgt über eine durch *Hand* 1967 eingeführte Konvention, die den effektiven Impuls der virtuellen Photonen so wählt, daß er der Gleichung (2.16) genügt [23, 15]. Die Polarisationsvektoren  $\varepsilon_\lambda$  der virtuellen Photonen mit der Helizität  $\lambda$  werden in der Weise spezifiziert:

$$\lambda = \pm 1 \quad : \quad \varepsilon_\pm = \mp 1/\sqrt{2} (0; 1, \pm i, 0) \quad (2.18)$$

$$\lambda = 0 \quad : \quad \varepsilon_0 = 1/\sqrt{-q^2} \left( \sqrt{\nu^2 - q^2}; 0, 0, \nu \right). \quad (2.19)$$

Der tief inelastische Streuquerschnitt kann somit in Abhängigkeit von den totalen Absorptionsquerschnitten von transversal und longitudinal polarisierten virtuellen Photonen geschrieben werden

$$\frac{d^2 \sigma}{dE' d\Omega} = \Gamma (\sigma_T + \varepsilon \sigma_L), \quad (2.20)$$

$$\text{mit} \quad \sigma_T = \frac{4\pi \alpha^2}{K} W_1, \quad (2.21)$$

$$\sigma_L = \frac{4\pi \alpha^2}{K} W_L = \frac{4\pi \alpha^2}{K} [(1 - \nu^2/q^2) W_2 - W_1] \quad (2.22)$$

$$\text{und} \quad \Gamma = \frac{K}{4\pi \alpha^2} \frac{2E'}{e q^2 (\varepsilon - 1)}. \quad (2.23)$$

Die Größe  $\varepsilon$  ist das Verhältnis der longitudinalen zur transversalen Polarisation der Photonquelle,  $\varepsilon = (1 + 2 \tan^2(\theta_e/2)(1 - \nu^2/q^2))^{-1} \in [0, 1]$ . Gleichung (2.15) nimmt dann die oft zitierte Gestalt an,

$$\frac{d^2\sigma}{dy dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{yQ^4} \nu W_2(\nu, Q^2) \left[ 1 - \frac{\nu}{E} + \frac{\nu^2}{2E^2} \left( \frac{\sigma_T}{\sigma_T + \sigma_L} \right) \right]. \quad (2.24)$$

Das Verhalten des tief inelastischen Streuquerschnitts wird demnach im wesentlichen neben den kinematischen Faktoren durch die Strukturfunktion  $W_2$  geprägt, während Feinheiten durch den Term  $\left( \frac{\sigma_T}{\sigma_T + \sigma_L} \right)$  bestimmt werden. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für longitudinale Photonabsorption zu der von transversalen Photonen wird durch die Funktion  $R$  mit der in (2.22) definierten longitudinalen Strukturfunktion  $W_L$  charakterisiert

$$R(\nu, Q^2) = \frac{\sigma_L(\nu, Q^2)}{\sigma_T(\nu, Q^2)} = \frac{W_L(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)}. \quad (2.25)$$

## 2.2 Strukturfunktionen im Quark–Parton–Modell

Die Interpretation der Strukturfunktionen  $W_{1,2,3}$  durch dynamische Modelle muß im engen Zusammenhang zu den Entwicklungen experimenteller und theoretischer Methoden in den 60er Jahren gesehen werden [17, 18]. In dieser Zeit wurde ein neues Energiegebiet für die Erforschung der Struktur der Kerne mit dem Bau eines  $e^-$ -Linearbeschleunigers in Stanford eröffnet, der Elektronen mit Energien von 7 bis 17 GeV für Untersuchungen hadronischer Targets zur Verfügung stellte. Im Vergleich zu den Streuexperimenten von *Hofstadter* und *McAllister* 1956, die durch die Analyse der elastischen Formfaktoren des Elektron–Proton–Streuquerschnitts die Ausdehnung des Protons  $\langle r \rangle^{1/2} \simeq 0.7 \cdot 10^{-15} m$  mit Hilfe von 188 MeV–Elektronen bestimmten [19], konnte jetzt mit ca. der 10-fachen Schwerpunktenergie das Gebiet der tief inelastischen Streuung erreicht werden.

Die SLAC–MIT–Gruppe um *Taylor*, *Friedman* und *Kendall* konnte mit ihren Messungen zeigen, daß für  $Q^2$ -Werte um 5 GeV<sup>2</sup> und hadronische Massen  $W > 2 GeV$  die bei festen Streuwinkeln von 6° bzw. 10° gemessene Funktion  $\nu W_2$  mit steigendem Impulsübertrag  $Q^2$  nur noch von einer Variablen  $\omega = 2M\nu/Q^2$  abhängig ist [20]. Diese faszinierende Beobachtung wird als Skalenverhalten bezeichnet und war erstmals von *Bjorken* 1968 vorhergesagt worden [8]. *Bjorken* stützte sich bei seiner Analyse auf punktförmige Spin- $\frac{1}{2}$ -Objekte, die Quarks oder Aces, die *Gell-Mann* bzw. *Zweig* im Jahre 1964 für die quantitative Erklärung der Vielfalt der Hadronen einführten [21]. Zunächst unabhängig davon interpretierte *Feynman* die Ergebnisse des SLAC–MIT–Experimentes als Folge von harten Stößen der Elektronen an punktförmigen Konstituenten des Protons mit dem Spin 0 oder  $\frac{1}{2}$ , den Partonen, die einen Anteil  $x$  des Protonimpulses tragen [22]. Die dann auch quantitativ belegten Deutungen der Strukturfunktionen mittels Quark–Parton–Verteilungen durch *Bjorken* und *Paschos* (1969 und 1970) [23], *Kuti* und *Weisskopf* (1971) [15] und *Feynman* (1972) [22] lieferte die Erklärung des inelastischen Streuprozesses als die Summe der inkohärenten Streuungen an den einzelnen Partonen.

**Das Quark–Parton–Modell** Die grundlegende Idee des Quark–Parton–Modells bildet der intuitive Ansatz von *Feynman*, die inelastische Streuung bei sehr hohen Energien als quasifreie Streuung an punktförmigen Konstituenten innerhalb des Protons in einem Bezugssystem zu betrachten, in dem das Proton einen unendlichen Impuls hat. In der dafür geeigneten Näherung des Elektron–Proton–Schwerpunktsystems nimmt die Ladungsverteilung

des Protons infolge der Lorentz-Kontraktion das Aussehen eines in der Bewegungsrichtung dünnen *Pfannkuchens* [23] an. Durch die relativistische Zeitausdehnung ist die Bewegung der Konstituenten extrem verlangsamt und mit der Forderung, daß die Wechselwirkungszeit viel kleiner als die Lebenszeit der virtuellen Zustände sein möge, können die Partonen als freie Teilchen betrachtet werden. Weiterhin kann für große Impulsüberträge  $Q^2 \gg M^2$  die Streuung als inkohärent angenommen werden, d.h. das Vektorboson wechselwirkt unabhängig von dem Rest mit jeweils nur einem der strukturlosen Partonen.

In diesem Bild enthält das Proton eine Anzahl  $N$  freier Partonen, wobei der longitudinale Impuls des  $i$ -ten Partons einen Anteil  $x_i$  am Gesamtimpuls des Protons hat. Weitere Annahmen sind, daß die Masse des Partons vernachlässigt wird und das Parton vor der Streuung keine transversale Impulskomponente aufweist. Dann gilt in guter Näherung die in Abbildung 2.2 veranschaulichte Elektron-Parton-Streuung mit der sich dem harten Streuprozeß anschließenden Hadronisierung der Partonen zu Endzustandsteilchen.

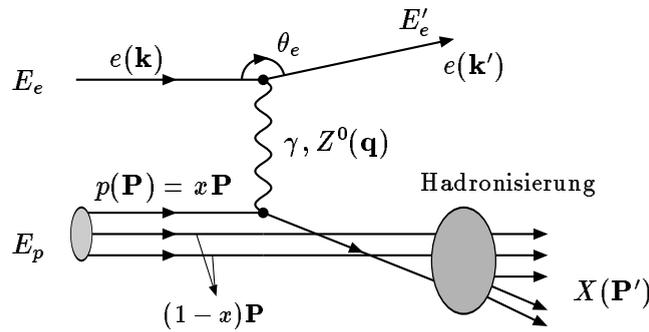


Abbildung 2.2: Tief inelastische  $ep$ -Streuung  $e(\mathbf{k}) + p(\mathbf{P}) \rightarrow e(\mathbf{k}') + X(\mathbf{P}')$  im Quark-Parton-Modell.

Der Beitrag des Partons  $i$  mit der Ladung  $Q_i$  zur Strukturfunktion  $W_2$  kann dann wie folgt geschrieben werden [23]:

$$p_i^\mu \cong x_i P^\mu \quad (2.26)$$

$$W_2^{(i)} = x_i Q_i^2 M \delta \left( \mathbf{q} \cdot x_i \mathbf{P} - \frac{1}{2} Q^2 \right) = Q_i^2 \delta \left( \nu - \frac{Q^2}{2Mx_i} \right), \quad (2.27)$$

was in dem Grenzwert  $\lim_{E \rightarrow \infty} \sigma^{(i)}/dQ^2 = 4\pi\alpha^2 Q_i^2/Q^4$  den *Rutherford*-Streuquerschnitt reproduziert. Die Integration über alle  $x_i$  liefert den allgemeinen Ausdruck für  $W_2$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) = \sum_i^N Q_i^2 x f_i(x) \equiv F_2(x), \quad (2.28)$$

wobei  $f_i(x)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte ist, ein Parton mit dem Impulsanteil  $x$  im Proton zu finden.  $\nu W_2(\nu, Q^2)$  ist dann nur eine Funktion von  $x$ . Die von *Bjorken* 1968 eingeführte Variable  $\omega$  entspricht demnach bei sehr hohen Energien dem reziproken Wert des Impulsanteiles  $x$  des betroffenen Quark-Partons. Im Partonmodell wird so der Übergang zu den im *Bjorken-Limes*  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$  für feste Werte der Invarianten  $x$  definierten Strukturfunctionen  $\mathcal{F}_{1,2,3}$  physikalisch motiviert,

$$\begin{aligned} \lim_{\nu, Q^2 \rightarrow \infty} M W_1(\nu, Q^2) &\longrightarrow \mathcal{F}_1(x) \\ \lim_{\nu, Q^2 \rightarrow \infty} \nu W_{2,3,L}(\nu, Q^2) &\longrightarrow \mathcal{F}_{2,3,L}(x). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die Annahme von punktförmigen Konstituenten im Proton führt zu dem von der SLAC–MIT–Gruppe beobachteten Skalenverhalten von  $\nu W_2(\nu, Q^2)$ .

Im Parton–Modell wird das in Gleichung 2.25 eingeführte Verhältnis der Strukturfunktionen  $R$  ein Maß für den Spin des strukturlosen Protontargets, und es gelten die beiden Grenzwerte

$$\sigma_L/\sigma_T = 2M/\nu \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} 0, \quad \text{Spin-}\frac{1}{2} \text{ Partonen} \quad (2.30)$$

$$\sigma_T/\sigma_L = 0, \quad \text{Spin-0 Partonen.} \quad (2.31)$$

Ergebnisse der SLAC–Experimente [24] und später aus Neutrino–Nukleon– und Muon–Nukleon–Experimenten zeigten [25], daß das Verhältnis  $\sigma_L/\sigma_T$  klein ist. Das Ergebnis favorisiert die Interpretation der tief inelastischen Elektronstreuung an punktförmigen Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen, die zu der Identifikation der geladenen Partonen mit den Quarks führte.

Im Rahmen des Quark–Parton–Modells (QPM) gilt daher Gleichung (2.30), d.h.  $R \equiv 0$  bzw. in der Notation nach *Callan* und *Gross* [26]

$$\mathcal{F}_L(x) := \mathcal{F}_2(x) - 2x \mathcal{F}_1(x) \equiv 0. \quad (2.32)$$

**Strukturfunktionen** Die Strukturfunktionen werden gemäß (2.28) direkt mit Quark–Parton–Verteilungsfunktionen in Beziehung gebracht, was zu einer Summenregel für das mittlere Ladungsquadrat eines Partons  $= \int_0^1 dx F_2(x) \approx 0.16$ , gemessen von der SLAC–MIT–Gruppe, führt. Dieser geringe Wert konnte nur erklärt werden, wenn sowohl eine zusätzliche *Wolke* von Quark–Antiquark–Paaren [23], die einen statistischen Beitrag zur Ladungsverteilung liefern, als auch neutrale Mesonen, Gluonen, die die Mediatorteilchen zwischen den Quarks sein sollten, im Proton angenommen wurden. Die Notwendigkeit der Gluonen wurde erstmals in konsistenter Weise in dem relativistischen Quark–Parton–Modell von [15] gefordert. Die Existenz der Gluonen konnte 1979 am DESY, Hamburg, durch die Beobachtung von Ereignissen mit drei Jets nachgewiesen werden [27].

Die elektromagnetischen Eigenschaften des Protons können dann aufbauend auf dem von *Glashow*, *Ilioupolos* und *Maiani* (*GIM*) 1970 eingeführten 4–Quark–Modell (Anzahl der Flavours  $N_f = 4$ ) mit  $f_i(x) = (u, d, s, c)$  und den dazugehörigen Ladungen  $Q_i = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  mit

$$F_2^{ep}(x) = \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2 x [f_i(x) + \bar{f}_i(x)] \quad (2.33)$$

beschrieben werden [28]. Gleichung 2.33 gilt für alle bisher bekannten 6 Flavours, die  $b$ - und  $t$ -Quarks werden hier im weiteren vernachlässigt.

Die Zerlegung des Protons in Kombinationen von Quarkverteilungen, die sich symmetrisch bzw. unsymmetrisch unter Flavour–Symmetrie verhalten, führt u.a. zu folgenden Definitionen:

$$\begin{aligned} q(x) &= \sum_i f_i(x) & \bar{q}(x) &= \sum_i \bar{f}_i(x) \\ \Sigma(x) &= q(x) + \bar{q}(x) & V(x) &= q(x) - \bar{q}(x) \\ \Delta_{i,j}(x) &= f_i(x) - f_j(x) & \bar{\Delta}_{i,j}(x) &= \bar{f}_i(x) - \bar{f}_j(x). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Die unsymmetrischen Funktionen  $V(x)$ ,  $\Delta_{i,j}$  und  $\bar{\Delta}_{i,j}$  verhalten sich unter Flavour–Vertauschung wie Nicht–Singulett, wobei  $V(x) = u_v(x) + d_v(x)$  die Verteilung der Valenzquarks im Proton beschreibt. Allgemein gibt es  $(2N_f - 1)$  Nicht–Singulett–Funktionen, die orthogonal

zu der Singulett-Verteilung  $\Sigma(x)$  sind. Die elektromagnetischen Strukturfunktionen ergeben sich dann zu:

$$F_2^{ep}(x) = \frac{5}{18}x\Sigma(x) + \frac{1}{6}x\Delta^{ep}(x) \quad (2.35)$$

$$F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18}x\Sigma(x) + \frac{1}{6}\Delta^{eN}(x) = \frac{1}{2}(F_2^{ep} + F_2^{en}). \quad (2.36)$$

Die Definition eines isoskalaren Targets  $N$  beruht auf der Isospin-Symmetrie des QPM,  $u(x)^n = d(x)$  sowie  $d(x)^n = u(x)$ , mit  $\Delta^{eN}(x) = [c(x) - s(x)] + [\bar{c}(x) - \bar{s}(x)]$  und  $\Delta^{ep}(x) = \Delta^{eN}(x) + [u(x) - d(x)] + [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$ . Die Aufteilung gemäß Gl. (2.35) bewährt sich insbesondere bei der späteren Diskussion der Eigenschaften der Protonstrukturfunktion  $F_2^{ep}$  im Rahmen der QCD.

Für das Verständnis der schwachen Beiträge zu den Strukturfunktionen wird das *GIM*-Modell durch die Formalismen der *GWS*-Theorie erweitert, die zu expliziten Formulierungen der Vektor- Axialvektorkopplungen für die Fermionen mit der Ladung  $Q_f$  und der dritten Komponente des schwachen Isospins  $T_{3f}$  führen:

$$v_f = T_{3f} - 2Q_f \sin^2 \theta_W \quad (2.37)$$

$$a_f = T_{3f}, \quad (2.38)$$

die über die *Gell-Mann-Nishijima*-Relation  $Q = T_3 + Y/2$  mit der schwachen Hyperladung  $Y$  verknüpft sind, siehe Tabelle 2.3 für jeweils die drei Familien rechts- und linkshändiger Quarks und Leptonen im Standard-Modell [30].

$f$	$Q$	$T_3$	$Y$
$\nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$	0	$\frac{1}{2}$	-1
$e_L^- \quad \mu_L^- \quad \tau_L^-$	-1	$-\frac{1}{2}$	-1
$e_L^- \quad \mu_L^- \quad \tau_L^-$	-1	0	-2

$f$	$Q$	$T_3$	$Y$
$u_L \quad c_L \quad t_L$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$d_L \quad s_L \quad b_L$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$u_R \quad c_R \quad t_R$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{4}{3}$
$d_R \quad s_R \quad b_R$	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$

Abbildung 2.3: Die Quantenzahlen der Fermionen im Standard-Modell.

Die durch den Übergang zum *Bjorken*-Limes eingeführten verallgemeinerten Strukturfunktionen  $\mathcal{F}_{1,2,3}$  lassen sich mit den Vektor- und Axialvektorkopplungen eines Elektrons der Helizität  $\lambda$  in acht Strukturfunktionen<sup>3</sup> aufspalten [10, 31]

$$\mathcal{F}_1^\mp = F_1 + \chi_Z (-v_e \pm \lambda a_e) G_1 + \chi_Z^2 (v_e^2 + a_e^2 \mp 2\lambda a_e v_e) H_1 \quad (2.39)$$

$$\mathcal{F}_2^\mp = F_2 + \chi_Z (-v_e \pm \lambda a_e) G_2 + \chi_Z^2 (v_e^2 + a_e^2 \mp 2\lambda a_e v_e) H_2 \quad (2.40)$$

$$\mathcal{F}_3^\mp = -\text{sign } Q_l [\chi_Z (\mp a_e + \lambda v_e) G_3 + \chi_Z^2 (-\lambda(v_e^2 + a_e^2) \pm 2a_e v_e) H_3], \quad (2.41)$$

wobei  $\chi_Z$  die mit Gl. (2.12) eingeführte reduzierte Propagatorfunktion ist. Der dominante Born-Beitrag zum elektroschwachen Wechselwirkungsquerschnitt, siehe Gleichung 2.14, kann dann in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}(e^\mp p) = \frac{4\pi\alpha^2}{x Q^4} \left( x y^2 \mathcal{F}_1^\mp(x, Q^2) + (1-y) \mathcal{F}_2^\mp(x, Q^2) + x \left(y - \frac{y^2}{2}\right) \mathcal{F}_3^\mp(x, Q^2) \right) \quad (2.42)$$

<sup>3</sup>Die in der Formel 2.11 mit den Indizes  $i, j$  ( $i, j = \gamma, Z^0$ ) angegebenen Beiträge  $\mathcal{W}_{1,2,3}^{i,j}$  werden in die Notationen  $F_{1,2}^{(\gamma\gamma)}$ ,  $G_{1,2,3}^{(\gamma Z^0)}$  und  $H_{1,2,3}^{(Z^0 Z^0)}$  überführt, durch die die Indizierung bzgl. der Vektorbosonen im folgenden weggelassen werden kann.  $F_3^{(\gamma\gamma)} = 0$  für ein unpolarisiertes Target.

Für Werte  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  entsprechen die verallgemeinerten Strukturfunktionen  $\mathcal{F}_{1,2,3}$  den bekannten elektromagnetischen Funktionen, was sich auch in den Notationen mit Quarkverteilungsfunktionen widerspiegelt:

$$[F_1, G_1, H_1] = \frac{1}{2} \sum_{f=1}^{N_f} [Q_f^2, 2Q_f v_f, v_f^2 + a_f^2] [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.43)$$

$$[F_2, G_2, H_2] = \sum_{f=1}^{N_f} x [Q_f^2, 2Q_f v_f, v_f^2 + a_f^2] [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.44)$$

$$[xG_3, xH_3] = \sum_{f=1}^{N_f} x [2Q_f a_f, 2v_f a_f] [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.45)$$

Für große  $Q^2$  können Beiträge des schwachen neutralen Stroms, der durch  $Z^0$ -Austauschdiagramme beschrieben wird, sowie die Strukturfunktion  $\mathcal{F}_3$  nicht mehr vernachlässigt werden. Die Anteile an dem Streuquerschnitt durch  $\gamma Z^0$ -Interferenzen ( $\propto \chi_Z$ ),  $Z^0 Z^0$ -Terme ( $\propto \chi_Z^2$ ) und durch reinen  $\gamma$ -Austausch sind bei  $Q^2 \approx 18700 \text{ GeV}^2$  ungefähr gleich groß [31].

Für die in dieser Analyse in dem Gebiet von  $Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$  betrachteten Daten gilt in sehr guter Näherung  $\mathcal{F}_2(x, Q^2) \cong F_2(x, Q^2)$ . Die Ursache hierfür liegt in dem Verhalten der Propagatorfunktion  $\chi_Z$  bei  $Q^2 \ll M_{Z^0}^2$  mit  $\chi_Z(Q^2) \approx 1.7 \cdot 10^{-4} Q^2 / \text{GeV}^2$ , die Beiträge von  $G_i$  und  $H_i$  auf  $\leq 1\%$  unterdrückt.

**Summenregeln** Die Idee des Isospin-symmetrischen Parton-Modells hat eine Reihe von neuen bzw. Reinterpretationen schon bestehender Summenregeln zur Konsequenz, von denen hier nur einige genannt werden sollen, siehe auch in [7, 29, 31, 32].

Das *Bjorken*-Skalenverhalten von  $x$  für die Strukturfunktionen und für  $x$  und  $y$  im Streuquerschnitt  $d\sigma/dx dy$  hat, unter der Vernachlässigung von Masseneffekten, z.B. die Energieunabhängigkeit von  $\langle y \rangle$  und  $\sigma_{\bar{\nu}}/\sigma_{\nu}$  zur Folge und die Momente der Strukturfunktionen werden  $Q^2$ -unabhängig

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F_i(x) \equiv M_i(x) \quad \text{für } n = 2, 3, \dots \text{ und } i = 1, 2, 3, L. \quad (2.46)$$

Die Valenzquark-Verteilungen des Protons erfüllen offensichtlich die Summenregeln:

$$N_u = \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] = 2 \quad \text{und} \quad N_d = \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] = 1, \quad (2.47)$$

deren Linearkombinationen zu einer Anzahl weiterer Summenregeln führt, die in Beziehung zu den meßbaren Strukturfunktionen stehen, wie die bereits in (2.32) zitierte *Callan-Gross* Relation. Die *Adler*-Summenregel (1966) [33]

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x} [F_2^{\nu n} - F_2^{\nu p}] = 1 \quad (2.48)$$

beschreibt die Differenz der Valenzquarks im Nukleon. Die Summe der Valenzquarks wird durch die *Gross-Llewellyn-Smith*-Regel (1969) gegeben [34]:

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x} [F_3^{\bar{\nu} p} - F_3^{\nu p}] = 3. \quad (2.49)$$

Das Analogon zu Gl. 2.48 für den Fall geladener Leptonen ist die *Gottfried*-Summenregel (1967) [35]

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} [F_2^{\mu p} - F_2^{\mu n}] = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \int_0^1 dx [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] = \frac{1}{3}, \quad (2.50)$$

die die Unsymmetrie zwischen den  $u$ - und  $d$ -Seeanteilen im Nukleon beschreibt, wenn das Integral von dem vorhergesagten Wert von  $\frac{1}{3}$  abweicht.

Die Erhaltung des totalen Protonimpulses impliziert eine wichtige Summenregel:

$$\int_0^1 dx F_2^{\nu N} = \int_0^1 dx \Sigma(x) = 1 - \epsilon. \quad (2.51)$$

Mit  $\epsilon$  wird hierbei der Anteil des Protonimpulses bezeichnet, der durch die ungeladenen Konstituenten des Protons, die Gluonen, getragen wird. Experimentell wurde  $\epsilon \approx 1/2$  für  $Q^2$ -Werte zwischen 10 und 40  $GeV^2$  bestimmt. Das zeigt die Bedeutung der Gluonen für die Interpretation der Protonstruktur, kann ihnen doch ca. die Hälfte des Protonimpulses zugeordnet werden.

Der Test der Summenregeln in Präzisionsmessungen gehört zu den aktiven Forschungsgebieten der Hochenergiephysik [32, 36], stellen sie doch die Konsistenzbedingungen zwischen den gemessenen integralen Quarkdichten und der totalen Anzahl, Ladung und dem Impuls der Konstituenten-Quarks dar.

## 2.3 Partonen in der Quantenchromodynamik

Parallel zu der Entwicklung einer Feldtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung gab es immer wieder Bestrebungen, die Vielzahl der beobachteten hadronischen Teilchen auf eine nur wenige, elementare Teilchen umfassende bzw. auf wesentlichen Symmetrieelementen aufbauende Theorie zurückzuführen [37].

Hervorzuheben ist hier das von *Sakata* 1956 postulierte Tripletmodell, nachdem nur Neutron, Proton und das  $\Lambda$ -Teilchen (einschließlich deren Antiteilchen) elementar sein sollten und in Analogie zu dem *Gell-Mann* 1964 ein  $SU(3)$  Quark-Flavour-Modell veröffentlichte [38]. *Gell-Mann* und *Ne'eman* hatten bereits 1961 unabhängig voneinander die Bedeutung der  $SU(3)$ -Symmetriegruppe für die Erklärung der Baryon- und Mesonspektren erkannt. Die Bestätigung der  $SU(3)$ -Gruppe durch die Entdeckung des vorhergesagten  $\Omega^-$ -Teilchens 1963 führte dann direkt zum Quark-Modell.

Das einfache Quark-Modell wies jedoch die folgenden Paradoxa auf:

- auf Grund der Ladungserhaltung müßte mindestens ein stabiles Quark existieren,
- es konnte nicht erklären, warum die allein existierenden, gebundenen Zustände von der Art  $q\bar{q}$  und  $qqq$  und deren Konjugierter sind,
- die Zustände mit  $J^P = 3/2^+$ , z.B.  $\Delta^{++} \sim uuu$  verletzen die Fermistatistik.

Insbesondere der letzte Punkt führte schon 1964 *Greenberg* zu der Forderung, daß die Quarks einer Parafermi-Statistik unterliegen sollten bzw. 1965 zu der Formulierung einer neuen Quantenzahl, u.a. durch *Han* und *Nambu*, die später *Colour* genannt wurde [39]. Die Quarks traten somit in den Familien (nach *Nambu*)  $u, d, s, c, \dots$  mit den  $N_c = 3$  Farbladungen Rot, Grün und Blau auf, die eine neue  $SU(3)_{\text{colour}}$ -Symmetrie bildeten. Die physikalisch beobachtbaren Hadronen wurden als Farbsingulett-Zustände postuliert.

Die Entwicklung einer Theorie mit einer *Coulomb*-ähnlichen Kraft, die proportional zu den Farbkräften sein sollte und im Fall farbloser Zustände verschwand, basierte auf der von

*Yang* und *Mills* 1954 formulierten nicht-abelschen Eichtheorie, wobei das Konzept einer elektrischen Ladung der *Coulomb*-Kraft nun auf drei Farbladungen erweitert werden musste. Die Eigenschaften eines *Yang-Mills*-Feldes führen zu dem der Quantenelektrodynamik konträren Verhalten, daß bei hohen Energien, d.h. kleinen Abständen, die Kräfte klein werden und die Farbladungen verschwinden, und bei großen Abständen, da die Farbfelder selbst wieder zu Quellen neuer Felder werden, die Ladungen anwachsen (*Anti-Screening*) und die Quarks in den Hadronen eingeschlossen bleiben (*Confinement*). Das ist die Bedeutung der asymptotischen Freiheit, die um das Jahr 1973 von *t'Hooft*, *Gross*, *Wilczek*, und *Politzer* entdeckt wurde [40] und der Quantenchromodynamik (nach *Gell-Mann*) als der Quantentheorie der  $(3N_c - 1) = 8$  Farbeichfelder der Gluonen zum Durchbruch verhalf [41].

Damit war im Vergleich zu dem einfachen, einer freien Feldtheorie entsprechenden Parton-Modell eine Theorie mit wesentlich fundierteren Grundlagen begründet, die, wie sich herausstellen sollte, die tief inelastischen Daten besser deuten konnte. Noch vor der experimentellen Beobachtung der Skalenverletzungen wurden die  $Q^2$ -Abhängigkeiten der Strukturfunktionen berechenbar.

**Asymptotische Freiheit** Die Wechselwirkung zwischen den Quarks und den Gluonen wird in der QCD durch eine effektive Kopplungsstärke  $\bar{g}^2(Q^2)$  beschrieben, die folgender Gleichung genügt:

$$\frac{d\bar{g}^2(Q^2)}{dt} = \bar{g}\beta(\bar{g}) \quad \text{mit} \quad \bar{g}(t=0) = g \quad \text{und} \quad t = \ln \frac{Q^2}{\mu^2}. \quad (2.52)$$

Um physikalisch sinnvolle Resultate zu erhalten, ist die Regularisierung und anschließende Renormierung der bei der Berechnung der QCD-Feynmandiagramme auftretenden Ultraviolett-divergenten Beiträge erforderlich. In Analogie zur QED führt das zu einer logarithmischen  $Q^2$ -Abhängigkeit der renormierten Kopplungsstärke  $g$ , die damit von dem gewählten Renormierungsschema und der Skala  $\mu^2$  abhängig wird. Das Verhalten von  $g$  wird durch die Renormierungsgruppenfunktion  $\beta(g)$  festgelegt, die in der QCD-Störungstheorie berechnet werden kann [29],

$$\begin{aligned} \beta(g) &= -\beta_0 \frac{g^3}{16\pi^2} - \beta_1 \frac{g^5}{(16\pi^2)^2} + \dots & (2.53) \\ \text{mit} \quad \beta_0 &= 11 N_c/3 - 2 N_f/3 \\ \text{und} \quad \beta_1 &= 102 N_c/3 - 38 N_f/3. \end{aligned}$$

$N_{c,f}$  ist die Anzahl der Colours bzw. der Flavours. Die Tatsache, daß der Koeffizient vor  $g^3$  auf Grund der Selbstwechselwirkung der Gluonen negativ für  $N_f \leq 16$  ist, hat die asymptotische Freiheit als Konsequenz. In führender Ordnung ergibt sich

$$\bar{g}(Q^2) = 16\pi^2 / (\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)), \quad (2.54)$$

mit dem Verhalten  $\bar{g}(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$  für die 6 Flavours und 3 Colours des Standard-Modells.

Der freie Parameter  $\Lambda$  mit  $\Lambda^2 = \mu^2 \exp[-(16\pi^2/\beta_0 g^2)]$  setzt die Skala für die  $Q^2$ -Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten fest und kann durch Vergleiche von QCD-Vorhersagen mit experimentellen Daten fixiert werden.

Eine genauere Lösung von (2.52) mit den in (2.53) gegebenen Koeffizienten  $\beta_{0,1}$  kann für eine definierte effektive Feinstrukturkonstante der QCD,

$$\alpha_s(Q^2) \equiv \frac{\bar{g}^2}{4\pi} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (\beta_0/4\pi) \alpha_s(\mu^2) \ln(Q^2/\mu^2)} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \quad (2.55)$$

durch eine Reihe in  $\propto 1/[\ln(Q^2/\Lambda^2)]$  dargestellt werden:

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} = \frac{1}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} - \frac{\beta_1 \ln \ln(Q^2/\Lambda^2)}{\beta_0^3 \ln^2(Q^2/\Lambda^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\ln^3(Q^2/\Lambda^2)}\right). \quad (2.56)$$

Beiträge der Form  $c/[\ln^2(Q^2/\Lambda^2)]$  können in der Redefinition von  $\Lambda$  absorbiert werden, was bei der Berechnung der höheren Ordnungen der QCD eine Abhängigkeit der frei wählbaren Skalen von dem Renormierungsschema zur Folge hat [29, 32].

**Faktorisierung** Eines der grundlegenden Theoreme der störungstheoretischen QCD ist die Faktorisierung des tief inelastischen Streuprozesses in langreichweitige und kurzreichweitige Abhängigkeiten, wodurch das Äquivalent des Parton-Modells in der QCD realisiert werden kann. Die Ursache für die erfolgreiche Anwendbarkeit des QPM liegt in dem in der Gleichung (2.56) beschriebenen Verhalten von  $\alpha_s$  bei hohen  $Q^2$  begründet, da gemäß dem ersten Term  $\alpha_s$  sehr klein wird mit nur geringen Korrekturen durch die verbleibenden Terme. Tief inelastische Größen sind dann störungstheoretisch in der QCD berechenbar, wenn zudem keine Infrarot (IR)-divergenten Anteile vorliegen, die durch die Masselosigkeit der Gluonen hervorgerufen werden und mit langreichweitigen physikalischen Vorgängen korreliert sind.

Diese Annahme kann durch die Beobachtung gerechtfertigt werden, daß die Bildung von Quarkpaaren ein kurzreichweitiges Phänomen ist und keine quantenmechanischen Interferenzen mit dem langreichweitigen Prozeß der Hadronproduktion zu erwarten sind. Der formale Beweis dieser These wird für den ersten Typ IR-divergenter Anteile, der durch die Beiträge reeller oder virtueller masseloser Teilchen mit verschwindenden Impulsen zum Phasenraum charakterisiert werden kann, durch das *Bloch-Nordsieck*-Theorem für inklusive Streuquerschnitte erbracht [42]. Die Abstrahlung solcher sogenannter *weicher* Gluonen verändert nicht die Kinematik des Partons und alle möglichen divergenten Beiträge dieser Art heben sich in der totalen Summe auf. Die in der tief inelastischen Streuung verbleibenden Massesingularitäten kommen aus den Phasenraum-Bereichen, in denen der Impuls des Gluons als *quasi-kollinear* zu dem gekoppelten äußeren, masselosen Parton angenommen werden kann, siehe Abb. 2.5a. Die Regularisierung dieser IR-Singularität führt zu den  $Q^2$ -Evolutionen der Partonverteilungsfunktionen in der QCD-Störungstheorie.

Die Anwendung des Faktorisierung-Theorems hat die Generalisierung der im Parton-Modell am Vektorboson-Hadron-Vertex ( $V^*h$ ) definierten Strukturfunktionen zur Folge

$$\left[ F_{1,3}^{(V^*h)}, F_2^{(V^*h)} \right] = \sum_{i=q,\bar{q},G} \int_0^1 [1, \xi] \frac{d\xi}{\xi} C_{1,2,3}^{(V^*i)} \left( \frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{\mu_f^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2) \right) \phi_{i/h}(\xi, \mu_f^2, \mu^2). \quad (2.57)$$

Die Summation erstreckt sich hierbei über alle Partonen (Quarks, Antiquarks und Gluonen). Die Merkmale der Faktorisierung sind nun in den Eigenschaften der Koeffizientenfunktionen  $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$  und den Partonverteilungen  $\phi_{i/h}$  enthalten.

- Jede dem harten Streuprozess entsprechende Funktion  $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$  ist frei von IR-Divergenzen und in der Störungstheorie berechenbar, wobei das externe Hadron  $h$  durch *on-shell*-Partonen ersetzt wird. Wie die Indizierung bereits anzeigt, sind die drei Funktionen nur von dem ausgetauschten Vektorboson und dem Parton  $i$  abhängig, und werden nicht durch die Identität des Hadrons  $h$  beeinflusst. Mit der Faktorisierungsskala  $\mu_f$  werden durch die Forderung  $Q^2 \geq \mu_f^2$  die Beiträge zu dem harten Streuteil festgelegt. Wechselwirkungen intermediärer Bosonen geringerer Virtualität,  $Q^2 < \mu_f^2$ , werden der

Definition von  $\phi_{i/h}$  hinzugefügt. Die Funktionen  $C_{1,2,3}^{(V^*i)}$  liefern damit den verallgemeinerten harten Streuquerschnitt  $\hat{\sigma}^{(V^*i)}$  des reduzierten Lepton–Parton–Systems.

- Die Partonverteilungen  $\phi_{i/h}(\xi, \mu_f^2, \mu^2)$  enthalten alle langreichweitigen, IR–empfindlichen Anteile des ursprünglichen Streuquerschnitts in Abhängigkeit von  $\mu_f^2$  und der speziellen Hadronsorte  $h$ . Andererseits sind die Partonverteilungsfunktionen in dem Sinne *universal*, daß sie, wenn sie 'einmal' durch den Vergleich mit experimentellen Daten extrahiert worden sind, für die Beschreibung beliebiger harter Streuvorgänge verwendet werden können.

Der inklusive hadronische Streuquerschnitt ergibt sich dann aus der Faltung der Partonverteilungsfunktionen mit dem harten Streuquerschnitt:

$$\sigma^{V^*h}(x, Q^2) = \sum_{i=q,\bar{q},G} \left[ \hat{\sigma}^{(V^*i)}(Q^2/\mu^2, \mu_f^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)) \otimes \phi_{i/h}(\mu_f^2, \mu^2) \right] (x) \quad (2.58)$$

mit dem Faltungsintegral 
$$[A \otimes B] = \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} A\left(\frac{x}{\xi}\right) B(\xi). \quad (2.59)$$

Die Faktorisierung des hadronischen Streuquerschnitts ist gültig für alle Ordnungen der Störungstheorie [43], wobei eine gewisse Willkürlichkeit bei der Trennung in kurz– und langreichweitige Phänomene mit der Einführung der weiteren Massenskala  $\mu_f^2$  gegeben ist.

Die obengenannte Definitionen werden in ihrer Anwendung erst sinnvoll durch die Wahl eines Faktorisierungsschemas in Analogie zu der des Renormierungsschemas der QCD. In der Literatur werden verschiedene Schemata angegeben, siehe z.B. [29]. Eines der elegantesten und aus theoretischer Sicht attraktiven Schemata ist das  $\overline{MS}$ –Schema (*Modified Minimal Subtraction Scheme*), in dem die Skalen so gewählt werden, daß die Partonverteilungsfunktionen direkt in Form der hadronischen Matrixelemente definiert werden können.

Das Schema, das am engsten mit tief inelastischen Streuexperimenten und Strukturformationsmessungen korreliert ist, wird mit *DIS* (*Deep Inelastic Scattering*) bezeichnet. Im *DIS*–Schema werden durch die Wahl von  $\mu^2 = \mu_f^2 = Q^2$  alle mit den höheren Ordnungen auftretenden Korrekturen zu der Strukturfunktion  $F_2^{V^*h}$  in den Definitionen der Partonverteilungsfunktionen absorbiert. Die Werte des Parton–Modells werden durch die Koeffizientenfunktionen  $C_2^{V^*q,\bar{q}} = Q_{q,\bar{q}}^2 \delta(1-x)$  und  $C_2^{V^*G} = 0$  reproduziert. Solche einfachen Relationen gelten jedoch nicht für die anderen Strukturformationsfunktionen. Weiterhin ist anzumerken, daß durch diese Definitionen die Gluondichte nicht fixiert wird und alle Impulsabhängigkeiten der QCD–Skalen in  $\alpha_s(Q^2)$  zusammengefaßt sind.

**Partonevolutionen** Die Beschreibung des Faktorisierungstheorems erfolgte bisher für ein festes  $Q^2$ . Wird nun das Hadron mit steigendem  $Q^2$  des Vektorbosons betrachtet, können zunehmend Prozesse aufgelöst werden, in denen das Quark ein quasi–reelles Gluon abstrahlt, das Gluon in ein Quark–Antiquark konvertiert oder mit sich selbst wechselwirkt, entsprechend den Darstellungen a,b,c in Abbildung 2.4. Diese Interpretation folgt dabei den einfachen kinematischen Überlegungen von *Kogut* und *Susskind* (1974), die zu einem QCD–inspirierten Quark–Parton–Modell führten [44].

Die qualitativen Veränderungen am Vertex Vektorboson–Hadron, bzw. Parton mit dem Impulsanteil  $x$ , können dann folgendermaßen zusammengefaßt werden:

- Gluon–Bremsstrahlungsprozesse, Abb. 2.4a, verursachen eine Verschiebung vorrangig der Valenzquark–Verteilungen zu kleineren  $x$ –Werten,  $x' < x$ .
- Die Aufspaltung (*Splitting*) der Gluonen in ein  $q\bar{q}$ –Paar, Abb. 2.4b, generiert Quark–Antiquark–Paare insbesondere bei kleinen  $x$ –Werten.

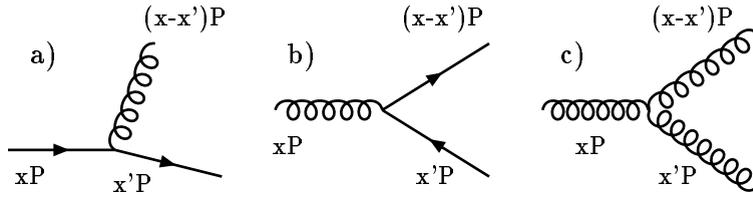


Abbildung 2.4: Die grundlegenden Parton-Splitting Prozesse.

Aus diesen Überlegungen heraus, sind  $Q^2$ -Abhängigkeiten der Partonverteilungen zu erwarten, die das *Bjorken*-Skalenverhalten verletzen.

Die Anwesenheit der Gluonen verursachen somit QCD-Korrekturen zur tief inelastischen Streuung in Form der in Abbildung 2.5 in der Ein-Schleifen Näherung dargestellten Leiterdiagramme (a) und Interferenzdiagramme (b). Abb. 2.5a entspricht der Abstrahlung



Abbildung 2.5: Leiter- und Interferenzdiagramme in der Ein-Schleifen ('one-loop')-Näherung.

eines Gluons mit dem Impuls  $k$  durch das einlaufende oder gestreute Quark mit dem Impuls  $p$  des Splittingprozesses  $q \rightarrow qG$ . Die Gluonen können dabei auf Grund der Relation  $-k^2 \ll Q^2$  als quasi-reell angenommen werden. Weiterhin gilt in der kollinearen Approximation  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ . Infolgedessen treten in den Partonverteilungen Massesingularitäten in Form  $\sim t = \ln(Q^2/\mu_{\text{IR}}^2)$  auf, die durch  $\mu_{\text{IR}}^2$  regularisiert werden können, wobei im folgenden  $\mu_{\text{IR}}^2 = \mu_f^2 = \mu^2$  gelten soll. Die Analyse der verschiedenen Feynmandiagramme zeigt, daß im tief inelastischen Streuprozeß UV-Divergenzen nicht beitragen, da die Virtualität des Vektorbosons die Impulsskala bestimmt und  $\alpha_s$  als der Entwicklungsparameter der tief inelastischen QCD-Störungsrechnungen dient [45]. Die logarithmischen  $\alpha_s$  Korrekturen werden hier durch IR-Singularitäten generiert, die die Ursache der *Skalenverletzungen* sind [18, 45]. Bei der Berechnung der Beiträge von Abb. 2.5a müssen die in Abb. 2.5b dargestellten Vertexkorrekturen mitberücksichtigt werden, die sich mit der Emission weicher Gluonen gemäß dem bereits erwähnten *Bloch-Nordsieck*-Theorem aufheben.

Die Faktorisierungseigenschaft des tief inelastischen Streuprozesses hat die bemerkenswerte Konsequenz, daß die bei einer Skala  $Q^2$  gemessene Parton-Verteilung die Vorhersage für jede andere Skala  $Q'^2$  erlaubt, wenn die starken Kopplungen hinreichend klein sind. Das Ergebnis ist die Vorhersage der Entwicklung der Partonverteilungen in  $Q^2$ , die quantitativ durch *Gribov* und *Lipatov* (1972), *Altarelli* und *Parisi* sowie *Dokshitzer* (1977) mittels Integro-Differentialgleichungen beschrieben wurde und nach den Autoren als *DGLAP*-Gleichungen bezeichnet werden [46],

$$\frac{\partial q}{\partial t}(x', t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_{x'}^1 \frac{dx}{x} \left[ q(x, t) P_{qq} \left( \frac{x'}{x} \right) + g(x, t) P_{qG} \left( \frac{x'}{x} \right) \right], \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t}(x', t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_{x'}^1 \frac{dx}{x} \left[ q(x, t) P_{Gq} \left( \frac{x'}{x} \right) + g(x, t) P_{GG} \left( \frac{x'}{x} \right) \right]. \quad (2.61)$$

Mit  $g(x)$  bzw.  $q(x)$  wird die Anzahl der Gluonen bzw. Partonen mit einem Impulsanteil

zwischen  $x$  und  $x + dx$  im Proton angegeben. Die Gluonimpulsdichteverteilung  $G(x) = xg(x)$  soll im weiteren vereinfachend als Gluondichte bezeichnet werden.

Die *Evolutions-Kerne* oder *Splitting-Funktionen*  $P_{ij}(x'/x)$  messen die  $Q^2$ -abhängige Wahrscheinlichkeit in Einheiten von  $t$ ,  $(\alpha_s/2\pi)P_{ij}(z)$ , daß ein Parton  $i$  innerhalb des Partons  $j$  des ursprünglichen Impulses  $x$  mit dem Impulsanteil  $z = x'/x$  aufgelöst werden kann. Der in Abbildung 2.4a dargestellte Splitting-Prozeß  $q(x) \rightarrow q(x')G$  entspricht demnach der Funktion  $P_{qG}(z)$ . Dessen Wahrscheinlichkeit ist groß für hohe Impulsanteile, d.h. insbesondere hochenergetische Quarks verlieren ihren Impuls durch die Abstrahlung von Gluonen. In der kollinearen Approximation wird mit steigendem  $Q^2$  der ursprüngliche Quarkjet mit sekundären Partonen gemäß  $\alpha_s \ln Q^2 \sim 1$  bevölkert. Auf Grund der Kleinheit der Impulse bildet sich jedoch kein extra Gluon-Jet heraus<sup>4</sup>.

Die Kerne  $P_{ij}(z)$  werden über Störungsrechnungen bestimmt, deren Ausdrücke in niedrigster Ordnung unabhängig von dem gewählten Schema sind. Die Berücksichtigung der Flavour-Unabhängigkeit der Gluonemission, der paarweisen Erzeugung der Quark - Anti-Quarkpaare und die Annahme vernachlässigbarer Quarkmassen führt zu den Relationen

$$P_{q^i q^j} \equiv P_{qq} \text{ und } P_{q^i G} = P_{q^j q^j} \equiv P_{qG} = P_{\bar{q}G}(1 - z).$$

Die expliziten Formeln sind<sup>5</sup>:

$$P_{qq}(z) = 4/3 \left[ (1 + z^2)/(1 - z) \right]_+ + 2\delta(1 - z) \quad (2.62)$$

$$P_{qG}(z) = 1/2 \left[ z^2 + (1 - z)^2 \right] \quad (2.63)$$

$$P_{GG}(z) = 6 \left[ z/(1 - z)_+ + (1 - z)/z + z(1 - z) \right] + (11 - N_f/3)\delta(1 - z). \quad (2.64)$$

Das Faltungsintegral auf der rechten Seite der Gleichungen (2.60), (2.61) beginnt bei  $x'$ . Demzufolge ist es nur notwendig,  $\phi_{j/h}(x, Q_0^2)$  für  $x > x'$  eines Referenzsystems der Skala  $\mu^2 = Q_0^2$  zu kennen, die die Randbedingungen der numerischen Lösungen definieren. Die Evolutions-Gleichungen kontrollieren somit die Abhängigkeit der Partonverteilungsfunktionen von der Faktorisierungsskala und stehen in direkter Beziehung zu der Wahl der Renormierungsskala.

Eine alternative und formaler Beschreibung der asymptotischen Freiheit im Vergleich zu den heuristischen *DGLAP*-Gleichungen wurde von *Gross* und *Wilzcek* sowie *Georgi* und *Politzer* 1974 durchgeführt [48], basierend auf einer vollständigen QCD-Analyse der Momente der Strukturfunktionen. Die Definition der Momente, siehe auch Gleichung (2.46), geht dabei auf die 1969 von *Wilson* entwickelte Methode der Expansion des Produkts der Stromoperatoren (*Operator Product Expansion*) zurück [49], die dem Faktorisierungstheorem entspricht:

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F_i(x, Q^2) = \sum_k A_n^k(\mu^2) C_{i,n}^k(Q^2/\mu^2, g^2) \quad i = 1, 2, 3, L. \quad (2.65)$$

Die  $C_{i,n}^k$  sind die Fouriertransformierten der *Wilson'schen* Koeffizientenfunktionen, die von den Strukturfunktionen selbst abhängen. Mit  $A_n^k$  werden die reduzierten Matrixelemente der lokalen Spin- $n$ , Twist-2 *Wilson-Operatoren*<sup>6</sup> bezeichnet.

<sup>4</sup>Multi-Jet QCD-Bremsstrahlungereignisse sind nur für Gluonen mit hohen Transversalimpulsen  $k_\perp^2 \sim k^2 \sim Q^2$ , die die Klasse der QCD-Compton-Ereignisse bilden, beobachtbar, allerdings mit einer sehr kleinen Wahrscheinlichkeit  $\sim \alpha_s/\pi \ll 1$  [45]. Die gemessene relative Rate der drei Jet Ereignisse, wobei hier die Photon-Gluon-Fusionsprozesse mitzuberücksichtigen sind, ermöglichte eine erste, recht genaue Bestimmung von  $\alpha_s$  bei H1 [47].

<sup>5</sup>Das '+' Funktional entspricht der Regularisierung der weichen Divergenzen bei  $z = 1$  und ist für eine stetige Funktion  $f(x)$  definiert:  $\int_x^1 dx f(x)[F(x)]_+ = \int_x^1 dx [f(x) - f(1)]F(x) - f(1) \int_0^x dx F(x)$ .

<sup>6</sup>Die Analyse u.a. von [48] ergab, daß die dominanten Beiträge eines Stromkommutators bei kleinen

Die  $Q^2$ -Abhängigkeit der Koeffizientenfunktionen werden mittels sogenannter Renormierungsgruppen-Gleichungen berechnet, die im asymptotischen Limes zu der Aufsummation der führenden logarithmischen Terme aller Ordnungen der QCD-Störungstheorie äquivalent sind [18]. Lösungen dieser Gleichungen erlauben Vorhersagen des asymptotischen Verhaltens der Strukturfunktion für große  $Q^2$  und  $\nu$  [50, 51], die in der führenden Ordnung die Form haben [29]:

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F_2 \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} A_n(Q_0^2) \left[ \frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)} \right]^{-d_n/2\beta_0}, \quad (2.66)$$

mit den aus Experimenten extrahierten  $A_n$  und dem durch die sogenannte *anomale Dimension*  $\gamma_{ij}^n \equiv \int_0^1 dz z^{n-1} P_{ij}(z)$  gegebenen Wert für  $d_n$ .

Das Verhalten von  $d_n$  bestimmt somit das Bild der Skalenverletzungen. Für  $n > 2$ , was dem Gebiet nahe  $x \sim 1$  entspricht, ist  $d_n > 0$  und die Momente der Strukturfunktionen sinken mit  $(\ln Q^2)^{-d_n/2\beta_0}$ . In dem Bereich  $n < 2$ , wo die kleinen  $x$ -Werte wichtig sind, steigen die Momente auf Grund  $d_n < 0$  an. In dem Limes  $Q^2 \rightarrow \infty$  verschwindet demnach  $F_2$  bei hohen  $x$ -Werten, während die Strukturfunktion zu kleinen  $x \rightarrow 0$  hin stark ansteigt, wie es bereits *De Rújula et al.* im Jahr 1974 für das Verhalten von  $F_2$  (und  $F_L$ ) qualitativ vorhersagten [50]. Für die Fläche unter der  $\Sigma$ -Kurve gilt die im Parton-Modell hergeleitete Impulssummenregel, siehe (2.51), die die Skalierung des Flächeninhaltes ausdrückt und in der QCD in der Weise geschrieben wird:

$$\int_0^1 dx \Sigma(x, Q^2) = 3N_f/(16 + 3N_f) \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2. \quad (2.67)$$

**Phänomene bei kleinen  $x$**  Die *DGLAP*-Gleichungen entsprechen der Aufsummation der führenden Logarithmen (*Leading Logarithm Approximation* (LLA)) der kollinearen Singularitäten bis zur Ordnung  $N$  in  $\alpha_s$ ,  $\sim \alpha_s^N \ln^N(Q^2/Q_0^2)$ , die zu einem strengen Schema der Transversalimpulse der generalisierten Leiterdiagramme führt [52]:

$$\begin{aligned} Q^2 &\gg k_{N\perp}^2 \gg \dots \gg k_{2\perp}^2 \gg k_{1\perp}^2 \gg Q_0^2 \\ x &\leq x_N \leq \dots \leq x_2 \leq x_1 \leq x_0. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Der Gültigkeitsbereich der Approximation ist in  $x$  und  $Q^2$  auf den Bereich der Störungstheorie,  $\alpha_s(Q_0^2) \ll 1$ , eingeschränkt

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q_0^2) \ln(Q^2/Q_0^2) &\sim 1 \\ \alpha_s(Q_0^2) \ln(1/x) &\ll 1, \end{aligned} \quad (2.69)$$

für den die  $Q^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktionen vorherbestimmt ist. Die Evolutionsgleichung der Strukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  ergibt sich aus der Aufsummation der Anteile aller Quarkfamilien, siehe Formel (2.60), in der Form

$$\frac{dF_2(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 dy \left[ F_2\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qq}(y) + 2 \left( \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2 \right) G\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qG}(y) \right]. \quad (2.70)$$

---

Abständen im Limes der Lichtkegel-Approximation (*Light Cone Approximation*) durch die Operatoren mit maximalen Spin  $n$  und damit minimalen *Twist = Dimension - Spin* bestimmt werden, d.h. nicht mehr durch die Dimension des Operators allein. Für den Fall der tief inelastischen Streuung im *Bjorken-Limes* sind das die *Twist-2* Operatoren. Beiträge von Koeffizientenfunktionen höherer *Twists* werden relativ zu dem *Twist-2* Operator durch Potenzen in  $1/Q^2$  unterdrückt.

Diese Relation ermöglicht nicht nur, die Verletzung des *Bjorken*-Skalenverhaltens zu testen, sondern liefert auch eine Beziehung zwischen der  $F_2$  und der Gluondichte  $G$  im Proton. Näherungslösungen dieser Gleichung, die die Extraktion der Gluondichte bei kleinen  $x \sim 10^{-3}$  gestatten, werden ausführlich im Kapitel 6 bei ihrer Anwendung auf die mit dem H1-Experiment 1993 gemessene  $F_2$  diskutiert.

Für das Verhalten in  $x$  bei festem  $Q^2$  treffen die *DGLAP*-Gleichungen keine quantitative Vorhersage. Die Gluon-Splittingfunktion  $P_{GG}$ , siehe Formel (2.64), ist jedoch bei kleinen  $x$  mit Termen  $\sim 1/x$  singularär für den Limes  $x'/x \rightarrow 0$  und die Gluonenverteilung dominiert die Protonstruktur. Daher werden in der Literatur Alternativen zu den konventionellen *DGLAP*-Gleichungen diskutiert, die die Sättigung der Partonverteilungen in dem Limes  $x \rightarrow 0$  beschreiben können. Insbesondere auch durch die jüngsten HERA-Ergebnisse sind Theorien, die sowohl das Verhalten der Strukturfunktionen bei sehr kleinen  $x$  als auch sehr kleinen  $Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$  vorhersagen können, Gegenstand gegenwärtiger Forschungsarbeiten, siehe z.B [45, 53].

Eine lineare Gleichung, die speziell die Evolution der Gluondichte in  $x$  bei mittleren  $Q^2$  beschreibt, ist von *Balitsky, Fadin, Kuraev* und *Lipatov* entwickelt worden [54]. In der *BFKL*-Gleichung sind die führenden Diagramme  $\sim (\alpha_s \ln(1/x))^N$  mit einem komplementär zu den *DGLAP*-Evolutionen verlaufenden Gültigkeitsbereich,  $\alpha_s(Q_0^2) \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1$  und  $\alpha_s(Q_0^2) \ln(1/x) \sim 1$ . In dieser Näherung erfolgt die Wechselwirkung über den Austausch einer farblosen Gluonleiter, dem sogenannten *Lipatov*-Pomeron  $\mathbb{P}_L$ . Die strenge Ordnung der Transversalimpulse  $k_\perp^2$  der in einem Splitting-Prozeß abgestrahlten Gluonen geht dabei in die schwächere Bedingung  $Q^2 \geq k_{N\perp}^2 \geq \dots \geq k_{1\perp}^2 \geq Q_0^2$  über.

Die Regge-Theorie sagt für den hier betrachteten Bereich  $x \rightarrow 0$  und  $s \rightarrow \infty$  für den Streuquerschnitt ein Verhalten voraus

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma \propto a_P s^{\alpha_P - 1} + a_R s^{\alpha_R - 1}. \quad (2.71)$$

Der dominante Beitrag bei sehr kleinen  $x$  ergibt sich aus dem Austausch eines Pomerons mit dem Interzept  $\alpha_P(0) = 1.08$ , da das Reggeon  $\mathbb{R}$  an die Valenzquarks koppelt [55]. In dem klassischen Regge-Bild wird demzufolge nur eine schwache  $x$ -Abhängigkeit der Gluondichte erwartet,  $G \sim x^{-0.08} \approx \text{konst.}$

Demgegenüber folgt für die Gluondichte aus der *BFKL*-Gleichung ein steiles Anwachsen mit  $\sim x^{-\lambda}$ ,  $\lambda = 12\alpha_s \ln 2/\pi \simeq 0.5$ , für kleine  $x$ -Werte infolge des wesentlich höheren Interzepts von  $\mathbb{P}_L$ ,  $\alpha_P(0) = 1 + \lambda$ . Durch die enge Verknüpfung der Gluondichteverteilung mit den Seequarkverteilungen wird daher für das Verhalten der  $F_2$  ein ähnliches Ansteigen bei kleinen  $x$  erwartet. Diese Vorhersagen entsprechen bisher Störungsrechnungen in führender Ordnung, was bei Vergleichen berücksichtigt werden muß. Der genaue Anwendungsbereich der *BFKL*-Gleichung kann erst bei Vorliegen der nächst höheren Ordnung (*Next-to-Leading Order* (NLO)) spezifiziert werden, die z.Zt. berechnet werden [56].

In dem Bereich, wenn beide Logarithmen  $\ln(Q^2/Q_0^2)$  und  $\ln(1/x)$  groß sind, kann das Verhalten der Strukturfunktion  $\Sigma(x, Q^2)$ ,  $x\Sigma(x, Q^2) \simeq F_2(x, Q^2)$  für kleine  $x \leq 10^{-2}$ , in der doppelt-logarithmische Approximation (*Double Leading Logarithm Approximation* (DLLA)) berechnet werden. Das asymptotische Verhalten in der DLLA-Näherung wird durch die Aufsummation der Diagramme  $\sim (\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2))^N$  und  $\sim (\alpha_s \ln(1/x))^N$  erhalten:

$$x\Sigma(x, Q^2) \propto \exp(\sqrt{2\xi y}) \quad \text{mit } \xi \cong \ln \ln(Q^2/Q_0^2) \text{ und } y = (8N_c/\beta_0) \ln(1/x). \quad (2.72)$$

Der Gültigkeitsbereich erstreckt sich für alle  $\xi, y \gg 1$  über das Gebiet  $\xi < y < \xi \exp(2\xi)$ . Die Entwicklung der Partonenkaskaden erfolgt hier über Gluonleitern, deren Gluonen nach ihrer

Energie geordnet sind. In der DLLA-Näherung werden die Gluonkaskaden überschätzt, was ein Anwachsen der Strukturfunktion für  $y$ -Werte  $y < 1/\xi \exp(2\xi)$  über die Unitaritätsgrenze hinaus zur Folge hat [45]. Das Verhalten der Strukturfunktion muß demnach bei sehr kleinen  $x$  der Bedingung  $x\Sigma(x, Q^2) \leq (1/\alpha_s(Q^2))(Q^2/Q_0^2)$  genügen, da der Streuquerschnitt der Absorption virtueller Photonen nicht die Dimension des Targets  $1/Q_0^2$  überschreiten darf. In der Nähe der Unitaritätsgrenze muß es also Mechanismen geben, die das Ansteigen der Gluondichte und damit des Wirkungsquerschnitts dämpfen.

Detaillierte Untersuchungen dieser Region von *Gribov*, *Levin* und *Ryskin* erfolgten unter der Annahme, daß nur die Gluonen die Partonen bei kleinen  $x$  sind [57]. Wenn die Anzahl der Partonen  $\Sigma(\alpha_i, k_{\perp i})$  im Proton groß ist, wird die Wahrscheinlichkeit der Überlappung von zwei Gluonleitern im transversalen Koordinatenraum trotz der geringen Ausdehnung auf Grund der kleinen Transversalimpulse  $1/\sqrt{k_{\perp i}^2}$  ungefähr 1. Für das asymptotische Verhalten des virtuellen Photon-Streuquerschnitts  $\sigma^{\gamma p}$  folgt daraus [57]

$$\sigma^{\gamma p} \propto \frac{1}{Q^2} G(x, Q^2) \propto \frac{1}{Q^2} \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right)^{F(\kappa)} \quad (2.73)$$

Die Funktion  $F(\kappa)$ ,  $\kappa = (32N_c/\beta_0)(\ln(1/x)/\ln(Q^2/Q_0^2))$ , nimmt Werte zwischen 0 und 1 ein. Die zwei interessanten Grenzfälle liefern die qualitativen Aussagen:

- 1)  $\kappa \rightarrow 0$ ,  $F \rightarrow 0$  reproduziert das Verhalten bei hohen  $x$ ,  $\sigma^{\gamma p} \rightarrow 1/Q^2$ .
- 2)  $\kappa \rightarrow 1$ ,  $F \rightarrow 1$  beschreibt dann die Sättigung der Partondichten bei sehr kleinen  $x$  und hohen  $Q^2$ ,  $\sigma^{\gamma p} \rightarrow 1/Q_0^2$ .

Die Größe des Targets kann durch einen phänomenologischen Parameter  $R$  repräsentiert werden, wobei üblicherweise der Protonradius,  $R_{\text{Proton}} \sim 1/M_{\text{Proton}}$ , gewählt wird. Terme  $\sim G^2/R^2$  schwächen dann das Anwachsen der  $F_2$  ab. Es ist jedoch möglich, daß im Proton sogenannte *Hot Spots* mit einem Radius  $R_{\text{Hot Spots}} < R_{\text{Proton}}$  existieren, die ein früheres Einsetzen von Sättigungseffekten verursachen würden.

Numerische Lösungen der *GLR*-Gleichungen, z.B. [58], erfordern ähnlich wie bei den linearen *DGLAP*-Gleichungen die Kenntnis der Anfangsbedingungen, die nicht berechnet werden können. Daher ist bisher auch eine genaue Festlegung der Unitaritätslinie, siehe Abbildung 2.6, nicht möglich. Vorläufige Rechnungen für HERA zeigten für die Fälle

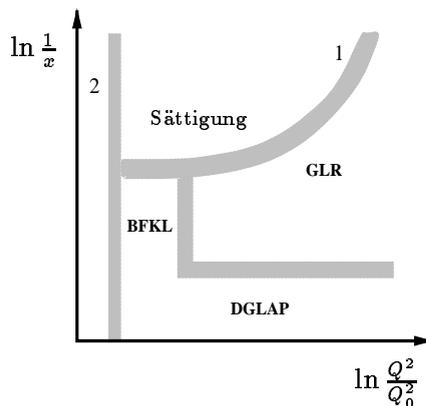


Abbildung 2.6: Schematischer Überblick über den Gültigkeitsbereich der verschiedenen Entwicklungsgleichungen in der  $x, Q^2$ -Ebene. Mit eingezeichnet sind die Begrenzungen durch die Unitaritätsbedingung (1) und das nicht-störungstheoretisch zu behandelnde Gebiet (2).

- a) der gleichmäßigen Verteilung der Gluonen im Proton,  $R \cong 5 \text{ GeV}^{-1}$ , und
- b) der extremen Konzentration der Gluonen in wenigen Zellen, den Hot Spots,  $R \cong 2 \text{ GeV}^{-1}$ , daß bei  $x \sim 10^{-3}$  die  $F_2$ -Messung noch zu weit von der Sättigungsgrenze entfernt ist, um eine Unterscheidung an Hand der  $F_2$ -Kurvenverläufe zu ermöglichen [59].

Die diskutierten Modelle sind in der  $\ln(Q^2/Q_0^2) - \ln(1/x)$  Ebene in der Abbildung 2.6 mit ihren Gültigkeitsbereichen schematisch dargestellt. Typische Werte für  $Q_0^2$  sind dabei  $Q_0^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$ . Die Theorie kann bisher nicht entscheiden, welches Modell den Bereich der sehr kleinen  $x$ -Werte am besten beschreibt. Dafür bedarf es des Vergleichs der Vorhersagen mit Messungen.

## 2.4 Elektroschwache Korrekturen

Der direkteste Zugang zu den Verteilungen der Konstituenten im Proton ist mit der experimentellen Bestimmung der Protonstrukturfunktion entsprechend dem im Abschnitt 2.2 hergeleiteten Bornquerschnitt für die tief inelastische  $ep$ -Wechselwirkung gegeben. Zusatzterme infolge von Beiträgen höherer Ordnungen der elektroschwachen Theorie wurden bisher nicht berücksichtigt. Der hadronische Anteil kann jedoch nur unter Kenntnis der radiativen Korrekturen in Abhängigkeit von dem gewählten Renormierungsschema der  $GWS$ -Theorie aus den Daten extrahiert werden [13].

Die wichtigsten Beiträge in der Ordnung  $\alpha$  zum Streuquerschnitt sind in Abbildung 2.7 dargestellt, und betreffen sowohl die Lepton- als auch die Quarklinie.

- a) Die Abstrahlung eines Photons vom einlaufenden Fermion bzw.
- b) vom gestreuten Fermion.
- c) Virtuelle Korrekturen am Fermionvertex bzw. an den Fermionlinien des einlaufenden sowie gestreuten Fermions.
- d) Ein-Schleifendiagramme durch Vakuumpolarization.

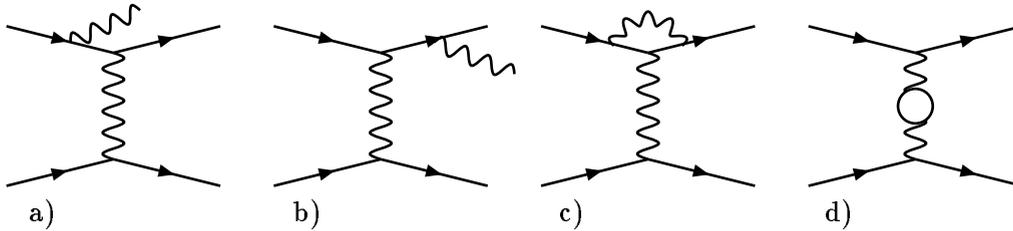


Abbildung 2.7: Feynmangraphen der wichtigsten elektroschwachen Korrekturen zum inklusiven Lepton-Quark-Streuquerschnitt in der Ordnung  $\mathcal{O}(\alpha)$ , die sowohl an der Lepton- als auch der Quarklinie auftreten können.

Für den tief inelastischen  $ep$ -Streuprozess mit  $Q^2 \ll M_Z^2$  resultieren die wesentlichsten Korrekturterme aus reinen QED-Beiträgen, die erstmals von *Mo* und *Tsai* (1969) berechnet wurden [60]. Im Ein-Photon-Austauschmodell hängt der inklusive, radiative Streuquerschnitt ebenso wie der nichtradiative Querschnitt von denselben Formfaktoren ab, wenn Interferenzterme zwischen der Elektron- und Hadron-Bremsstrahlung vernachlässigt werden.

Die Korrekturterme der *harten* Bremsstrahlung ergeben sich in der Approximation der führenden Logarithmen in  $\alpha$  nach *Weizsäcker* und *Williams* [61], aus dem Integral über das Photonspektrum einer beschleunigten Ladung. Die Integration über spezifische Phasenraumbereiche erlaubt die Trennung in die kollinearen Beiträge,

- 1)  $k_0 \cdot f \rightarrow 0$  parallel zum einlaufenden Fermion  $f$  (*Initial State Radiation* (ISR)) und,

2)  $k_0 \cdot f' \rightarrow 0$  parallel zum gestreuten Fermion  $f'$  (*Final State Radiation* (FSR)) mit Termen in der Form [62]:

$$\sim \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{Q^2}{m_f^2}. \quad (2.74)$$

Ein dritter Anteil, der sogenannte *Compton-Beitrag*, ist durch einen fast verschwindenden Impulsübertrag  $Q_h^2$  zum hadronischen System charakterisiert mit den Abb. 2.7a,b entsprechenden Signaturen. Der Prozeß kann als Streuung des Elektrons an einem quasi-reellen Photon, das vom Proton emittiert wurde,  $e\gamma \rightarrow e\gamma$ , betrachtet werden. Der Compton-Beitrag ist nur wichtig, wenn allein leptonische Variablen ( $x_e, Q_e^2$ ) betrachtet werden. Die Korrekturterme  $\sim \ln(Q_e^2/M_{\text{Proton}}^2)$  ergeben sich aus dem Phasenraumgebiet im Limes  $Q_h^2 \rightarrow 0$ , der durch die hadronische Massenskala  $\sim M_{\text{Proton}}^2$  gegeben ist.

Die Photonemission von der Quarklinie erzeugt QED-Quarkmassesingularitäten, die ein ähnliches Verhalten wie die Gluon-induzierten QCD-Korrekturen aufweisen. Eine sehr elegante Methode ist es daher, die QED-Terme in den Nukleonstrukturfunktionen bei der gleichzeitigen Behandlung von Gluonbremsstrahlungsprozessen zu absorbieren. Wird zum kollinearen Photon ein kollineares Gluon abgestrahlt, ist die Endlichkeit des resultierenden Streuquerschnitts durch das Theorem von *Kinoshita, Lee* und *Nauenberg* gegeben [64]<sup>7</sup>. Die Berechnung des hadronischen Tensors wird demnach nicht von unentdeckten, parallel zueinander laufenden, masselosen Endzustandsteilchen beeinflusst. Die Prozeßunabhängigkeit der Terme (2.74) gestattet es, die QED-Korrekturen der  $Q^2$ -Evolution der Quarkverteilungsfunktionen über die Definition einer elektromagnetischen Splittingfunktion  $P_{qq}^\gamma = [(1+z^2)/(1-z)]_+ + 3/2\delta(1-z)$  hinzuzufügen, so daß keine expliziten Abhängigkeiten verbleiben. Numerische Lösungen zeigen, daß die QED bedingten Modifikationen in  $\mathcal{O}(\alpha)$  flach in  $Q^2$  und  $\leq 2\%$  sind [63].

Der gemessene, radiative Streuquerschnitt  $\sigma_{exp}$  kann in der Notation nach *Schwinger* auf den Bornquerschnitt  $\sigma_{Born}$  normiert werden, wenn bei der Berechnung der Ein-Schleifendiagramme gleichzeitig die Bremsstrahlung von weichen Photonen mit Energien  $k_0 \leq \Delta E$  betrachtet wird [65],

$$\sigma_{exp}(\mathbf{k}, \mathbf{p}; \mathbf{k}') = \sigma_{Born}(\mathbf{k}, \mathbf{p}; \mathbf{k}') (1 + \delta_1) + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (2.75)$$

$$\delta_1 = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{3}{2} \ln \frac{Q^2}{m_e^2} - 2 - \left( \ln \frac{Q^2}{m_e^2} - 1 \right) \ln \frac{EE'}{\Delta E^2} + \mathcal{O}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \right] \quad (2.76)$$

Die Formel 2.76 berücksichtigt nicht den Fall, wenn der maximale Energieverlust des Elektrons  $\Delta E$  verschwindet,  $\Delta E \rightarrow 0$ , und für  $\delta_1$  gilt,  $\delta_1 \rightarrow -\infty$ , da die Vielfach-Emission weicher Photonen mit Energien  $k_0 \rightarrow 0$  vernachlässigt wurde. Daher sollte der IR-divergente Anteil des Faktors  $(1 + \delta_1)$  bei der Berücksichtigung von Korrekturen höherer Ordnungen durch den Exponentialfaktor  $e^{\delta_1}$ , die sogenannte *soft photon exponentiation*, ersetzt werden, siehe auch die Berechnungen von [66, 14]. Für die experimentelle Realisierung der Einschränkung des Phasenraums weicher Photonen mit einer Energie  $k_0 \leq \Delta E$  unabhängig von der Richtung der Photonemission, liefert  $\delta_1$  einschließlich der renormierten Feinstrukturkonstante,  $\alpha = \alpha(Q^2)$ , eine hinreichende Abschätzung des Hauptanteils der virtuellen und weichen radiativen Korrekturen [67]. Das Hinzufügen der harte Bremsstrahlungsanteile bei der Berechnung des Streuquerschnitts bewirkt dann, daß sich in der Summe der Matrixelemente alle IR-divergenten,  $\sim \ln(E/\Delta E)$ , Beiträge aufheben.

<sup>7</sup>In Analogie zu dem *Bloch-Nordsieck*-Theorem wird durch das Theorem von *Kinoshita, Lee* und *Nauenberg* gezeigt, daß vollständig inklusive Übergangswahrscheinlichkeiten, d.h. nach der Summation über alle entarteten hadronischen Systeme, im Limes  $m_l \rightarrow 0$  endlich sind und die mit den Massesingularitäten verbundenen kollinearen IR-divergente Anteile sich aufheben, siehe auch [18].

Die Bremsstrahlungsbeiträge vom geladenen Lepton bilden infolge der geringen physikalischen Leptonmassen  $m_l$  die dominante Quelle der radiativen Korrekturen. Auf Grund der Faktorisierungseigenschaft des Querschnitts kann die leptonische Bremsstrahlung in modellunabhängiger Weise semianalytisch behandelt werden [14]. Für die Beschreibung der Strukturfunktionen  $\mathcal{F}_{1,2,3}$  ist die Kenntnis der Partonverteilungen erforderlich.

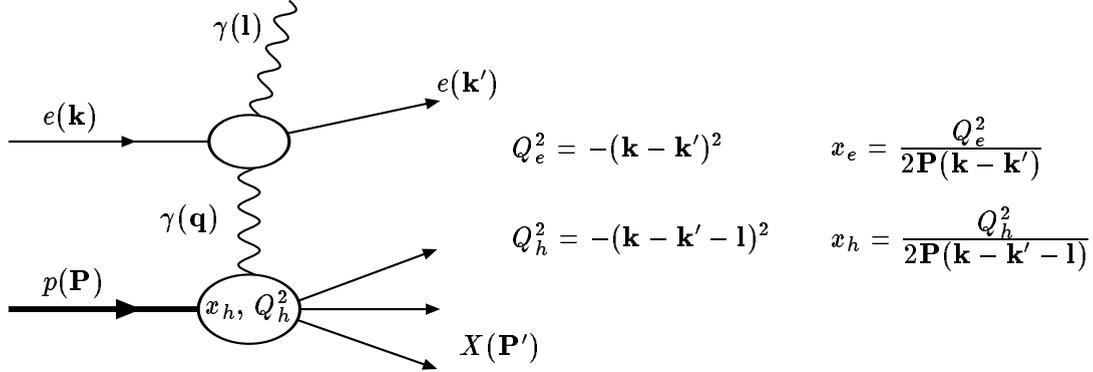


Abbildung 2.8: Notation der inklusiven, radiativen  $ep$ -Streuung im Ein-Photon-Austauschmodell, nach [67].

Die Emission eines energiereichen Photons mit dem Viererimpuls  $l$  von der Leptonlinie verschiebt das Viererimpulsquadrat des intermediären Photons zu kleineren Werten,  $Q_h^2 \ll Q_e^2$ . Es ist daher notwendig, den Einfluß der Bremsstrahlung von der Leptonlinie in der Notation der kinematischen Variablen in der in Abbildung 2.8 dargestellten Weise zu berücksichtigen.

Die Meßbedingungen der HERA-Experimente gestatten, sowohl die Information vom leptonischen als auch vom hadronischen Vertex zu nutzen, siehe auch Abschnitt 3.5. Der Unterschied zwischen den beiden Sätzen von Variablen  $(x, Q^2)_l$  und  $(x, Q^2)_h$ ,  $Q_h^2 \leq Q_e^2$  und  $x_h \geq x_e$ , durch die Photonemission an der Leptonlinie führt insbesondere für die leptonischen Variablen in dem Gebiet  $y \rightarrow 1$  zu grossen Korrekturen, da der Photonpropagator  $1/Q_h^2$  den zu messenden Streuquerschnitt bestimmt. Die Größe der radiativen Korrekturen hängt daher empfindlich von der Wahl der Variablen ab, in denen die Rekonstruktion der Ereigniskinematik erfolgen soll, und der Schnitte im Phasenraum, die den experimentell zugänglichen Bereich charakterisieren. Numerische Werte für die Bedingungen dieser Analyse werden in dem Abschnitt 5.3 behandelt.

# Kapitel 3

## Das H1-Experiment

### 3.1 Experimente zur tief inelastischen Streuung

Die Messung von Partondichten kann sowohl mit den experimentellen Daten aus Lepton-Hadron- als auch aus Hadron-Hadron-Kollisionen erfolgen. Die genauesten Ergebnisse lassen sich mit tief inelastischen Lepton-Hadron-Experimenten erzielen. Messungen der Produktion von direkten Photonen, z.B. bei WA70 am CERN-SPS, und von Leptonpaaren, z.B. bei E605 in  $p\bar{p}$ -Kollisionen am Tevatron, werden als alternative Methoden genutzt.

Tief inelastische Lepton-Hadron-Streuexperimente können in Experimente mit neutralen ( $\nu_e, \nu_\mu$ )- und solche mit geladenen ( $e, \mu$ )-Leptonstrahlen eingeteilt werden. Alle Experimente vor HERA arbeiteten mit ruhenden hadronischen Targets und wurden in den Laboratorien SLAC, FNAL und CERN durchgeführt. Die wichtigsten Versuche sollen hier kurz vorgestellt werden [68].

Experimente mit ( $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ )-Strahlen waren am CERN CDHS (CERN, Dortmund, Heidelberg, Saclay) [WA001] und CHARM (CERN, Hamburg, Amsterdam, Rome, Moscow) [WA018], die mit Energien bis 260 GeV Targets aus Eisen, Wasserstoff und Deuterium untersuchten (Ende der Datennahme 1984). Ähnliche Experimente wurden auch am FNAL u.a. durch die Kollaboration CCFR (Chicago, Columbia, Fermilab, Rochester) [FNAL-770] mit Strahlenergien  $\leq 600$  GeV bis 1988 durchgeführt.

Die SLAC-Experimente umfassen die Untersuchungen von Kollisionen hochenergetischer Elektronen (bis 21 GeV) mit aus Wasserstoff, Deuterium oder schweren Kernen bestehenden Targets, bei denen zum Teil auch polarisierte Strahlen und/oder polarisierte Targets verwendet wurden. Das SLAC  $ep$ -Pionierexperiment wurde bereits im Abschnitt 2.2 erwähnt. Am CERN wurde eine Reihe von Versuchen mit Myonstrahlen durchgeführt. BCDMS (Bologna, CERN, Dubna, Munich, Saclay) [NA-004] und EMC (European Muon Collaboration) [NA-002], beide 1975 genehmigt, gehörten zu den ersten großen Experimenten dieser Art. BCDMS untersuchte bis 1985 Myon-Hadron-Kollisionen in dem Energiebereich  $100 \leq E_\mu \leq 280$  GeV. EMC nahm bis zum Jahr 1983 Daten mit 120-280 GeV bzw. 325 GeV-Myonenstrahlen ([NA-028]). NMC (New Muon Collaboration) [NA-037] nutzte den modifizierten EMC-Detektor bei Myonstrahlenergien von 90 bis 280 GeV und erweiterte den kinematisch zugänglichen Bereich auf  $1 \leq Q^2 \leq 200$  GeV<sup>2</sup> und  $0.005 \leq x \leq 0.75$ . NMC beendete die Datennahme 1989.

E665 [FNAL-665], ein FNAL-Experiment, das die am Tevatron mit Energien bis 750 GeV erzeugten Myonen für die Untersuchung von Nukleonstrukturfunktionen nutzte, beendete die Datennahme 1992. Eine vor kurzem veröffentlichte Analyse [69] beschreibt die Messung der Proton- und Deuteronstrukturfunktionen mit Muon-Strahlenergien zwischen 350 und 600 GeV in dem kinematischen Gebiet  $0.0008 < x < 0.6$  und  $0.2 < Q^2 < 75$  GeV<sup>2</sup>.

Die Streuexperimente mit geladenen Leptonen an Wasserstofftargets messen die Protonstrukturfunktion  $F_2^p$ . Stehen zusätzlich Daten von Deuterium- oder schweren Targets zur Verfügung, kann daraus die Neutronstrukturfunktion  $F_2^n$  bzw. die Nukleonstrukturfunktion  $F_2^N$  bestimmt werden. Daten aus Neutrino-Nukleon-Experimenten werden durch die Strukturfunktionen  $F_2^{\nu N}$  und  $F_3^{\nu N}$  beschrieben, die proportional zur Summe bzw. Differenz der Parton- und Antiparton-dichten sind. Der Differenzterm entspricht der Valenzquarkdichte, die durch die Funktion  $F_3^{\nu N}$  gemessen wird.

Die Schwerpunktenenergie  $\sqrt{s} = \sqrt{2E_{e,\mu}M_p}$  der Experimente mit ruhendem Target wird durch die Energie des Leptonstrahls  $E_{e,\mu}$  begrenzt und beträgt ca. 30 GeV. Der maximal verfügbare Impulsübertrag erreicht  $Q_{max}^2 = s \leq 10^3 \text{ GeV}^2$  und stellt die größte Einschränkung des  $(x, Q^2)$ -Bereichs für die Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2^p$  dar.

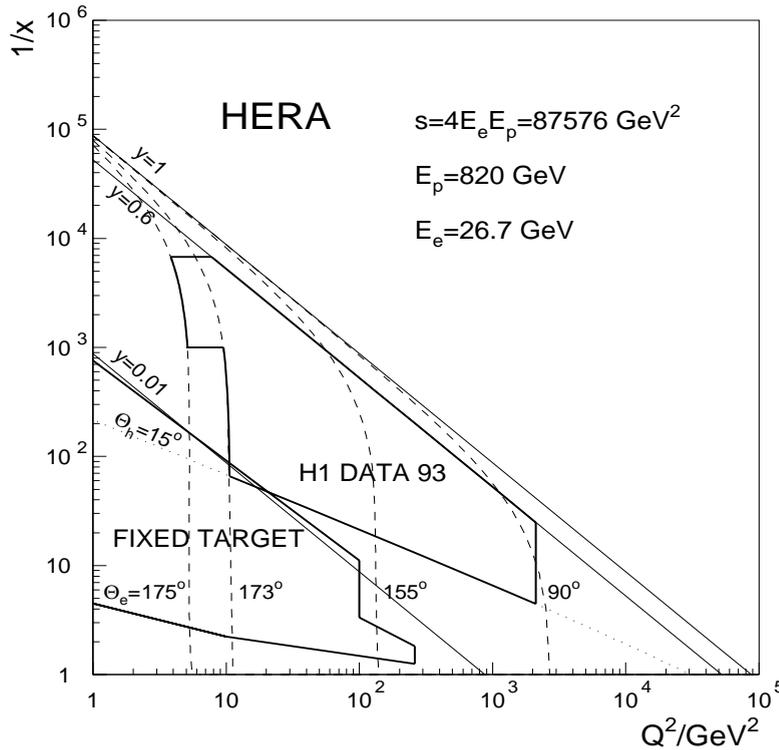


Abbildung 3.1: Die kinematische Ebene in  $1/x$  vs  $Q^2$ . Schematisch wird der Bereich gezeigt, der 1993 für die Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2$  durch die Experimente mit ruhendem Target bzw. das H1-Experiment zur Verfügung stand [70].

Ein neuer experimenteller Zugriff auf die Partonverteilungen wurde durch den Bau der Beschleunigeranlage HERA, s. Abschnitt 3.2, geschaffen, wo durch die Kollision von 820 GeV Protonen mit 26.7 GeV Elektronen eine Schwerpunktenenergie von  $\sqrt{s} = 2\sqrt{E_e E_p} = 296 \text{ GeV}$  zur Verfügung steht. Der Wert für  $Q_{max}^2$  erhöht sich um den Faktor  $2E_p$  auf  $8.75 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2$ . Abbildung 3.1 zeigt die Erweiterung des Meßbereiches um fast zwei Größenordnung sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$  durch die  $ep$ -Beschleuniger-Experimente, hier H1, im Vergleich mit den z.Zt. analysierten Experimenten mit ruhendem Target.

Der mit den HERA-Experimenten nutzbare kinematische Bereich wird durch den maximalen Energieübertrag von  $y = 1$  begrenzt. Die Verknüpfung von Impulsübertrag, Energie-transfer und Bjorken- $x$  durch  $Q^2 = sxy$ , ermöglicht bei großen  $y$ -Werten Messungen im tief

inelastischen Regime auch bei sehr kleinen  $x \simeq 10^{-4}$ . Die minimal erreichbaren  $Q^2$ -Beträge von ca.  $5 \text{ GeV}^2$  sowie die fehlende Überlappung mit den Daten der Experimente mit ruhendem Target werden durch die mangelnde Detektorakzeptanz im Bereich der Strahlröhre festgelegt und können bei der gegebenen Detektorkonfiguration nur durch eine Verschiebung des nominalen Wechselwirkungspunkts bzw. eine Verringerung der Schwerpunktenergie verändert werden.

### 3.2 Die Beschleunigeranlage HERA

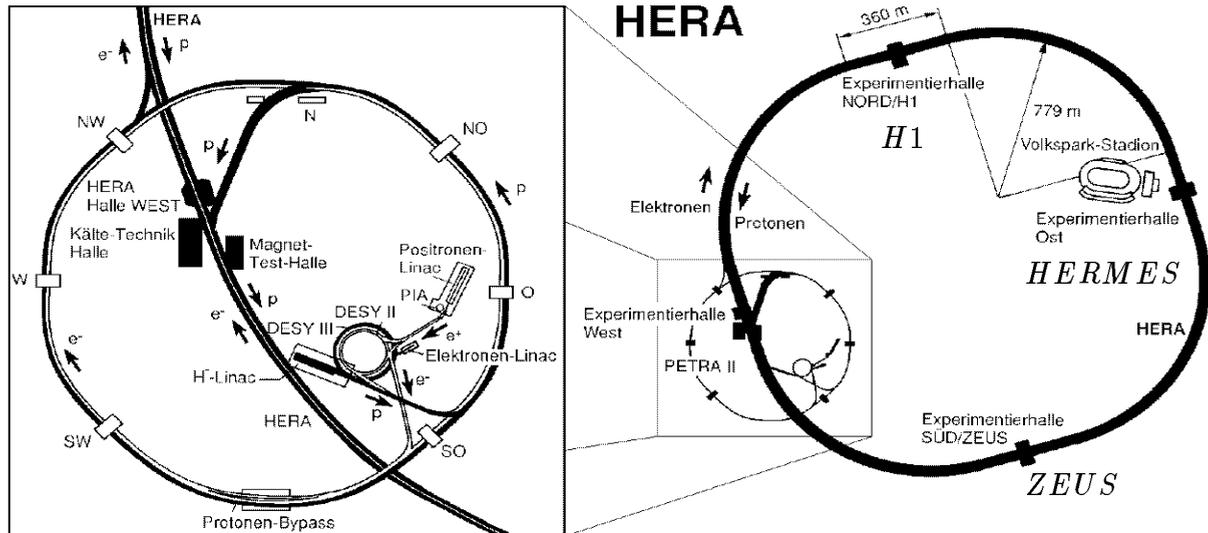


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau der Proton- und der Elektron-Speicherringe (rechtes Bild) und der Vorbeschleuniger (links vergrößert) von HERA.

Die **H**adron-**E**lektron-**R**ing-**A**nlage (HERA) am **D**eutschen **E**lektronen-**S**ynchrotron (DESY) in Hamburg ist der bisher einzige Elektron-Proton Beschleuniger der Welt. HERA wurde in einem Zeitraum von 6 Jahren fertiggestellt, von der Genehmigung im April 1984 bis zum Ende der Konstruktion im November 1990 [71].

HERA besteht aus einem Proton- und einem Elektron-Beschleunigerring, deren prinzipieller Aufbau in Abbildung 3.2 gezeigt wird.

Die im Linearbeschleuniger LINAC I auf  $500 \text{ MeV}$  vorbeschleunigten Elektronen<sup>1</sup> werden in einem kleinen Speicherring gesammelt und dann in DESY II injiziert, von wo aus sie mit  $7 \text{ GeV}$  in den modifizierten PETRA II-Ring eingespeist werden. Im Gegensatz zum Injektionskomplex der Elektronen mußte für die Vorbeschleunigung der Protonen am DESY ein vollständig neues System mit einem  $50 \text{ MeV}$  Linearbeschleuniger für negativ geladene Wasserstoff-Ionen als Protonenquelle errichtet werden. Die Elektronenhüllen der  $H^-$ -Ionen werden während der Injektion in das Synchrotron DESY III abgestreift, wo die Protonen gesammelt, auf  $7.5 \text{ GeV}$  weiterbeschleunigt und dann in den PETRA II-Ring transferiert

<sup>1</sup>Während der Datennahme 1994 wurde auf Positronen, für die eine längere Lebensdauer erreicht werden konnte, umgestellt. Die Ursache hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß der Elektronenstrom durch Interferenzen mit im Ring verbliebenen positiven Ionen stärker begrenzt wird.

	Design		Einheit
	<i>p</i> -Ring	<i>e</i> -Ring	
Energie	820	30	<i>GeV</i>
Luminosität		$1.5 \times 10^{31}$	$cm^{-2}s^{-1}$
integrierte Luminosität		$10^5$	<i>nb-1/Jahr</i>
Magnetfeld		4	<i>T</i>
Teilchenanzahl/Strahl	210	80	$10^{11}$
Strom pro Bunch	760	290	$\mu A$
Anzahl der Bunche		210	
Bunchabstand		96	<i>ns</i>
Injektionsenergie	40	14	<i>GeV</i>
Füllzeit	20	15	<i>min</i>
$\sigma_x/\sigma_y$	0.29/0.07	0.26/0.02	<i>mm</i>
$\sigma_z$	110	8	<i>mm</i>
Energieverlust pro Umlauf	$6.2 \times 10^{-6}$	127	<i>MeV</i>

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der geplanten Werte der wichtigsten HERA-Parameter [71]. Die Werte  $\sigma_{x,y,z}$  beziehen sich auf den nominalen Wechselwirkungspunkt.

werden. Nach weiteren Akkumulations- und Beschleunigungsphasen in PETRA II werden die Protonen bzw. Elektronen mit 40 bzw. 14 *GeV* in den HERA-*p* bzw. -*e*-Ring eingespeist und erreichen dort durch die hohen Feldgradienten von etwa 5 *MV/m* der supraleitenden Kavitäten ihre nominalen Parameter, siehe Tabelle 3.1. Das HERA-Design sieht 210 kollidierende *e*- und *p*-Teilchenpakete, sogenannte *Bunche*, mit je einem totalen Teilchenstrom von  $I_p = 160$  *mA* und  $I_e = 60$  *mA* vor.

Parameter	1992	1993	1994	Design
Modus	$e^-p$	$e^-p$	$e^+p$	$e^+$ oder $e^-p$
$E_e/GeV$	26.7	26.7	27.6	30
Anzahl der $e * p$ -Bunche	9*9	84*84	153*153	210*210
$\langle I_p \rangle /mA$	0.94	10.8	41.0	160.0
$\langle I_e \rangle /mA$	1.33	7.7	17.0	60.0
$\int_{Jahr} L dt / nb^{-1}$ [HERA]	55	1000	4980	50000
$\int_{Jahr} L dt / nb^{-1}$ [H1]	25	528	3424	?

Tabelle 3.2: Entwicklung einiger HERA-Parameter über den Zeitraum der letzten drei Jahre.  $E_p$  ( $E_e$ ) ist die Energie des einlaufenden Protons (Elektrons  $e^-$  bzw. Positrons  $e^+$ ) von 820 *GeV* (s. Tabellenwerte). Gezeigt werden die von HERA gelieferten bzw. vom H1-Experiment für die Physikanalyse selektierten Luminositätswerte bei der angegebenen Anzahl der *e*- und *p*-Teilchenbunche und mittleren Teilchenströme.

Die gegenläufigen Teilchenbunche können an vier Wechselwirkungspunkten, die äquidistant über den 6336 m langen Umfang verteilt sind, mit einer Frequenz von 10.4 *Mhz* zur Kollision gebracht werden. Zwei dieser vier Kollisionspunkte werden durch die Experimente ZEUS und H1 genutzt, die beiden anderen dienen mit der zur Verfügung stehenden Infrastruktur den Experimenten HERMES und HERA-B, die mit festen Targets arbeiten. HERA-B befindet sich in der Planungsphase und beginnt mit der Datennahme voraussichtlich 1998.

Nach ca. 25 *min* sind die Elektronen durch die Synchrotronstrahlung infolge des *Sokolov-*

*Ternov*-Effekts transversal polarisiert (der Spin richtet sich antiparallel zum Magnetfeld aus). 1993 betrug die durchschnittliche Polarisationsrate 60%. Die longitudinale Polarisation der Elektronen wird nur durch den Einbau von Spinrotatoren erreicht, wie beim HERMES-Experiment, das 1995 mit der Datennahme begonnen hat ( $\lambda_{\parallel} \lesssim 70\%$ ) und mittels polarisierter Gastargets spinabhängige Strukturfunktionen untersucht [72].

HERA stellt für die Datenanalyse eine komplizierte Umgebung dar, weil sowohl die Nachteile einer  $e^+e^-$ -Maschine (Synchrotronstrahlung) als auch die eines  $p$ -Ringes (hohe Untergrundraten durch Proton-Restgas- bzw. Wand-Streuung) auftreten. Daher gibt es bei HERA sogenannte *Pilot*-Teilchenbunche, das sind Elektronen- bzw. Protonenbunche, die keinen Kollisionspartner haben, und spezielle Untergrundstudien ermöglichen. Im Betriebsjahr 1993 waren 10 bzw. 6 von den 90 kollidierenden  $e^-$  und  $p$ -Teilchenbunche solche *Pilot*-Bunche. In der Tabelle 3.2 werden, ohne Angabe der *Pilot*-Bunche, einige relevante HERA-Parameter in ihrer Entwicklung seit dem Beginn der Datennahme durch ZEUS und H1 im Jahr 1992 verglichen.

### INTEGRATED LUMINOSITY

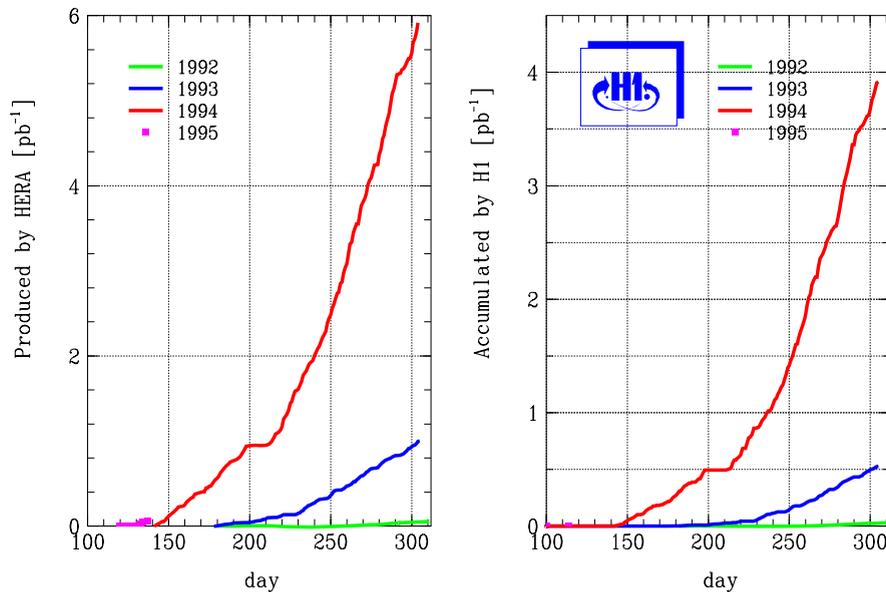


Abbildung 3.3: Die während des Beschleunigerbetriebs gemessene integrierte Luminosität, die von HERA produziert wurde (links) und die vom H1-Experiment für die Physikanalyse vorselektiert wurde (rechts), für die Jahre 1992-94.

Für die Luminositätsmessung an der  $ep$ -Beschleunigeranlage wird der Nachweis von Bremsstrahlungsprozessen  $ep \rightarrow e\gamma + p$  genutzt, d.h. das Elektron wird im elektromagnetischen Feld des Protons abgebremst und der Energieverlust in ein reelles Photon umgesetzt. Da der Viererimpulsübertrag bei dieser elastischen  $ep$ -Reaktion sehr klein ist ( $-q^2 \ll M_{\text{Proton}}^2$ ), wird die Bewegung des Protons nicht wesentlich gestört, und es entweicht unentdeckt. Das Elektron bzw. das Photon werden unter sehr kleinen Winkeln bzgl. des einlaufenden Elektrons gestreut und können in geeigneten Detektoren nachgewiesen werden, s. Abschnitt 3.3. Die Energien des gestreuten Elektrons  $E'_e$  und des Photons  $E_\gamma$  sind durch die Relation  $E_e = E'_e + E_\gamma$  begrenzt. Der Streuquerschnitt kann im streng relativistischen Grenzfall und der Annahme sehr kleiner Streuwinkel mit der *Bethe-Heitler*-Formel exakt berechnet werden [73]. Die beobachtete Bremsstrahlungsrate liefert damit einen Luminositätswert, s. Abbil-

dung 3.3.

Die Entwicklung der Luminosität bei HERA über die letzten drei Jahre ist sehr ermutigend, stellen doch die im Vergleich zu den Experimenten mit ruhendem Target geringen Teilchendichten bei den Collider-Experimenten eine große Herausforderung dar, statistisch signifikante Ereignisraten in kurzer Zeit aufzuzeichnen.

### 3.3 Der Detektor H1

Das HERA-Experiment H1 wurde im Jahr 1985 von Wissenschaftlern aus 24 Instituten aus 6 Ländern initiiert [74]. Nach ca. 7-jährigen Planungs- und Bauarbeiten konnten am 31. Mai 1992 die ersten tief inelastischen  $ep$ -Wechselwirkungen aufgezeichnet werden.

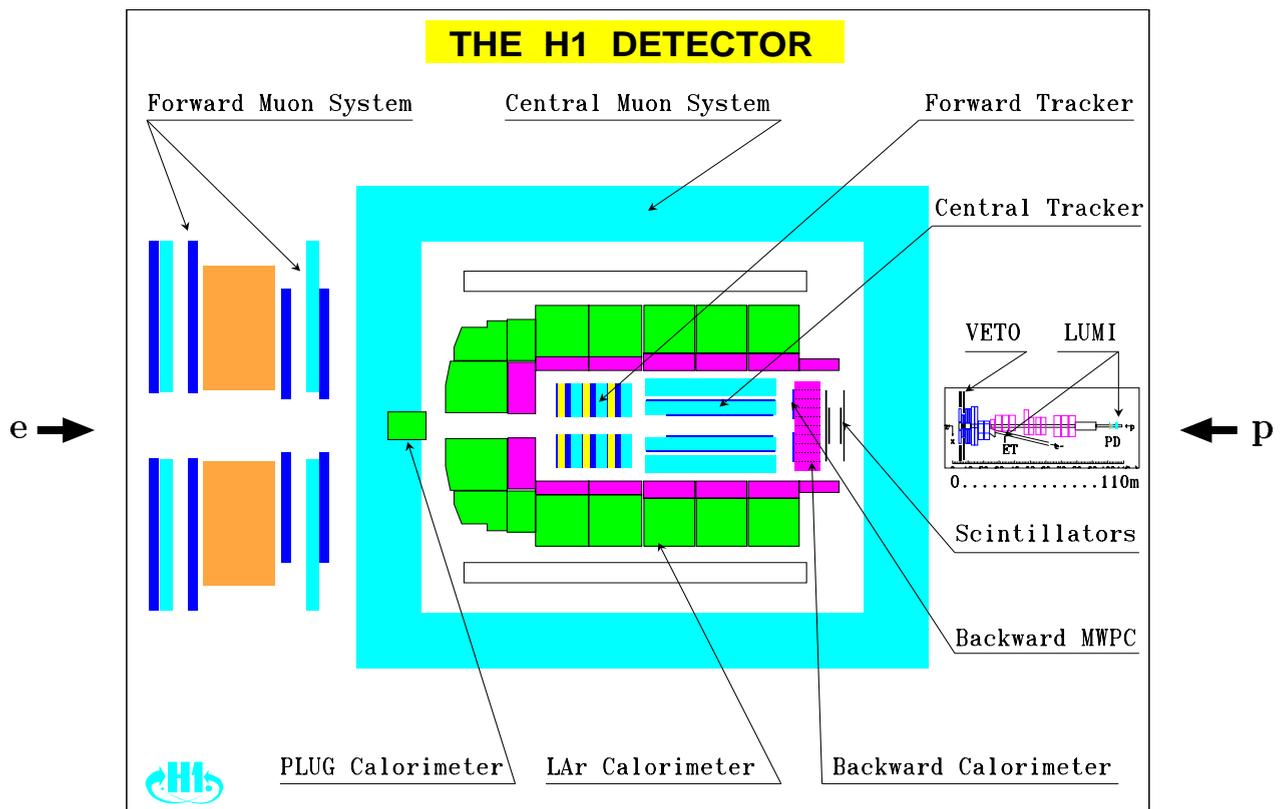


Abbildung 3.4: Konfiguration des Detektors H1 im Jahr 1993 in der Seitenansicht. Die Detektorkomponenten werden im Text erläutert.

Der Detektor H1 ist, wie der zweite bei HERA installierte Detektor ZEUS, ein nahezu den ganzen Raumwinkel abdeckendes Nachweisgerät für die in  $ep$ -Kollisionen entstehenden Elektronen, Myonen und hadronischen Endzustandsteilchen. Abbildung 3.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Detektors, dessen Gesamtgröße  $12 \times 15 \times 10 \text{ m}^3$  und dessen Gewicht ca.  $2800 \text{ t}$  beträgt. Der Detektor besteht im wesentlichen aus Kalorimetern, Drift- und Proportionalkammern und Myondetektoren, die zylindersymmetrisch um die Strahlachse aufgebaut sind, und einem Luminositätsmeßsystem.

Im folgenden Abschnitt werden jene Detektorkomponenten beschrieben, die für die hier beschriebene Analyse tief inelastischer  $ep$ -Ereignisse besonders wichtig sind. Die Proton-

strahl- oder Vorwärtsrichtung definiert hierbei die  $+z$ -Achse des benutzten Koordinatensystems mit dem nominalen Wechselwirkungspunkt  $(0,0,0)$  als Ursprung. Eine detaillierte Beschreibung des Detektors findet sich in [75].

### Messung der Energie der Elektronen (Backward and LAr Calorimeter)

Für die Messung der Energie der tief inelastisch gestreuten Elektronen gibt es in Abhängigkeit vom Polarwinkel  $\theta_e$  zwei Hauptkomponenten:

- o Rückwärtig, d.h. in einem Winkelbereich von  $176^\circ > \theta_e > 153^\circ$ , gestreute Elektronen werden in einem elektromagnetischen Kalorimeter **BEMC** (**B**ackward-**E**lectro-**M**agnetic-**C**alorimeter) nachgewiesen, das aus 88 Blei/Szintillator-Modulen (*Sampling* von 2.5 mm Blei/4.0 mm Szintillator – Schichten) besteht. Die Tiefe der Module entspricht ca. 22 Strahlungslängen, d.h. elektromagnetische Schauer werden nahezu vollständig eingeschlossen. Die Szintillationssignale werden mit Photodioden ausgelesen, um ca. das 100fache verstärkt und dann aufgezeichnet. Da der Molière-Radius ca. 3.4 cm beträgt [76], genügt es, die über einen Bereich von  $3 \times 3$  Zellen (*Modulen*) gemessene Energie zu einem Cluster zusammenzufassen, der somit die Energie  $E'_e$  des gestreuten Elektrons definiert.

Die Energieschwellen für die Clustererkennung sowie für die aus der Summe aller Cluster gebildete Energie im BEMC sind die Grundlage des Elektrontriggers, der für die Bedingungen des Jahres 1993 detailliert in [77] beschrieben wurde. Die Energieaufteilung über mehrere Module führt zu der Definition einer oberen Energieschwelle von 2.3 GeV, von der an die Clusterbildung einsetzt und entspricht der Bedingung, wonach das Zentrum des Clusters mindestens 30 - 40% der Elektronenergie enthalten möge. Benachbarte Zellen tragen nur dann zu der Gesamtenergie bei, wenn ihre Energie über einer Schwelle von 1.3 GeV, d.h. 3-4  $\sigma$  über dem Rauschen, liegt.

Die Granularität des Kalorimeters wird durch die Abhängigkeit der in den Photodioden gemessenen Lichtausbeute von dem Auftreffpunkt des Teilchens erhöht und gestattet, das Zentrum des elektromagnetischen Schauers mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 cm zu rekonstruieren. Die Energieauflösung ergibt sich zu  $\sigma(E)/E = 0.39/(E/GeV) \oplus 0.1/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.017$  und setzt sich aus einem rauschabhängigen Term, einem durch die Samplingbauweise des Kalorimeters bedingten und einem konstanten Term zusammen [76]. Die Kalibrierung und die Bestimmung der Energieauflösung des BEMC wurden mit Teststrahlen am DESY (1-6 GeV) und am CERN (5-60 GeV) durchgeführt. Während des Runbetriebs erfolgte die Kalibration mit Ereignissen der kinematisch bedingten Singularität bei  $x = E_e/E_p$ , dem *kinematischen Peak*, im Vergleich mit Monte-Carlo-Modellen, s. Abschnitt 4.5. So erfolgte auch die Bestimmung der Unsicherheit der absoluten Energieskala von 1.7%.

- o Die zentral und vorwärts gestreuten Elektronen ( $153^\circ > \theta_e > 4^\circ$ ) werden in der elektromagnetischen Sektion des Flüssig-Argon-Kalorimeters **LAr** (**L**iquid-**A**rgon-**C**alorimeter) erfaßt. Das LAr-Kalorimeter besteht aus 8 Modulen längs der Strahlachse. Die grundlegende Struktur des elektromagnetischen Teils mit einer Tiefe von ca. 20 Strahlungslängen bilden fein segmentierte Zellen aus 2.4 mm dicken Bleiabsorberplatten, deren 2.35 mm großen Zwischenräume mit flüssigem Argon gefüllt sind, und die abwechselnd als Auslese- oder Hochspannungseinheit konfiguriert sind. Die Energieauflösung beträgt  $\sigma(E)/E \simeq 0.12/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.01$  bei einer absoluten Genauigkeit der Energieskala von 3%.

### Messung der Energie der Hadronen (LAR and PLUG Calorimeter)

Hadronen bzw. hadronische Jets werden in dem hadronischen Teil des LAR-Kalorimeters nachgewiesen, der sich direkt dem elektromagnetischen anschließt. Als hadronische Absorber wurden 19 mm dicke Edelstahlplatten in das flüssige Argon eingebettet. Die bei einem Teilchendurchgang entstehenden Ladungsträger werden ebenso wie im elektromagnetischen Teil in Auslezellen gesammelt und über Vorverstärker weiterverarbeitet. Insgesamt werden im LAR-Kalorimeter ca. 45000 Kanäle ausgelesen, deren Signale einerseits für einen schnellen Triggerzweig und andererseits für die exakte Ladungsbestimmung aufgeteilt werden. Das LAR-Kalorimeter hat für Hadronen eine Tiefe von 5–8 Wechselwirkungslängen.

Das LAR-Kalorimeter ist nichtkompensierend. Die Reaktion auf Hadronen ist ca. 30% geringer im Vergleich zu der auf Elektronen, was eine Korrektur der hadronischen Energieskala erforderlich macht. Daher wird für die Rekonstruktion der Energien der Umstand ausgenutzt, daß sich die hadronische Schauerentwicklung im wesentlichen auf eine gut lokalisierte elektromagnetische und eine ausgedehnte hadronische Komponente aufteilen läßt. Durch die feine Segmentierung ist die statistische Trennung in den korrekt gemessenen elektromagnetischen und den zu korrigierenden hadronischen Energiebeitrag möglich. Die gegenwärtige Unsicherheit der hadronischen Energieskala ist 6% und wurde durch Studien der Transversalimpuls ( $p_{\perp}$ )-Balance tief inelastischer Ereignisse abgeschätzt. Die Auflösungsfunktion der Energie beträgt  $\sigma(E)/E \simeq 0.5/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 0.02$ .

Die hadronische Messung in Vorwärtsrichtung für das Akzeptanzgebiet zwischen dem LAR-Kalorimeter und der Strahlröhre,  $4^{\circ} > \theta > 0.6^{\circ}$ , wird durch ein kleines Kalorimeter **PLUG** (PLUG Calorimeter) abgedeckt. Dieses Kalorimeter besteht aus Kupferabsorbern und Silizium-Flächendetektoren, die in 8 Ebenen angeordnet sind. Das PLUG hat für elektromagnetische Teilchen eine Strahlungslänge von ca.  $45 X_0$  und eine hadronische Wechselwirkungslänge von ca.  $4 \lambda$ .

Das BEMC stellt für Hadronen (im wesentlichen Pionen) nur ca. eine Wechselwirkungslänge dar und z.B. aufschauende Pionen von 30 GeV verlieren nur ca. 45% ihrer Energie [78], was eine sinnvolle hadronische Messung im rückwärtigen Bereich sehr erschwert. Eine hadronische Auflösung von  $\sigma(E)/E \simeq 0.8/\sqrt{(E/GeV)}$  kann erreicht werden, wenn die im instrumentierten Eisen deponierte hadronische Energie mitberücksichtigt wird.

### Spurkammersystem (Forward and Central Tracker, Backward MWPC)

Die Spurerkennung geladener Teilchen erfolgt durch ein System von Drift- und Proportionalkammern, deren Signale zum Triggern, zur Spurrekonstruktion und Teilchenidentifikation verwendet werden. Es besteht aus einem Spurkammersystem für die Vorwärtsrichtung **FT** (Forward Tracker) und den zentralen Detektorbereich **CT** (Central Tracker) sowie einer rückwärtigen Proportionalkammer **BPC** (Backward Multi-Wire-Proportional-Chamber). Das Spurkammersystem und die Kalorimeter befinden sich innerhalb des Magnetfeldes einer supraleitenden Spule, die von einem Eisenjoch umgeben ist.

Der Spurdetektor in Vorwärtsrichtung ist für den hohen Fluß hadronischer Teilchen in Richtung des Protonstrahls konzipiert worden, der auf Grund der Asymmetrie zwischen der Elektron- und Protonenergie zu erwarten ist. Der Vorwärtsdetektor besteht aus drei Modulen, die je aus einer planaren und einer radialen Driftkammer und einer Proportionalkammer aufgebaut sind. Die Hiterkennung erfolgt für den Winkelbereich  $25^{\circ} > \theta > 7^{\circ}$  mit einer Genauigkeit von  $\sigma_{r\phi} = 170 \mu m$  und  $\sigma_{xy} = 210 \mu m$ .

Im zentralen Spurdetektor werden geladene Teilchen mit Polarwinkeln von  $165^{\circ} > \theta > 15^{\circ}$  akzeptiert. Grundlage der Spurrekonstruktion bilden die Signale von zwei großen konzen-

trischen Driftkammern (CJC1, CJC2) mit parallel zum Strahl ausgerichteten Drähten und in radialer Richtung geneigten Driftzellen. Die Neigung der Drahtebenen wird zur auf 1 ns präzisen Bestimmung des Ereignis-Zeitpunkts  $t_0$  ausgenutzt. Raumpunkte in der Driftebene  $(r, \phi)$  können mit einer Unsicherheit von  $\sigma_{r,\phi} = 170 \mu m$  aufgelöst werden. Entlang der Drähte, d.h. in  $z$ -Richtung, beträgt die Auflösung eines Spurpunkts etwa  $\sigma_z \leq 3 cm$ . Darüberhinaus dienen die Signale der Messung der Transversalimpulse  $p_\perp$  der Spur mit einer Impulsauflösung von  $\sigma_{p_\perp}/p_\perp^2 \simeq 10^{-2} GeV^{-1}$  sowie der Rekonstruktion des Ionisationsenergieverlustes  $dE/dx$  zur Teilchenidentifikation.

Die Messung der Spuren in  $z$  werden durch eine unterhalb der CJC1 gelegene innere Driftkammer (CIZ) und eine zwischen CJC1 und CJC2 befindliche äußere Driftkammer (COZ) komplementiert. Die in diesen Kammern rekonstruierten Spurpunkte haben eine Genauigkeit von  $\sigma_z \simeq 300 \mu m$ . Durch CIZ und COZ fixierte Spuren führen zu einer Verbesserung der Auflösung des Wechselwirkungspunkts in  $z$  von etwa 2 cm auf 2 mm [79].

Mit Hilfe der Proportionalkammern, deren Flächenelemente (*Pads*) schneller als der Bunchabstand von 96 ns ausgelesen werden und ein Triggersignal liefern, kann zwischen Spuren aufeinanderfolgender  $ep$ -Kollisionen differenziert werden. Die zwischen der Strahlröhre und der CIZ eingebaute innere Proportionalkammer (CIP) und eine äußere, vor der CJC2 befindliche Proportionalkammer (COP) haben eine Zeitauflösung von 21 ns und stellen eine unabhängige Bestimmung des Zeitpunkts  $t_0$  der Wechselwirkung für den Trigger zur Verfügung.

Die rückwärtige Vieldraht-Proportionalkammer BPC besteht aus 4 um  $45^\circ$  gegeneinander geneigten Ebenen mit einer Winkelakzeptanz von  $174.5^\circ > \theta > 155.5^\circ$  bzgl. des nominalen Wechselwirkungspunkts. Die BPC ist direkt am BEMC befestigt und ermöglicht durch die Messung der Koinzidenz mit einer Energiedeposition die Trennung zwischen Photonen und Elektronen und die auf 2 mm genaue Bestimmung des Eintrittsortes geladener Teilchen in das Rückwärtskalorimeter. Die BPC ist neben dem BEMC eines der wichtigsten Detektorelemente für die Analyse tief inelastischer Ereignisse für Werte  $Q^2 < 100 GeV^2$ , s. Abschnitt 4.3. Die für Elektronen erreichte  $\theta_e$ -Auflösung beträgt etwa 2.5 mrad.

**Magnete** Das Hauptmagnetsystem des H1-Detektors besteht aus einem supraleitendem Solenoiden und einem das Feld zurückführenden Eisenjoch, wodurch über den Bereich der Spurkammern ein nahezu homogenes, parallel zu der Strahlachse verlaufendes Magnetfeld von 1.15 T erzeugt wird. Die Wirkung der Spule auf den Teilchenstrahl wird durch einen in Rückwärtsrichtung bei ca.  $z = -4.4 m$  installierten supraleitenden Magneten kompensiert.

### Myonenmessung (Central and Forward Muon System)

Bei HERA entstehen hochenergetische Myonen u.a. durch semileptonische Zerfälle von  $\pi$ - und  $K$ -Mesonen, was die Erkennung der Myonen auch innerhalb eines hadronischen Jets interessant macht. Die Identifizierung von Myonen erfolgt im zentralen Bereich ( $171^\circ > \theta > 4^\circ$ ) durch 16 innerhalb des Eisenjochs befindlichen Lagen Streamerröhren. Die Messung der hadronischen Energie mit einer Genauigkeit von  $\simeq 1.0/\sqrt{(E/GeV)}$  erfolgt durch das analoge Auslesen von Elektroden, die auf den Streamerkammern aufgebracht wurden. Mit Hilfe des Myonsystems können auch Untergrundereignisse selektiert werden, die durch kosmische bzw. durch Wechselwirkungen des Protonhalos entstandene Myonen ausgelöst wurden. Weiterhin befindet sich in Vorwärtsrichtung,  $17^\circ > \theta > 3^\circ$ , ein Myonenspektrometer (Forward Muon System), das aus mehreren ebenen Driftkammern für die Spurmessung und einem toroidförmigen, normalleitenden Magneten mit radial verlaufenden Feldlinien von (1.5–1.75) T für die Impulsmessung besteht.

### Flugzeitsystem (Scintillators, VETO)

Ein Szintillator-Flugzeitsystem **ToF** (Time of Flight System) befindet sich hinter dem BEMC, um durch Wechselwirkungen des Protonstrahls mit Restgasmolekülen oder Kollimatormaterial entstehenden Untergrund durch die zeitliche Trennung (ca. 13 ns Abstand) von  $ep$ -Wechselwirkungssignalen zu unterdrücken. Seine Position ist so gewählt, daß neben der guten Zeitauflösung von 4 ns, die maximale Bedeckung des Detektors gewährleistet ist. Das Flugzeitsystem ist ein Hodoskop, das aus 2 Ebenen 3 cm dicker Plastiksintillatoren bei  $z = -1.95$  m bzw.  $-2.25$  m besteht, wobei die erste Ebene mit einer Größe von  $317 \times 317$  mm<sup>2</sup> 4 Module des BEMC abdeckt. Die Szintillatoren sind senkrecht zur Strahlröhre montiert und werden durch Photovervielfacher ausgelesen. Die um das 40fache verstärkten Signale der beiden Ebenen werden zeitlich aufgelöst und Zeitfenstern zugeordnet, die durch das HERA-Zeitsignal mit Untergrund- oder  $ep$ -Ereignissen korreliert sind. Nach dem Verknüpfen der Signale jeder Wand durch ein logisches ODER, bilden beide Ebenen in Koinzidenz ein endgültiges ToF-Triggerelement. Der ToF-Untergrundtrigger liefert eines der wichtigsten Kriterien für die Unterdrückung von Untergrundereignissen und wird daher als Vetobedingung von den meisten Subtriggern genutzt, was zum Absenken der Gesamttriggerrate auf etwa 1% führt.

Zusätzlich zu dem Flugzeitsystem wurden zwei Szintillator Vetowände (VETO) bei  $z = -6.5$  m bzw.  $-8.1$  m installiert, die mit einer Zeitauflösung von  $\pm 3$  ns Teilchen aus Untergrundereignissen durch Koinzidenzen zwischen zwei Szintillatoren identifizieren können.

### Luminositätsmeßsystem (LUMI)

Die Photonen und Elektronen des Bremsstrahlungsprozesses  $ep \rightarrow ep\gamma$  werden im H1-Luminositätssystem nachgewiesen. Photonen, die kollinear zum einlaufenden Elektron abgestrahlt werden, deponieren ihre Energie im  $100 \times 100$  mm<sup>2</sup> großen Photondetektor **PD** (Photon Detector), der sich bei  $z = -102.9$  m befindet. Der Photondetektor wird durch einen Bleifilter und einen Wasser-Čerenkov Zähler gegenüber Synchrotronstrahlung und zu früh auftretende Photonschauer geschützt. Die Geometrie des Detektors erlaubt den Nachweis von Photonen mit Streuwinkeln bis zu  $0.45$  mrad, was einer Akzeptanz von  $\sim 98\%$  entspricht. Die Elektronen werden durch die HERA-Strahlmagneten abgelenkt und treffen auf den  $154 \times 154$  mm<sup>2</sup> großen Elektronentagger **ET** (Electron Tagger) bei  $z = -33.4$  m, der wie der Photondetektor aus KRS-15 Kristallen (78% TlCl+22% TlBr) besteht. Beide Detektoren haben eine Energieauflösung  $\sigma_E/E \simeq 10\%/\sqrt{(E/GeV)} \oplus 1\%$ . Im Gegensatz zum Photondetektor ist die Akzeptanz des Elektronentaggers empfindlich gegenüber Änderungen der Strahloptik. Ein Strahlversatz während des Runbetriebes, der typischerweise um  $0.1$  mrad beträgt, wird daher mittels der im Photondetektor rekonstruierten Photonen mit einer Genauigkeit von  $0.01$  mrad bestimmt.

Der Elektronentagger des Luminositätssystems dient zudem für den Nachweis eines Teils jener Elektronen, die bei Wechselwirkungen mit sehr kleinen Impulsüberträgen  $3 \cdot 10^{-8} < Q^2 < 10^{-2}$  GeV<sup>2</sup> in dessen Akzeptanzbereich gestreut werden. Durch die geringe Virtualität des Photons bei dieser Reaktion spricht man auch von Kollisionen mit quasireellem Photon oder Photoproduktions ( $\gamma p$ )-Wechselwirkungen.

**Luminositätsmessung** [80] Für die Berechnung des inklusiven Streuquerschnitts ist die genaue Kenntnis der Luminosität erforderlich und deren Fehler muß als zusätzliche systematische Unsicherheit berücksichtigt werden. Die Bestimmung der Luminosität des Jahres 1993 wird daher ausführlich im nächsten Abschnitt beschrieben.

Die Messung der Bremsstrahlungsereignisrate ( $\sim 15$  kHz für durchschnittliche Luminositätsraten 1993,  $\sim 50$  kHz für die Designwerte) durch  $e\gamma$ -Koinzidenzen ermöglicht das

Monitorieren der Luminosität während des Beschleunigerbetriebs, s. Abbildung 3.5. Das damit verknüpfte Triggersystem liefert totzeitfreie und voneinander unabhängige Entscheidungen, die zur Ereignisklassifikation genutzt werden und verschiedene Selektionsmethoden von Bremsstrahlungseignissen ermöglichen. Die endgültige Messung der integrierten Luminosität wird in nachfolgenden (*offline*) Analysen durchgeführt und basiert auf drei Kategorien von Bremsstrahlungseignissen:

- Das Elektron und das Photon werden nachgewiesen mit  $E'_e \geq 5 \text{ GeV}$ ,  $E_\gamma \geq 5 \text{ GeV}$  und  $23 \text{ GeV} \leq E'_e + E_\gamma \leq 30 \text{ GeV}$  ( $e\gamma$ -Koinzidenzen).
- Nur das Photon wird nachgewiesen mit  $E_\gamma \geq 10 \text{ GeV}$  (*harte*  $\gamma$ -Strahlungsrate).
- Eine Stichprobe von zufälligen Koinzidenzen von Bremsstrahlungseignissen mit tief inelastischen  $ep$ -Wechselwirkungen ( $DIS$ ) wird ausgewählt, d.h. im zentralen Detektor wird auf einen elektromagnetischen Energieeintrag  $E'$  im BEMC  $E' \geq 25 \text{ GeV}$  getriggert und gleichzeitig eine Photonenergie  $E_\gamma \geq 5 \text{ GeV}$  nachgewiesen ( $DIS$ - $\gamma$ -Koinzidenz). Diese Stichprobe ist wichtig zur Kontrolle der Effektivitäten der Luminositätstrigger.

Die zusätzlich analysierte Klasse der QED-Compton-Ereignisse, wo sowohl das Elektron als auch das Photon unter großen Winkeln gestreut und daher im zentralen Detektor nachgewie-

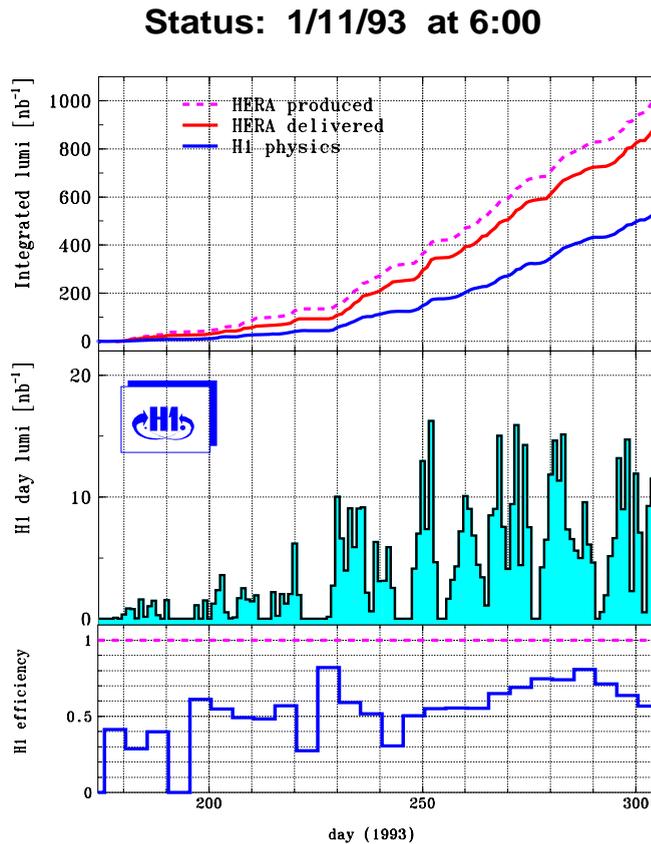


Abbildung 3.5: Zeitliche Entwicklung der während des Beschleunigerbetriebs gemessenen integrierten Luminosität über das Jahr 1993 mit einer durchschnittlichen Effektivität des H1-Experiments von 60%.

sen werden, dient der unabhängigen Kontrolle.

Die Berechnung der durchschnittlichen Luminosität in einem Zeitintervall  $\Delta t$  für die statistisch bedeutsamen ersten beiden Methoden erfolgt dann nach der Formel:

$$L = \frac{N_{data}(\Delta t) - N_{bgr}(\Delta t)}{\sigma_{BH}^{acc} \Delta t}, \quad (3.1)$$

wobei  $N_{data}$  die Anzahl der selektierten Ereignisse,  $N_{bgr}$  die Anzahl der Untergrundereignisse und  $\sigma_{BH}^{acc}$  der auf die Akzeptanz korrigierte *Bethe-Heitler*-Streuquerschnitt ist. Die zeitabhängige Anzahl der Untergrundereignisse  $N_{bgr}$  bedingt durch Bremsstrahlungsreaktionen an Restgasmolekülen innerhalb der Strahlröhre kann mit Hilfe der Bremsstrahlungsrate der  $e$ -Pilot-Bunche kontrolliert werden.  $N_{bgr}$  ergibt sich aus dem Verhältnis des Gesamtstromes der Elektronen  $I_{all}$  zu dem Strom der  $e$ -Pilot-Bunche  $I_{pilot}$  und der Anzahl der  $e$ -Pilot-Bremsstrahlungseignisse  $N_{pilot}$ :

$$N_{bgr}(\Delta t) = \frac{I_{all}}{I_{pilot}} N_{pilot}(\Delta t). \quad (3.2)$$

Die Annahme, auf der die Relation basiert, daß der  $e$ -Pilot- sowie der kollidierende  $e$ -Strahl die gleiche Untergrundrate pro Stromeinheit aufweisen, gilt hierbei mit einer Genauigkeit von  $\leq 1\%$ . Insgesamt ergibt sich für die Analysen eine Unsicherheit bei der Subtraktion der Untergrundereignisse von 1.5 %.

Eine der Hauptquellen der systematischen Fehler ist die Berechnung von  $\sigma_{BH}^{acc}$ , die bei dem Koinzidenzverfahren (3%) durch die Kenntnis der Elektrontaggerakzeptanz bzw. bei der Bestimmung mit der harten  $\gamma$ -Rate (1.7%) durch die Genauigkeit der absoluten Energiekalibration des Photondetektors dominiert wird. Die Berechnung der Triggereffektivitäten liefern einen Beitrag von 1% ( $e\gamma$ ) bzw. 2% ( $\gamma$ -Rate). Die Größe der systematischen Fehler wird durch die statistisch kleinen Stichproben der zufälligen Koinzidenzen und der QED-Compton-Ereignisse auf einige Prozent kontrolliert.

Eine zusätzliche Komplikation bei der Bestimmung der Luminosität aus dem Akzeptanzbereich des zentralen Detektors stellen die sogenannten *Satelliten*-Teilchenbunche dar. Diese Satelliten-Bunche können sich während der Vorbeschleunigungsphase bzw. der Injektionsphase des Protonstrahls bilden. Dabei verteilt sich ca. 10% des Protonstroms in Abständen, die ein Vielfaches von  $\pm 4.8$  ns betragen, zwischen den hauptsächlichlichen Protonbunchen und trägt durch Wechselwirkungen außerhalb des zentralen Bereichs zu der Luminositätsmessung bei. Dieser unerwünschte Luminositätszuwachs wurde mittels der Verteilungen der Wechselwirkungspunkte der inelastischen  $ep$ -Wechselwirkungen ( $\gamma p$  und  $DIS$ ) und der QED-Compton-Ereignisse zu  $(3.3^{+3.0}_{-0.8})\%$  für die Bremsstrahlungereignisse bzw. zu  $(3.6 \pm 2.5)\%$  für die Compton-Ereignisse abgeschätzt.

Alle vier Methoden ( $e\gamma$ -Koinzidenz,  $\gamma$ -Rate,  $DIS$ - $\gamma$ -Koinzidenz, QED-Compton-Ereignisse) liefern vergleichbare Werte für die totale integrierte Luminosität mit einem systematischen Fehler von 4.5%, der die Korrektur auf die Satelliten-Teilchenbunche einschließt.

**Trigger** Aufgabe des Triggersystems ist das schnelle Konvertieren von Analoginformationen, wie z.B. Energieschwellen der Kalorimeter, in Triggerelemente, die durch hierarchisch angeordnete Kombinationen eine rasche Trennung der interessierenden  $ep$ -Kollisionen von Untergrundereignissen ermöglichen.

Im Vergleich zum  $ep$ -Streuquerschnitt, der für die geplanten Luminositätswerte einem zu erwartenden tief inelastischen Ereignis und ca. 200 Photoproduktionsereignissen pro Sekunde entspricht, erreichen die Raten für Wechselwirkungen des Protonstrahls mit Restgasen

des Vakuums<sup>2</sup> etwa  $10^3$  Hz bzw. die des Protonstrahlhalos mit Elementen der Strahlröhre ca.  $5 \cdot 10^4$  Hz. Ursache für durch den Elektronenstrahl induzierten Untergrund ist im wesentlichen Synchrotronstrahlung, deren Hauptanteil durch in die Strahlröhre eingebauten Masken (Kollimatoren) vom Detektor ferngehalten wird. Für nominale Betriebsbedingungen werden ungefähr 0.1 durch Synchrotronstrahlung verursachte Treffer pro Kollision in der zentralen Spurkammer erwartet<sup>3</sup>.

Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal zwischen  $ep$ - und Untergrundereignissen ist der Ursprungsort der Wechselwirkung, da die erwünschten Kollisionen nur im Bereich des nominalen Wechselwirkungspunkts stattfinden. Für die Rekonstruktion des Wechselwirkungspunkts werden daher folgende Spurinformatoren verwendet, die dann die Grundlage für entsprechende Triggerelemente bilden:

- Die im ToF gemessenen Flugzeit zeigt an, ob das Ereignis innerhalb oder außerhalb des Detektors stattgefunden hat (ToF Trigger).
- Die in der zentralen Spurkammer gemessenen Spurpunkte werden zu Trackelementen in der  $(r, \phi)$ -Ebene (senkrecht zur Strahlebene) verbunden und ergeben nach einer globalen Anpassung relativ zur Strahlachse die Orientierung des Ereignisses in dieser Ebene (Central Jet Chamber Trigger).
- Die Signale der Zentral- und Vorwärts-Proportionalkammern werden für die erste Abschätzung der  $z$ -Position des Ereignisses verwendet ( $z$ -Vertex Trigger).

Die Untergrundrate innerhalb des Detektorbereiches kann weiterhin durch Selektionskriterien unterdrückt werden, die an die physikalisch definierte Ereignistopologie gebunden sind und das Zusammenfassen der Ereignisse in Klassen erlauben. Tief inelastische Ereignisse zeichnen sich i.A. durch Elektronen und Jets mit hohen Transversalimpulsen aus und werden durch Triggerelemente klassifiziert, die aufbauend auf den im BEMC- bzw. LAr-Kalorimeter deponierten elektromagnetischen Energien die Elektronidentifikation gestatten.

Die Synchronisation des Auslesens der Subdetektoren mit dem Zeitpunkt der Kollision, wobei der Abstand der Bunche von  $96$  ns =  $1$  BC (*Bunch Crossing*) als Zeiteinheit dient, erlaubt den Aufbau eines mehrstufigen Gesamttriggersystems. Durch die unterschiedlichen Auslesezeiten, z.B.  $13$  BC beim LAr-Kalorimeter bedingt durch die Integrationszeiten der Vorverstärker bzw.  $11$  BC gegeben durch die längst mögliche Driftzeit von  $1$   $\mu$ s für die zentralen Driftkammern, ist ein Zwischenspeichern der Information in sogenannten *Pipelines* erforderlich.

Die Triggerentscheidung der ersten Stufe **L1 (Level-1)** steht nach ca.  $24$  BC zur Verfügung, wobei bis zu  $128$  Subtrigger durch ein logisches ODER verknüpft werden. Die nachfolgende Rückkopplung zu den in den Pipelines gespeicherten Informationen der Subdetektoren erhöht die benötigte Zeit auf  $27$ – $35$  BC und kann nur auf Grund der geringen durchschnittlichen Wechselwirkungsrate von  $50$ – $100$  kHz realisiert werden. Der L1-Trigger arbeitet totzeitfrei<sup>4</sup> und reduziert die Rate der registrierten Ereignisse auf ca.  $1$  kHz.

Zwei weitere, parallel startende Triggerstufen **L2** und **L3** mit Auswertezeiten von  $\simeq 20$   $\mu$ s bzw.  $100$  –  $800$   $\mu$ s sollen die Raten weiter unter Berücksichtigung komplexer Korrelationen zwischen den Subdetektoren verringern, führen jedoch durch das Unterbrechen der

<sup>2</sup>Bei  $1 - 2 \cdot 10^{-9}$  mbar beträgt der Stickstoff-Proton-Streuquerschnitt ca.  $200$  mb.

<sup>3</sup>Dieser Untergrund reduziert sich mit kleineren Teilchenströmen und kann effektiv durch einen Spurtrigger bzw. durch BPC-BEMC Koinzidenzen für kleine Streuwinkel unterdrückt werden.

<sup>4</sup>Durch das Pipeline-Verfahren beginnt die Totzeit erst mit dem vollständigen Auslesen aller Subdetektorinformationen, wenn das Ereignis aufgezeichnet werden soll.

Datennahme während ihrer Aktivierung zu einer Erhöhung der Totzeit. 1993 waren diese beiden Triggererebenen noch nicht implementiert.

Asynchron zu den Stufen 2 und 3 verarbeitet ein Software-Trigger **L4** auf der Grundlage schneller Prozessoren die L1-Triggerentscheidungen. Nach einer ersten, während des Beschleunigerbetriebs durchgeführten Rekonstruktion u.a. des Wechselwirkungspunkts, der Teilchenspuren und der in den Kalorimetern deponierten Energien müssen die gesamten Rohdaten eines Ereignisses in je einem der Prozessoren Filter passieren. Daher wird diese Stufe auch L4-Filter Farm genannt. Die Entscheidungsfindung der Farm basiert auf dem logischen Verknüpfen von numerischen oder logischen Werten, wobei ca. 1% der nicht akzeptierten Ereignisse zur Kontrolle mitaufgezeichnet werden. Vorrangig das Ausnutzen der im Vergleich zur ersten Stufe detaillierteren Spurinformatoren bewirkt eine Reduktion des Untergrundes und der damit endgültig zu registrierenden Ereignisrate auf ca. 5 Hz. Die auf Magnetbändern, den sogenannten **POT's** (**Physics Output Tape**), gespeicherten Rohdaten werden in Ereignisklassen geordnet.

### 3.4 Die Kinematik bei HERA

Die Messung der Lorentz-invarianten Variablen  $x$ ,  $y$  und  $Q^2$  der tief inelastischen  $ep$ -Streuung kann bei HERA über den Nachweis des leptonen sowie des hadronischen Endzustandes erfolgen. Die daraus resultierende Redundanz der Messung erlaubt die Größe der systematischen Fehler zu kontrollieren und die Rekonstruktion des Streuquerschnitts in der  $(x, Q^2)$ -Ebene optimal zu gestalten.

Die Vierervektoren des ein- und auslaufenden Elektrons,  $\mathbf{k}$  und  $\mathbf{k}'$ , sowie des einlaufenden Protons,  $\mathbf{P}$ , und der Summe der hadronischen Endzustandsteilchen,  $\mathbf{P}'$ , können in Abhängigkeit von den im Laborsystem gemessenen Energien und Streuwinkeln geschrieben werden, siehe Darstellung 3.6:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \\ -E_e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k}' = \begin{pmatrix} E'_e \\ E'_e \sin \theta_e \cos \phi \\ E'_e \sin \theta_e \sin \phi \\ E'_e \cos \theta_e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ E_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}' = \begin{pmatrix} E_h \\ p_{xh} \\ p_{yh} \\ p_{zh} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

$E_e$	Energie des einlaufenden Elektrons
$E_p$	Energie des einlaufenden Protons
$E'_e$	Energie des gestreuten Elektrons
$E_{\text{jet}}$	Energie des gestreuten Quarks
$\theta_e$	Polarer Streuwinkel des Elektrons
$\theta_h$	Polarer Streuwinkel des Quarks

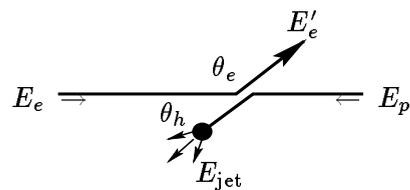


Abbildung 3.6: Definition der Variablen  $E'_e$ ,  $E_{\text{jet}}$ ,  $\theta_e$  und  $\theta_h$ .

Für eine modellunabhängige Beschreibung der inklusiven  $ep$ -Streuung sollten die Variablen folgenden Bedingungen genügen:

1) Die gewählten Variablen sollten insensitive gegenüber Teilchenverlusten in der Strahlröhre sein,  $5^\circ \leq \theta_h$  und  $\theta_e \leq 175^\circ$ .

2) Die extrahierten Variablen sollten unabhängig vom Fragmentationsmodell sein.

Es ist offensichtlich, daß rein leptonen Variablen diese Kriterien erfüllen und der Streuquer-

schnitt über diese herkömmliche Methode der Messung der Laborenergien und Streuwinkel des Elektrons bestimmbar ist.

Interessant ist die Rekonstruktion von hadronischen Variablen, die die Modellunabhängigkeit sichern, da die Produktion der massiven hadronischen Endzustandsteilchen aus der Fragmentation der Partonen und Gluonabstrahlung erfolgt. Unter der Annahme, daß die gemessene Verteilung der Hadronen der Richtung des gestreuten Quarks entspricht, kann der Fall der Erzeugung masseloser Endzustandsteilchen durch ein Parton  $x$  mit dem massiver Teilchen durch ein Parton  $\xi$  durch kinematische Überlegungen verknüpft werden. Die Viererimpulserhaltung am hadronischen Vertex führt zu den Relationen:

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{q} + x\mathbf{P})^2 &= (\mathbf{P}')^2 = 0 \\ (\mathbf{q} + \xi\mathbf{P})^2 &= (\mathbf{P}'_{\mathbf{M}})^2 = M_h^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \xi = x \left( 1 + \frac{M_h^2}{Q^2} \right). \quad (3.4)$$

Die Anwendung der Impuls- und Energieerhaltung

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q} + x\mathbf{P} &= \mathbf{P}' \\ \mathbf{q} + \xi\mathbf{P} &= \mathbf{P}'_{\mathbf{M}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E_M &= E_h + \frac{M_h^2}{Q^2} x E_p \\ p_{zM} &= p_{zh} + \frac{M_h^2}{Q^2} x E_p \end{aligned} \quad \text{und} \quad p_{\perp M} = p_{\perp h} \quad (3.5)$$

liefert die Größen, die unabhängig von der produzierten hadronischen Masse  $M_h^2$  sind:

- der Transversalimpuls der erzeugten Hadronen,  $p_{\perp h}$ , und
- die Kombination  $(E - p_z)_h$ .

Diese beiden Variablen sind zusätzlich unempfindlich gegenüber Verlusten in der Strahlröhre in Vorwärtsrichtung, da für kleine Streuwinkel sowohl der Transversalimpuls,  $p_{\perp h} \cong 0$ , als auch  $(E - p_z)_h$ ,  $E_h \cong p_{zh}$ , verschwinden. Die aus der Summe über alle Hadronen  $h$  gebildeten Größen  $p_{\perp h}$  und  $(E - p_z)_h$  eignen sich somit für eine Parametrisierung des Stromjets, der dem fragmentierten Quark des Parton-Modells entspricht. Die Energie  $E_{\text{jet}}$  und der Streuwinkel  $\theta_h$  eines masselosen Objektes erlauben den hadronischen Fluß zu beschreiben:

$$\begin{aligned} E_{\text{jet}} &\equiv \frac{p_{\perp h}^2 + (E - p_z)_h^2}{2(E - p_z)_h} = E_h - (1 - x)E_p \\ \cos \theta_h &\equiv \frac{p_{\perp h}^2 - (E - p_z)_h^2}{p_{\perp h}^2 + (E - p_z)_h^2} = \frac{1}{E_{\text{jet}}} (p_{zh} - (1 - x)E_p). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die Definitionen von  $E_{\text{jet}}$  und  $\theta_h$  entsprechen somit im einfachen Quark-Parton-Modell der Energie und dem Winkel des gestreuten Quarks. Diese Interpretation ist unter Einbeziehung möglicher Gluonabstrahlung nicht mehr gültig, die Beschreibung der Kinematik der inklusiven  $ep$ -Streuung durch die obengenannten Gleichungen bleibt jedoch exakt.

**Isolinien** Die inklusive  $ep$ -Kinematik in der  $(x, Q^2)$ -Ebene und der den HERA-Experimenten zur Verfügung stehende Meßbereich wird in den Abbildungen 3.7a und b veranschaulicht. Die in den Abbildungen eingezeichneten Linien entsprechen den Bedingungen des Jahres 1993 mit den Parametern  $E_e = 26.7 \text{ GeV}$ ,  $E_p = 820 \text{ GeV}$  und einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 296 \text{ GeV}$ . Die Genauigkeit der Variablenrekonstruktion für nicht-radiative  $ep$ -Ereignisse wird durch die Meßfehler von  $[E'_e, \theta_e, E_{\text{jet}}, \theta_h]$  bestimmt, deren Propagation in den  $(x, Q^2)$ -Phasenraum an Hand der Isolinien gut überblickt werden kann. In Gebieten, in denen die äquidistante Änderung der Eingangsgröße einen weiten Abstand der Isolinien in der  $(x, Q^2)$ -Ebene erzeugt, beeinträchtigen schon kleine Unsicherheiten der Meßgrößen die Auflösung in  $x$  und  $Q^2$ . Im Gegensatz dazu, weisen Bereiche dichter Folgen von Isolinien auf stabile Regionen hin, in denen präzise Messungen möglich sind.

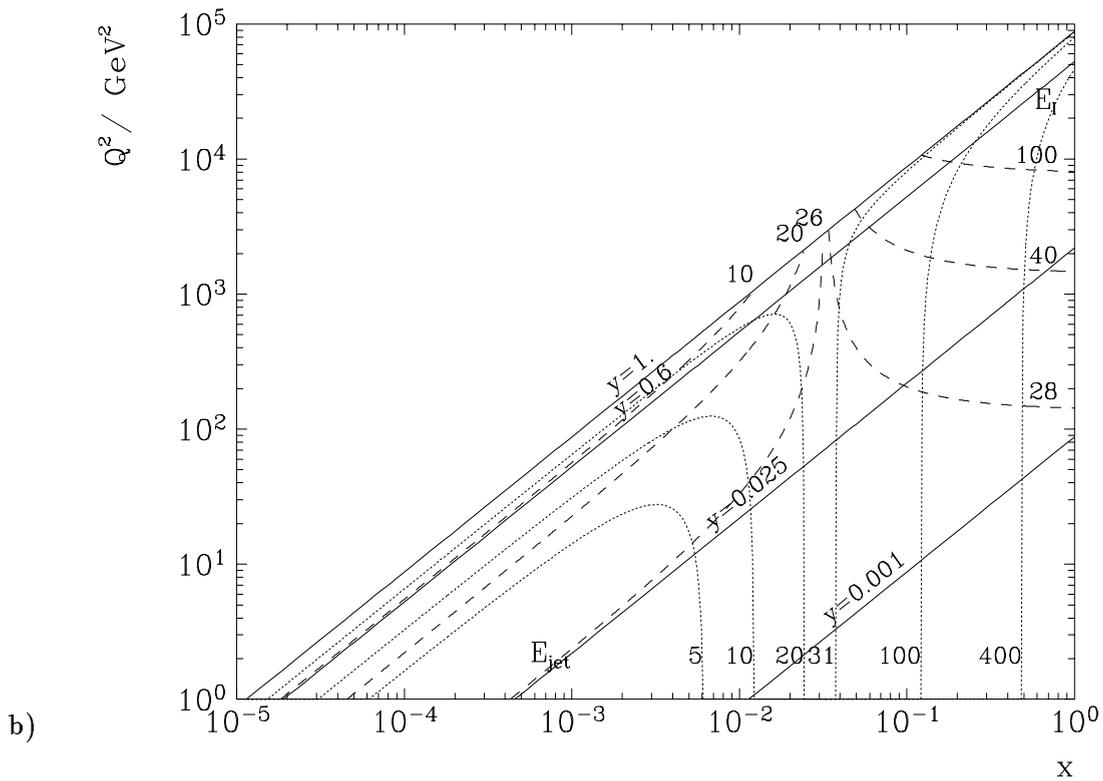
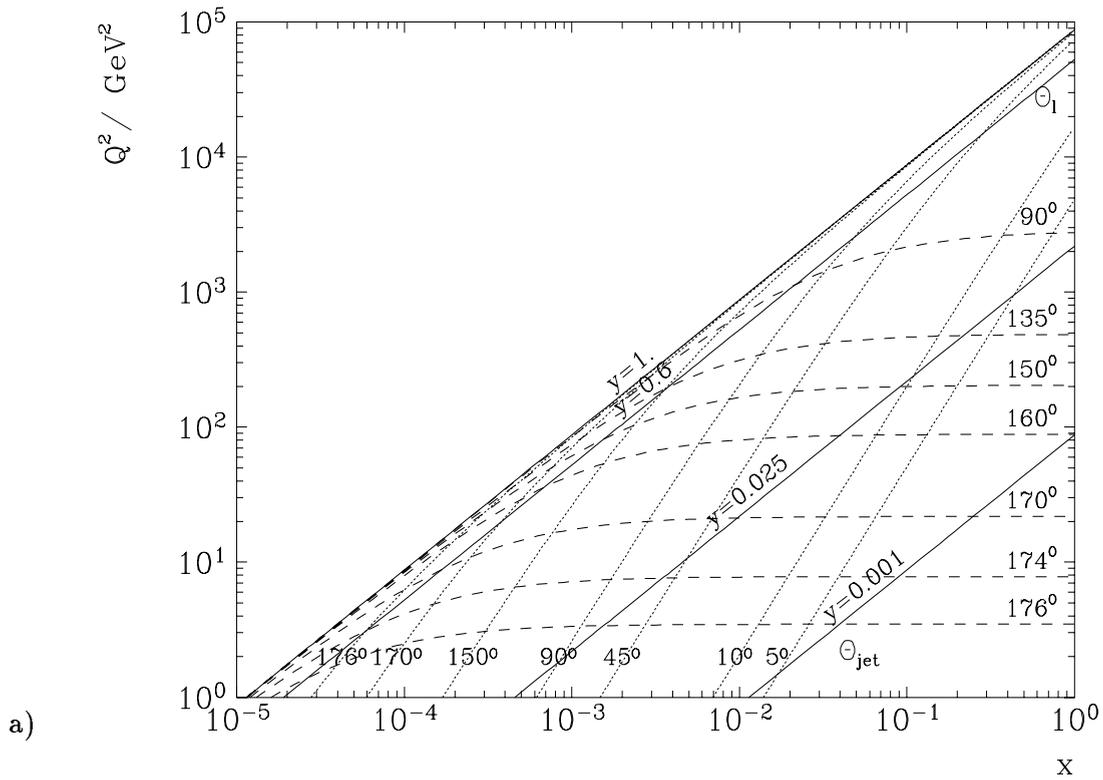


Abbildung 3.7: Isolinien der Energien und der Streuwinkel in der  $(x, Q^2)$ -Ebene für die  $ep$ -Kinematik für  $E_e = 26.7 \text{ GeV}$  und  $E_p = 820 \text{ GeV}$ . Gezeigt werden die rekonstruierten Größen a) des Winkels des gestreuten Elektrons,  $\Theta_l = \theta_e$ , und des gestreuten Quarks (im QPM),  $\Theta_{\text{jet}} = \theta_h$ , sowie b) die Energie des leptonischen,  $E_l = E'_e$ , und des hadronischen Endzustandes,  $E_{\text{jet}} = E_h - (1-x)E_p$ .

Die Linien konstanter Streuwinkel,  $\theta_e$  und  $\theta_h$ , berechnen sich zu [81]

$$\begin{aligned} Q^2(x, \theta_e) &= sx/[1 + xE_p \tan^2(\theta_e/2)/E_e], \\ Q^2(x, \theta_h) &= sx/[1 + E_e \cot^2(\theta_h/2)/(xE_p)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

siehe Abbildung 3.7a. Ebenso können Relationen für die Energien  $E'_e$  und  $E_{\text{jet}}$  hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} Q^2(x, E'_e) &= sx(1 - E'_e/E_e)/[1 - xE_p/E_e] \\ Q^2(x, E_{\text{jet}}) &= sx(1 - E_{\text{jet}}/(xE_p))/[1 - E_e/(xE_p)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Eine bemerkenswerte Konsequenz der Gleichungen (3.8) ist das Auftreten einer kinematisch bedingten Singularität bei  $x_0 = E_e/E_p$  für die Energie des gestreuten Elektrons. Diese Singularität rührt von einem großen Phasenraumfaktor in den gewählten Variablen  $x$  und  $E'_e$  her, wenn die Quarkenergie gleich der Elektronstrahlenergie sowie  $E'_e = E_e$  ist. Dies bewirkt die Trennung des Phasenraums in die Bereiche  $x < x_0$  für Energien  $[E'_e, E_{\text{jet}}] < E_e$  und  $x > x_0$  für Energien  $[E'_e, E_{\text{jet}}] > E_e$ . Der größte Teil des Phasenraums in der  $(x_e, Q_e^2)$ -Ebene, siehe Abbildung 3.7b, wird durch den Energiebereich um den Wert  $E'_e \cong E_e$  bestimmt und macht für die  $(x, Q^2)$ -Rekonstruktion eine sehr präzise Energiemessung erforderlich. Die begrenzte Energieauflösung des Detektors verursacht eine Verschmierung der Singularität zum sogenannten *kinematischen Peak*, vgl. auch Abb. 4.2a. Der größte Teil der inklusiven Daten wird durch das rückwärtige Kalorimeter BEMC,  $176^\circ > \theta_e > 153^\circ$ , erfaßt. Die Linien konstanter Elektronstreuwinkels  $\theta_e$  verlaufen für nicht allzu kleine  $x$ -Werte nahezu senkrecht zur  $Q^2$ -Achse. Daher beschränkt sich eine Analyse der BEMC-Daten bei nominaler Vertex-Position auf die Werte  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ , während der Bereich hoher  $Q^2 > 100 \text{ GeV}^2$  durch das Flüssig-Argon-Kalorimeter abgedeckt wird. Die Linien konstanter Energieüberträge zum Proton, d.h. konstanter  $y$ -Werte, sind für das Akzeptanzgebiet des BEMC nahezu parallel zu den Isoenergielinien in dem Bereich  $E'_e < E_e$ .

Für die Kinematik des hadronischen Flusses bzw. des gestreuten Quarks wird in der Abbildung 3.7a deutlich, daß die Ereignisse im Bereich des kinematischen Peaks mit Jets in Vorwärtsrichtung,  $\theta_h \lesssim 90^\circ$ , verbunden sind. Rückwärtig gestreute Quarkjets werden erst bei kleinen  $x$ -Werten,  $x < 10^{-3}$ , bedeutsam und erst ab  $x \lesssim 10^{-4}$  geht der hadronische Schauer direkt in das BEMC. Aus Abbildung 3.7a folgt weiterhin, daß für eine hadronische  $Q^2$ -Bestimmung keine ausgezeichnete Meßgröße vorliegt. Insbesondere niederenergetische Quarkjets schränken den bei kleinen  $x$  verfügbaren Phasenraum stark ein. Bei großen  $x$ -Werten,  $x \gtrsim 10^{-2}$ , werden die Isolinien der Jetenergie zunehmend parallel zu der  $Q^2$ -Achse und ermöglichen so eine gute Trennung der  $x$ -Werte in diesem Bereich.

### 3.5 Rekonstruktion der kinematischen Variablen

Die kinematischen Variablen  $x$ ,  $y$  und  $Q^2$  sind über die Messung von  $E'_e$  und  $\theta_e$  bzw.  $p_{\perp h}$  und  $(E - p_z)_h$  sowie derer Kombinationen für ein gegebenes Quadrat der Schwerpunktenenergie  $s \cong 4 E_e E_p$  rekonstruierbar. Die SkalenvARIABLE  $x$  ergibt sich aus der Relation  $x = Q^2/sy$ . Im folgenden Abschnitt werden die in dieser Arbeit verwendeten bzw. in Vergleichen zitierten Rekonstruktionsmethoden aufgeführt, weitere Methoden sind nachzulesen z.B. in [82].

1. Die **Elektron-Methode** ("E") basiert auf der alleinigen Messung der Laborgrößen des Elektrons,  $E'_e$  und  $\theta_e$ , und folgt direkt aus den im Kapitel 2 hergeleiteten kinematischen

Relationen:

$$y_e = 1 - \frac{E'_e}{E_e} \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \quad Q_e^2 = \frac{E_e'^2 \sin^2 \theta_e}{1 - y_e}. \quad (3.9)$$

Die Abhängigkeit der rekonstruierten Elektronvariablen von den gemessenen Laborgrößen  $E'_e$  und  $\theta_e$  können analytisch durch die Partialableitungen berechnet werden. Die relativen Fehler für  $x = x_e$  und  $Q^2 = Q_e^2$  nehmen die Gestalt an ( $x_0 = E_e/E_p$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^2}{Q^2} \Big|_{E'_e} &= \frac{dE'_e}{E'_e} & \frac{\partial Q^2}{Q^2} \Big|_{\theta_e} &= -\tan(\theta_e/2) d\theta_e \\ \frac{\partial x}{x} \Big|_{E'_e} &= \frac{1}{y} \frac{dE'_e}{E'_e} & \frac{\partial x}{x} \Big|_{\theta_e} &= \left[ \frac{x}{x_0} - 1 \right] \tan(\theta_e/2) d\theta_e. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aus den Gleichungen folgt sofort die sehr gute Auflösung in  $Q_e^2$ , mit der Einschränkung sehr kleiner Streuwinkel,  $\theta_e \rightarrow 180^\circ$ , wo die Winkelauflösung dominiert. Dagegen ist die Auflösung in  $x$  stark von dem betrachteten  $y$ -Bereich in der Form  $\sim 1/y_e$  abhängig. Der mit der Elektron-Methode zugängliche Phasenraum wird dadurch im wesentlichen auf das Gebiet  $y_e > 0.05$  begrenzt.

2. Die **Jacquet-Blondel-Methode** (“JB”) geht auf einen Vorschlag von *Jacquet* und *Blondel* zurück [83] und nutzt die durch  $p_{\perp h}$  und  $(E - p_z)_h$  gegebenen Informationen am hadronischen Vertex:

$$y_{JB} = \frac{1}{2E_e} \sum_{\substack{i=1 \\ h \text{ Hadronen}}}^h (E - p_z)_i \quad Q_{JB}^2 = \frac{p_{\perp h}}{1 - y_{JB}}. \quad (3.11)$$

Der Transversalimpuls  $p_{\perp h}$  ergibt sich aus der Summe,  $p_{\perp h} = (\sum_i^h p_{xi})^2 + (\sum_i^h p_{yi})^2$ . Diese rein hadronische Beschreibung der Kinematik ist durch die Unbeobachtbarkeit der Neutrinos wesentlich für die Rekonstruktion von Ereignissen mit geladenen Strömen. Die Definitionen (3.6) gestatten das Umschreiben der *Jacquet-Blondel*-Variablen in Analogie zu den Elektronvariablen (Gl. (3.9)):

$$y_{JB} = \frac{E_{\text{jet}}}{2E_e} (1 - \cos \theta_h) \quad Q_{JB}^2 = \frac{E_{\text{jet}}^2 \sin^2 \theta_h}{1 - y_{JB}}. \quad (3.12)$$

Die Auflösung in  $(x, Q^2)$  ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung der hadronischen Meßgrößen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^2}{Q^2} \Big|_{E_{\text{jet}}} &= \frac{2-y}{1-y} \frac{dE_{\text{jet}}}{E_{\text{jet}}} & \frac{\partial Q^2}{Q^2} \Big|_{\theta_h} &= -\frac{x}{x_0} \left( \frac{y}{1-y} \right) d\theta_h \\ \frac{\partial x}{x} \Big|_{E_{\text{jet}}} &= \frac{1}{1-y} \frac{dE_{\text{jet}}}{E_{\text{jet}}} & \frac{\partial x}{x} \Big|_{\theta_h} &= \left[ \frac{x}{x_0} \left( \frac{y}{1-y} \right) - 1 \right] \tan(\theta_h/2) d\theta_h. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die Auflösungen in  $Q_{JB}^2$  und  $x_{JB}$  sind auf Grund des Faktors  $\sim 1/(1-y)$  im Bereich  $y \rightarrow 1$  vergleichsweise schlechter als die der leptonisch bestimmten Größen. Bei kleinen  $y$ -Werten wird die  $Q^2$ -Auflösung besser und hängt im wesentlichen von der  $y$ -Auflösung,  $\sim dE_{\text{jet}}/E_{\text{jet}}$ , ab bzw. wird bei sehr kleinen Werten durch die  $\theta_h$ -Auflösung beeinflusst. Ebenfalls bei kleinen  $y$ -Werten degradiert die Rekonstruktion in  $x$  infolge der  $\theta_h$ -Abhängigkeit. Aus den genannten Gründen gehört die *Jacquet-Blondel*-Methode nicht zu den favorisierten Verfahren bei inklusiven Messungen.

Kombinationen von leptonischen und hadronischen Variablen sind durch die Energie- und Impulserhaltung am Lepton-Quark-Vertex möglich, wobei die Summe über die Energien der hadronischen Endzustandsteilchen im weiteren mit  $\Sigma$  symbolisiert werden soll:

$$\Sigma = \sum_{i=1}^h (E - p_z)_i \quad (3.14)$$

$$2E_e = \Sigma + E'_e(1 - \cos \theta_e). \quad (3.15)$$

Die verschiedenen Methoden der Variablenrekonstruktion erlauben es dann, die Auflösung in der  $(x, Q^2)$ -Ebene zu optimieren.

3. Die **gemischte Methode** (*mixed* - "M") nutzt die Redundanz über die direkte Verbindung der gut gemessenen *Jacquet-Blondel*-Variable  $y_{JB}$ ,  $dy_{JB}/y_{JB} = dE_{\text{jet}}/E_{\text{jet}}$  für fixierte  $\theta_h$ -Werte, mit der leptonischen Größe  $Q_e^2$  [84]:

$$y_m = y_{JB} \quad Q_m^2 = Q_e^2. \quad (3.16)$$

Durch die Wahl der leptonischen  $Q^2$ -Rekonstruktion wird auch die Bestimmung der Skalenvariable  $x$  unabhängig von der Messung der Transversalimpulse des hadronischen Flusses. Die relativen Fehler können dann wie folgt notiert werden:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{E'_e} &= \frac{dE'_e}{E'_e} & \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{\theta_e} &= -\tan(\theta_e/2) d\theta_e \\ \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{E_{\text{jet}}} &= -\frac{dE_{\text{jet}}}{E_{\text{jet}}} & \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{\theta_h} &= \tan(\theta_h/2) d\theta_h. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Für die  $Q^2$ -Auflösung gelten die bereits in den Gleichungen 3.10 genannten günstigen Bedingungen. Die Relationen zeigen für die Auflösung in  $x$  die bemerkenswerte Konsequenz, daß hier Faktoren  $\sim 1/y$  (Elektron-Methode) oder  $\sim 1/(1-y)$  (*Jacquet-Blondel*-Methode) nicht auftreten. Damit können mit Hilfe dieses Rekonstruktionsverfahrens im Vergleich zu der Elektron-Methode die Gebiete kleiner  $y$ -Werte erschlossen werden. Diese Methode gehört daher zu einer der attraktivsten Möglichkeiten für die Rekonstruktion der Kinematik für den Meßbereich  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ .

4. Die **Doppelwinkel-Methode** (*Double Angle* - "DA") basiert auf der Messung der Winkel  $\theta_e$  und  $\theta_h$ :

$$y_{DA} = \frac{\tan(\theta_h/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)} \quad Q_{DA}^2 = 4E_e^2 \frac{\cot(\theta_e/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)}. \quad (3.18)$$

Diese Variablen sind relativ unempfindlich gegenüber der Energiekalibration der Kalorimeter. Auf Grund dieser Eigenschaft ist die Doppelwinkel-Methode zur Kontrolle der Energiemessung geeignet.

Für die relativen Fehler dieser Rekonstruktionsmethode in  $x$  und  $Q^2$  gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial Q^2}{Q^2} \right|_{\theta_e} &= \frac{y-2}{\sin \theta_e} d\theta_e & \left. \frac{\partial Q^2}{Q^2} \right|_{\theta_h} &= \frac{-y}{\sin \theta_h} d\theta_h \\ \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{\theta_e} &= \frac{-1}{\sin \theta_e} d\theta_e & \left. \frac{\partial x}{x} \right|_{\theta_h} &= \frac{-1}{\sin \theta_h} d\theta_h. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Für die beiden Grenzfälle  $\theta_{e,h} \rightarrow 0^\circ$  sowie  $\theta_{e,h} \rightarrow 180^\circ$  verschlechtern sich die Auflösungen sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$ . Da kleine Laborstreuwinkel des Elektrons dem Gebiet der kleineren  $Q^2$ -Beträge entsprechen und dem großer Jetwinkel dem Bereich kleiner  $x$ -Werte, ist hier eine Begrenzung der Anwendbarkeit der Methode auf  $x \geq 0.001$  zu erwarten. Mit steigendem  $Q^2$  werden infolge der größeren Streuwinkel die Auflösungen in beiden Variablen besser und die Doppelwinkel-Methode eignet sich insbesondere für die Beschreibung dieses Teils des Phasenraums.

5. Die  $\Sigma$ -Methode (“ $\Sigma$ ”) kombiniert über die Relation (3.15) die leptonischen und hadronischen Endzustände [85]. Durch diese Konstruktion werden  $y_\Sigma$  und  $Q_\Sigma^2$  unabhängig von der Energie  $E_e$  des einlaufenden Elektrons:

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma}{\Sigma + E'_e(1 - \cos \theta_e)} \quad Q_\Sigma^2 = \frac{E_e'^2 \sin^2 \theta_e}{1 - y_\Sigma}. \quad (3.20)$$

In Abhängigkeit von den bereits eingeführten reinen leptonischen und hadronischen  $y$ -Variablen kann für  $y_\Sigma$  geschrieben werden:

$$y_\Sigma = \frac{y_{JB}}{1 + y_{JB} - y_e} \quad (3.21)$$

Für nichtradiative Ereignisse sowie bei kleinen  $y$ -Werten entspricht  $y_\Sigma$  dem nach *Jacquet-Blondel* rekonstruierten  $y$ . Die  $\Sigma$ -Methode erhält ihre Bedeutung vorrangig durch die Verbesserung des zugänglichen Bereiches bei sehr kleinen  $x \leq 0.001$ . Durch das Auftreten der Summe der gemessenen Energien der leptonischen und hadronischen Endzustände im Nenner der Gleichungen 3.20, wird die  $y$ -Messung gegenüber der rein hadronischen Bestimmung verbessert. Die explizite Unabhängigkeit von der einlaufenden Elektronenergie verringert zudem die radiativen Korrekturen auf Werte von einigen Prozent.

Für die Auflösung der mit der  $\Sigma$ -Methode rekonstruierten Variablen nehmen die Abhängigkeiten von  $E'_e$  und  $\theta_e$  die Gestalt an:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_\Sigma^2}{Q_\Sigma^2} \Big|_{E'_e} &= 2 \frac{\partial Q_e^2}{Q_e^2} \Big|_{E'_e} & \frac{\partial Q_\Sigma^2}{Q_\Sigma^2} \Big|_{\theta_e \rightarrow \pi} &= (1 - y) \frac{\partial Q_e^2}{Q_e^2} \Big|_{\theta_e} \\ \frac{\partial x_\Sigma}{x_\Sigma} \Big|_{E'_e} &= (2 - y)y \frac{\partial x_e}{x_e} \Big|_{E'_e} & \frac{\partial x_\Sigma}{x_\Sigma} \Big|_{\theta_e \rightarrow \pi} &= \frac{1+y}{1-y} y \frac{\partial x_e}{x_e} \Big|_{\theta_e}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die  $Q^2$ -Auflösung als Funktion der Energie ist demnach um den Faktor 2 schlechter im Vergleich zu der Elektron-Methode und kann mit ca. 8% angegeben werden. Die Bestimmung von  $x$  verbessert sich bei kleinen  $y$ -Werten, da die Auflösung frei von der  $1/y$ -Divergenz wird und die dahingehende Beschränkung des Meßbereichs wie bei der Elektron-Methode entfällt. Bei der  $\Sigma$ -Methode treten zudem für die Auflösungen der Variablen zusätzliche Terme der Form  $\sim \partial y_{JB}/y_{JB}$  auf. Diese werden hier nicht explizit aufgeführt, verursachen jedoch im wesentlichen die größere Unsicherheit im Gebiet hoher  $y$ -Werte der  $\Sigma$ -Rekonstruktion gegenüber der rein leptonischen Variablen. Daher wurde bei H1 bisher stets die Elektron- ( $y > 0.15$ ) und eine hadronische Methode (Mixed oder  $\Sigma$ ) kombiniert, um den verfügbaren ( $x, Q^2$ )-Bereich mit maximaler Präzision zu erfassen.

Neben der Erweiterung des meßbaren Teils des Phasenraums, bietet die Verwendung verschiedener Rekonstruktionsmethoden eine wichtige Möglichkeit, die systematischen Fehler zu kontrollieren und zu minimieren. Die vorliegende Arbeit stützt sich dabei auf die Elektron-,

die gemischte und die Doppel-Winkel-Methoden. Für alle drei Methoden wurde die Protonstrukturfunktion  $F_2$  extrahiert, die mit der Elektron-Methode gewonnenen  $F_2$ -Werte wurden von H1 tabellarisch und die DA-Werte zur Kontrolle veröffentlicht. Eine Analyse mit der  $\Sigma$ -Methode lieferte einen Teil der vom H1-Experiment veröffentlichten  $F_2$ -Werte [1], auf die im Zusammenhang mit der phänomenologischen Parametrisierung und der Gluonanalyse zurückgegriffen wird.

### 3.6 Ereignisgeneration und Detektorsimulation

Die Extraktion der Partonverteilungen aus dem gemessenen Streuquerschnitt erfordert eine möglichst genaue Kenntnis des theoretisch zu erwartenden Streuquerschnitts. Dieser kann u.a. durch eine Simulation der physikalisch relevanten Beiträge unter Berücksichtigung der Akzeptanz und Auflösung des Detektors berechnet werden.

Die Generation von  $ep$ -Ereignissen in niedrigster sowie höherer Ordnung der elektroschwachen und starken Wechselwirkung erfolgt bei HERA mittels Monte-Carlo-Techniken ( $\mathcal{MC}$ ), die eine adäquate Beschreibung des Detektors und der erforderlichen Selektions-schnitte ermöglichen. Grundlage der Ereignisgeneration ist die Faktorisierung des tief inelastischen Streuquerschnitts in einen kurzreichweitigen, harten und einen langreichweitigen, weichen Subprozeß. Die Matrixelemente der hart gestreuten Partonen werden im Rahmen der störungstheoretischen QCD berechnet. Die Partonverteilungsfunktionen sind z.B. durch FORTRAN-Bibliotheken [86] verfügbar. Die Simulation der Hadronisierung der Partonen erfolgt in zwei Stufen. In einem ersten Schritt können sich Partonen mit hoher Virtualität in Anlehnung an die Entwicklungsgleichungen der QCD kaskadenartig verzweigen, bis ein unterer Grenzwert der Virtualität (typischerweise  $1 \text{ GeV}^2$ ) erreicht ist. In dem zweiten Schritt wird durch phänomenologische Modelle die Fragmentation der Partonen in Hadronen und der Zerfall instabiler Hadronen simuliert.

LEPTO [87] ist ein Generator von  $ep$ -Wechselwirkungen, der die Vierervektoren der Quark-Lepton-Streuung auf dem Partonniveau  $V^*q \rightarrow q$  ( $V^* = \gamma, Z^0, W^\pm$ ) berechnet. QCD-Prozesse höherer Ordnungen sind durch die Entwicklung von Partonschauern implementiert worden. Optional können Matrixelemente der QCD-Prozesse erster Ordnung, wie die Abstrahlung eines Gluons  $V^*q \rightarrow qg$  und die Boson-Gluon-Fusion  $V^*g \rightarrow q\bar{q}$ , mitberücksichtigt werden. In dem Programm sind elektroschwache Korrekturen nicht eingeschlossen. Weiterhin benötigt LEPTO ein verbindendes Programm zu JETSET, das die Hadronisierung beschreibt.

HERACLES [88] ist ein  $ep$ -Ereignisgenerator auf dem Partonniveau, der jedoch radiative Korrekturen in erster Ordnung einschließt. Zusätzlich zu den Born-Ereignissen werden die virtuellen Ein-Schleifendiagramme, die Abstrahlung eines Photons vom ein- oder auslaufenden Lepton sowie Beiträge aus der inelastischen Compton-Streuung simuliert.

ARIADNE [89] ist ein Programm, das QCD-Kaskaden oder Partonschauer auf der Basis eines Farbdipol-Modells (*Colour Dipole Model* (CDM)) simuliert. In diesem Modell wirkt der Farbdipol, der sich zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest bildet, als Antenne, die weitere Gluonen mit kleiner werdenden Impulsen emittiert. Im Gegensatz zu der konventionellen QCD-Entwicklung der Partonschauer, durch die die emittierten Partonen nach ihrer Virtualität geordnet werden, kann die Verzweigung der Gluonen als eine Reihe in  $p_T^2$  angesehen werden.

JETSET [90] ist die Implementation des LUND-Stringmodells, in dem die Kräfte zwischen zwei Farbladungen durch Strings, die sich aus vielen Gluonen bilden, repräsentiert werden. Diese Strings und nicht die einzelnen Partonen fragmentieren dann in Hadronen.

Dieses Programm enthält eine Vielzahl von Parametern, die an die experimentell beobachteten hadronischen Endzustandsteilchen angepaßt wurden.

HERWIG [91] ist ein QCD-Generator, der insbesondere für die Bedingungen an  $e^+e^-$ - und  $p\bar{p}$ -Beschleunigern entwickelt wurde. Nach der konventionellen Generation der Partonen, wobei die Grenzen für die Emission von Gluonen in dem Partonschauer dynamisch gesetzt werden, entwickelt sich die Kaskade der Partonen ausgehend von einem maximalen Öffnungswinkel der ersten Verzweigung. Kombinationen aus den Partonen und Gluonen bilden dann farblose Cluster, die in Hadronen zerfallen.

Die genannten Programme können auf verschiedene Weisen miteinander verknüpft werden, um die Ereignisgeneration für die jeweiligen experimentellen Gegebenheiten zu optimieren. Hierzu gehört das Programm DJANGO [92], das eine Erweiterung von HERACLES darstellt und durch das Einbinden des Programms LEPTO QCD-Effekte höherer Ordnung berücksichtigt.

DJANGO, das an LEPTO anschließende Programm ARIADNE und JETSET bilden die Standardversion der Ereignisgeneration, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurde. Die Beschreibung der Quarkverteilungen erfolgte durch die Parametrisierung MRSH [93], die an die ersten Strukturfunktionsanalysen der HERA-Experimente ZEUS und H1 angepaßt wurde. Andere Kombinationen von Programmen bzw. Parametrisierungen wurden für die Untersuchung systematischer Fehler genutzt.

Insgesamt sind mit der *MC*-Version DJANGO 2.1 (HERACLES 4.2, ARIADNE 4.0, JETSET 7.3) 144075 wahre Ereignisse in dem auf den tief inelastischen Bereich kinematisch eingeschränkten Phasenraum  $\theta_e > 174^\circ$ ,  $Q_e^2 > 5 \text{ GeV}^2$  und  $W^2 > 4 \text{ GeV}^2$  generiert worden. Durch die Wichtung der Ereignisse mit  $Q^2 < 25 \text{ GeV}^2$  proportional zu dem dominierenden Propagatorterm  $1/Q^2$  haben für *MC*-Studien die Summe der Gewichte von 258513 zur Verfügung gestanden, die einem generierten Streuquerschnitt von  $\sigma_{MC} = 210 \text{ nb}$  entsprechen. Alle generierten Ereignisse erfahren weitere Modifikationen durch die Wechselwirkungen in den einzelnen Komponenten des H1-Detektors, deren detaillierte Beschreibung mit dem Programmpaket GEANT [94] erfolgt.

# Kapitel 4

## Datenanalyse

### 4.1 Ereignisdefinition

Die Messung der Protonstrukturfunktion basiert auf dem inklusiven, tief inelastischen Streuquerschnitt. Die Auswahl der Ereignisse beruht auf dem Nachweis des gestreuten Elektrons. Auf Grund der Impulserhaltung am hadronischen Vertex besteht zwischen dem aus dem ge-

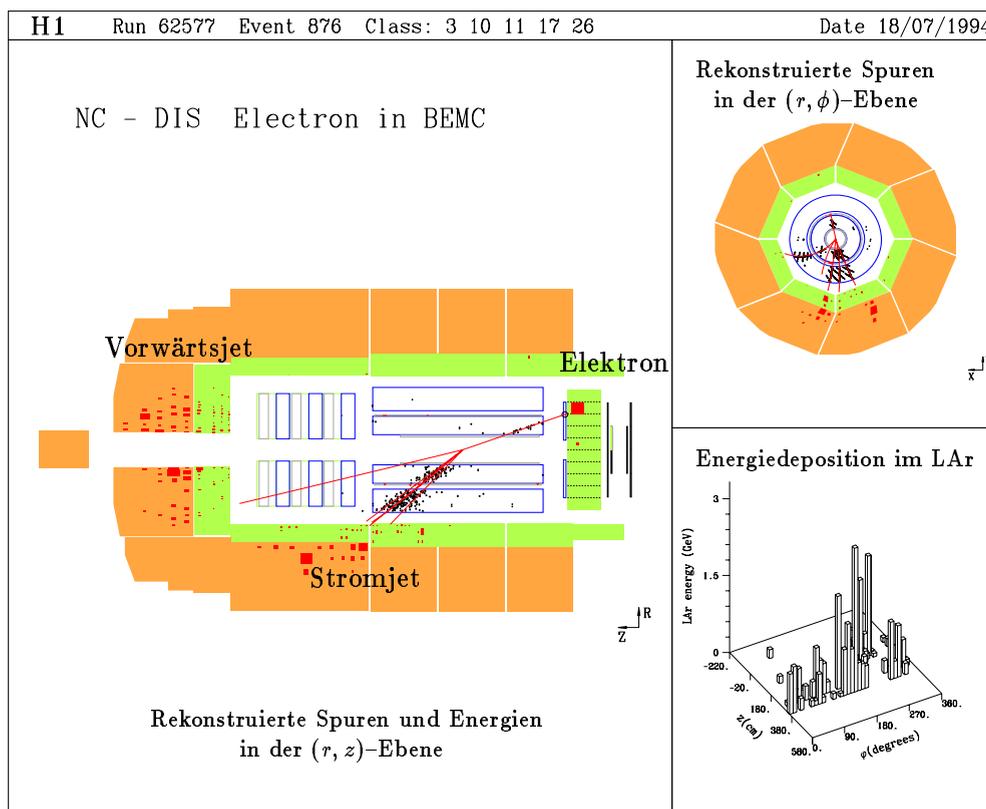


Abbildung 4.1: Tief inelastisches Ereignis für Werte  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  mit der 'typischen' Ereignissignatur: dem im BEMC nachgewiesenen Elektron, dem in Richtung des getroffenen Quarks sich bildenden Stromjet und dem hadronischen Fluß der Protonreste in Vorwärtsrichtung (Vorwärtsjet).

troffenen Quark sich bildenden Stromjet (im QPM) und dem Elektron Gleichgewicht der Transversalimpulse, d.h. in der  $(r, \phi)$ -Ebene zeigen die rekonstruierten Spuren in entgegengesetzte Richtungen. Die meisten Ereignisse mit  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ , d.h. bezüglich des HERA-Meßbereichs kleineren  $Q^2$ -Werten, werden auf Grund der kinematischen Relation  $\theta_e/2 = \arccos \sqrt{Q^2/(4EE')}$  zwischen dem Streuwinkel des Elektrons und dem Impulsübertrag ausschließlich im BEMC nachgewiesen. Die Analyse dieser Ereignisse ist die Grundlage der vorliegenden  $F_2$ -Messung.

Abbildung 4.1 zeigt ein typisches tief inelastisches Ereignis im H1-Detektor mit der beschriebenen Signatur und einem Energieeintrag im BEMC. Für die Vorselektion des Ereignisses war die richtige Flugzeitmessung mit dem im Rückwärtsbereich befindlichen TOF-System Voraussetzung, die den strahlinduzierten Untergrund um drei Größenordnungen unterdrückt. Der in der Abbildung 4.1 gut sichtbare elektromagnetische Cluster im rückwärtigen Kalorimeter ist korreliert mit einem Signal in der am BEMC befestigten Proportionalkammer BPC. Für die Elektronfindung konnten demzufolge die charakteristischen Größen definiert werden:

- Die Ausdehnung des Clusters in lateraler Richtung, ECRA (*Energy weighted Cluster Radius*).
- Der Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt und dem BPC-Treffer in der  $(x, y)$ -Ebene, DCLBP (*Distance Cluster-BPC*).

Die zentralen Spurkammern CJC1 und CJC2 bestimmen die Koordinaten des Wechselwirkungspunkts erst in der  $(r, \phi)$ - und dann unter der Zuhilfenahme der Driftkammern CIZ und COZ in der  $(r, z)$ -Ebene. Die Kombination des  $z$ -Vertex mit dem rekonstruierten Raumpunkt in der BPC liefert den Elektronstreuwinkel  $\theta_e$ . Mit der Messung der Energie und des Winkels des gestreuten Elektrons ist die Kinematik des tief inelastischen Ereignisses eindeutig bestimmt. Der Nachweis der hadronischen Energiedepositionen im LAr-Kalorimeter sowie der Spuren der Hadronen, siehe Abb. 4.1, ermöglicht die redundante Bestimmung der Reaktionskinematik bei H1.

Die aus der Abbildung 4.1 abgeleiteten Kriterien, nach denen sich die tief inelastischen Ereignisse selektieren lassen, können demnach wie folgt zusammengefaßt werden:

- i) die Elektronidentifikation,
- ii) die Bestimmung des Wechselwirkungspunkts,
- iii) die Unterdrückung des Untergrundes und
- iv) die Begrenzung des Phasenraums durch kinematische Schnitte. Die Festlegung der endgültigen kinematischen Grenzen kann erst im Zusammenhang mit der Einschätzung der Größe der systematischen Fehler und der Auflösung der kinematischen Variablen erfolgen, siehe Abschnitt 5.1.

Die detaillierten Ausführungen der genannten Punkte ist der Gegenstand der nachfolgenden Abschnitte.

## 4.2 Datenreduktion

Die modulare Bauweise des H1-Experiments, siehe Abschnitt 3.3, führt zu einer Unterscheidung der Rohdaten (POT's) bezüglich der das Elektron nachweisenden Detektorkomponenten in folgende Klassen:

- Klasse 9** : Elektron im LAr-Kalorimeter.
- Klasse 10** : Elektron im BEMC und Vertex in  $z$ .
- Klasse 11** : Elektron im BEMC und Signal in der BPC.

Alle Klassen setzen eine korrekte Flugzeitmessung voraus (*TOF-Veto*).

Die hier diskutierte Messung der Strukturfunktion  $F_2$  beruht auf der Ereignisklasse 11, die wie folgt definiert ist [95]:

- 1) Im BEMC wird eine Clusterenergie  $E_{\text{BCLR}} \geq 6 \text{ GeV}$  rekonstruiert.
- 2) Clusterzentren in den inneren dreieckigen Modulen des BEMC, die der Strahlröhre am nächsten sind, werden ausgeschlossen, da für diese 1993 keine definierte Kalibrierung und Triggerbedingungen vorlagen. Das entspricht einem Schnitt in den lateralen Größen  $x$  und  $y$  des BEMC,  $|x|$  oder  $|y| \leq 13 \text{ cm}$ .  
und
- 3) Der Abstand von dem BPC-Treffer zum Schauerschwerpunkt genügt der Bedingung  $\text{DCLBP} \leq 10 \text{ cm}$ .  
oder
- 4) Der Clusterradius ECRA ist kleiner als  $8 \text{ cm}$ .

Die so selektierten Elektronkandidaten schließen falsch identifizierte hadronische Teilchen ein, da die Nachweisempfindlichkeit des BEMC auf Hadronen auf ca. eine Wechselwirkungslänge begrenzt ist. Hadronen, die Elektronen vortäuschen können, werden bei HERA vor allem durch Photoproduktionsereignisse, die sich durch quasireelle Impulsüberträge  $Q^2 \sim 0$  und Elektronstreuwinkel  $\theta_e \rightarrow 180^\circ$  auszeichnen, hervorgerufen. Die deponierten Energien der hadronischen Teilchen sind jedoch klein, so daß diese Art von Untergrund sich vor allem in einem Zuwachs des Streuquerschnitts in dem kinematischen Gebiet großer  $y$ -Werte äußert. Der  $\gamma p$ -Untergrund kann daher mit einem unteren Energieschnitt schon recht effektiv begrenzt werden, eine detailliertere Beschreibung ist Gegenstand des Abschnitts 4.4.

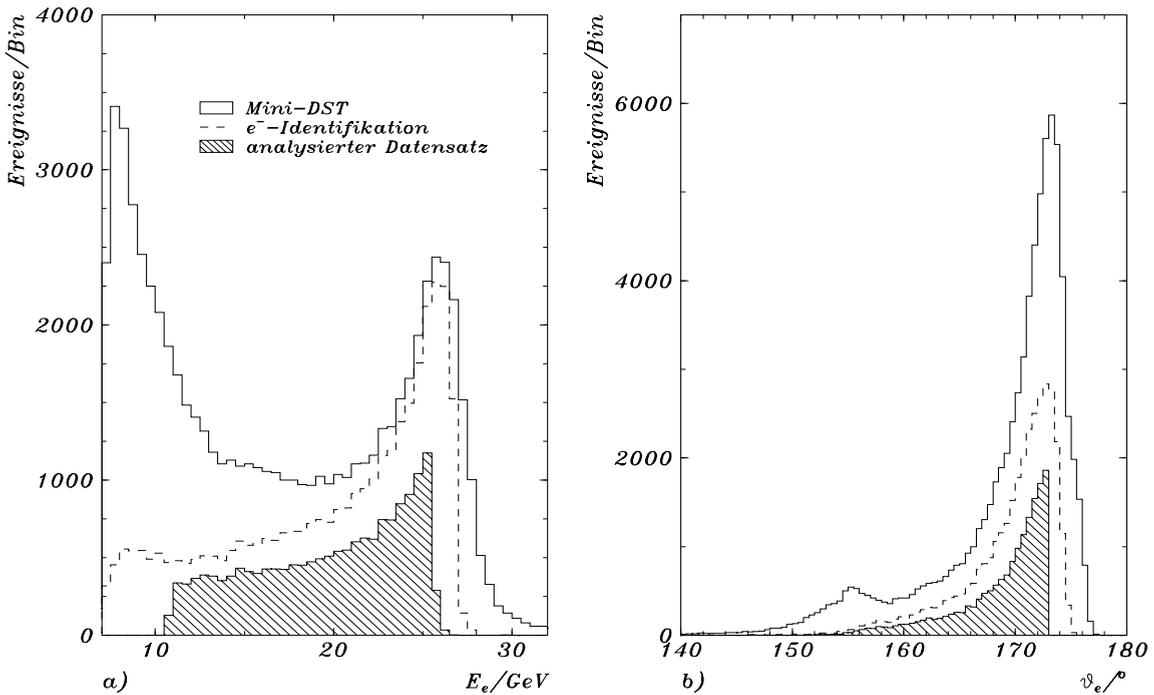


Abbildung 4.2: Verteilungen a) der Energie  $E'_e$  und b) des Winkels  $\theta_e$  des gestreuten Elektrons für die selektierten Kandidaten des Mini-DST's (volle Linie), die strengeren Selektionskriterien der Elektronidentifikation (Strichlinie) und für den endgültigen Datensatz, deren Form im besonderen durch die kinematischen Schnitte bestimmt wird.

Nach einer Verschärfung des Energieschnitts,  $E_{\text{BCLR}} \geq 8 \text{ GeV}$ , werden dann sogenann-

te **DST (Data Summary Tape)** geschrieben, die für die Berechnung von Schnitteinaktivitäten wichtig sind. Die DST's stellen eine erste Verringerung der Datenmenge dar (1993 auf ca. 50%). Weitere Reduktionen erfolgen durch strenger formulierte Schnitte, insbesondere durch die Forderung der Existenz eines Vertex in  $z$ , beim Übergang zu Mini-DST's (1993 auf ca. 1/3 des DST's). Abbildung 4.2 zeigt die Verteilungen der Energie und des Winkels der selektierten Elektronkandidaten des Mini-DST's, den Einfluß der mit (4.2) gewählten Schnitte der weiteren Elektronidentifikation und die nach der kinematischen Einschränkung des Phasenraums bzw. Unterdrückung des Untergrundes erhaltenen Verteilungen.

**Runselektion** [96] Die totale integrierte Luminosität von  $568 \text{ nb}^{-1}$  des Jahres 1993 setzt sich aus 3134 Runs zusammen, die sich durch ihre Luminosität, die Untergrundrate und den Status der Subdetektoren bzw. der HERA-Strahlbedingungen unterscheiden. Dementsprechend wird die Qualität der Runs mit den Kategorien gut, mittel und schlecht bewertet. Für diese Analyse wurden alle schlechten, mit dem Fehlen wichtiger Komponenten behafteten Runs ausgeschlossen. Es wurden nur Runs zugelassen, in denen das LAr- und das BEMC-Kalorimeter, die CJC und die BPC eingeschaltet waren. Zudem sollte die Verteilung der  $z$ -Vertizes der nominalen Breite von  $\sigma_z = 10 \text{ cm}$  entsprechen. Insbesondere wurden Runperioden ausgeschlossen, die

- keine oder unregelmäßige Informationen über den Hochspannungszustand von Subdetektoren enthielten,
- einen unkontinuierlich arbeitenden  $z$ -Vertex-Trigger aufwiesen,
- Probleme mit der Auslese des LAr-Kalorimeters hatten.
- in der Zeit registriert wurden, in der die Hauptspule des Detektors nicht arbeitete und kein Magnetfeld für die Spurerkennung zur Verfügung stand ( $\simeq 0.15 \text{ pb}^{-1}$ ),
- die Nominalposition des Wechselwirkungspunktes auf  $+z = 75 \text{ cm}$  verschoben wurde (*shifted vertex*), um die Akzeptanz für den Bereich  $Q^2 < 15 \text{ GeV}^2$  zu erhöhen. Diese Datenmenge von  $2.4 \text{ nb}^{-1}$  durchlief eine gesonderte Analyse [97].

Weiterhin unterteilt sich die Datennahme bei H1 während eines Runs in bis zu 4 Phasen [98], von denen nur die Phasen 3 und 4 akzeptablen Untergrundbedingungen entsprechen und akzeptiert wurden.

In einem letzten Schritt wurde für jeden Run die Anzahl der selektierten Ereignisse pro Luminosität mit dem nach mehreren Iterationen erhaltenen gewichteten Mittel verglichen und Runs außerhalb von  $4\sigma$  verworfen, was einen statistischen Verlust von weniger als 0.01% guter Daten ergab.

Insgesamt führte die Runselektion auf eine verwendete integrierte Luminosität für das Betriebsjahr 1993 von

$$L = (271.3 \pm 13.5) \text{ nb}^{-1} \quad (1139 \text{ Runs}),$$

die den verfügbaren Datensatz für die Analyse tief inelastischer Ereignisse festlegt.

### 4.3 Ereignisselektion

**Elektronidentifikation** Die analysierten tief inelastischen Ereignisse mit  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  werden ausschließlich über die Identifikation des gestreuten Elektrons mit dem energiereichsten elektromagnetischen Cluster im rückwärtigen elektromagnetischen Kalorimeter BEMC definiert.

Die laterale Schauerentwicklung im BEMC kann über den Molière-Radius beschrieben werden. Innerhalb des Molière-Radius' von ca.  $3.4 \text{ cm}$  sind 90% des Schauers enthalten, d.h.

auf Grund der Dimension der Module von  $16 \times 16 \text{ cm}^2$  wird der elektromagnetische Schauer häufig vollständig in einem Modul absorbiert [76, 78]. Die Rekonstruktion der Energie in einem Modul erfolgt über die Analyse der Lichtausbeute von vier Photodioden, die an den Seiten jedes Szintillatormoduls angebracht sind. Die Definition des Schaueradius' ECRA erfolgt über den auf die Clusterenergie  $E_{Cluster}$  bezogenen Mittelwert der Energiedepositionen  $E_i$  in jedem Modul  $i$ ,

$$ECRA = \frac{1}{E_{Cluster}} \sum_{i=1}^n E_i \times |r_i - r_{Cluster}| \quad (4.1)$$

mit den Zentren  $r_i$  und dem Clustermittelpunkt  $r_{Cluster}$  in der  $(x, y)$ -Ebene. Für Elektronen ergibt sich eine laterale Ortsauflösung von ca.  $1.5 \text{ cm}$  [76].

Die Elektronidentifikation im BEMC wird vervollständigt durch die Zuordnung des Treffers in der BPC im kleinsten, parallaxkorrigierten transversalen Abstand DCLBP.

Das Verhalten der Selektionsvariablen ECRA und DCLBP ist in Abb. 4.3 für den endgültigen Datensatz dargestellt. In beiden Verteilungen ist eine Verschiebung zwischen den Daten und der  $MC$ -Rekonstruktion sichtbar, die teilweise auf die verwendete schnelle BEMC-Simulation, H1-FAST, zurückgeführt werden kann, die einen schmaleren elektromagnetischen Schauer im Vergleich zu der zeitaufwendigeren, kompletten Simulation erzeugt [99]. Das beeinflusst jedoch nicht wesentlich die Ereignisselektion, da die Bedingungen für die Elektronidentifikation mit

$$ECRA < 4 \text{ cm und DCLBP} < 4 \text{ cm} \quad (4.2)$$

festgelegt wurden, siehe Abb. 4.3.

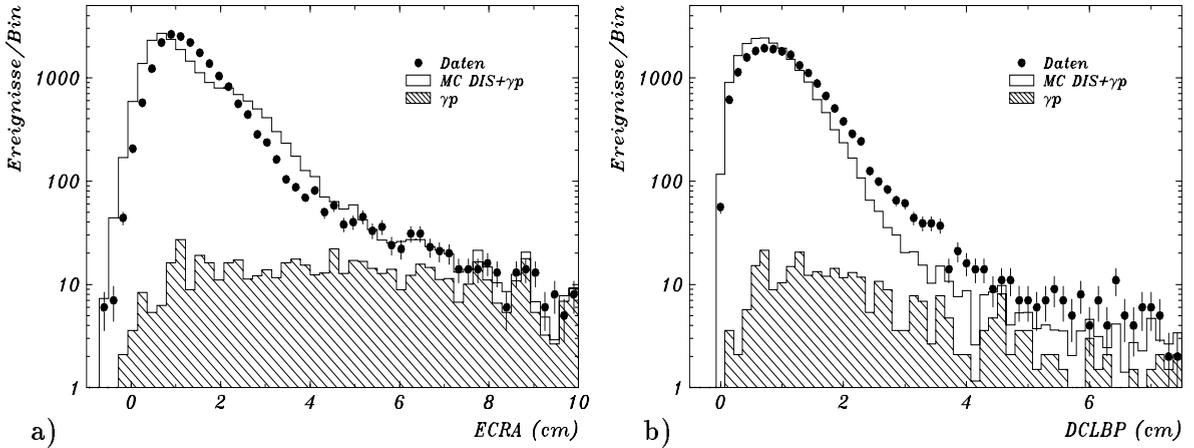


Abbildung 4.3: Verteilungen der Selektionsvariablen a)  $ECRA$  (ohne  $DCLBP$ -Schnitt) und b)  $DCLBP$  (ohne  $ECRA$ -Schnitt) für den endgültigen Datensatz. Die  $MC$ -Verteilungen sind auf die Luminosität 1993 normiert.

**Wechselwirkungspunkt** Die Bestimmung des Wechselwirkungspunktes in  $x$ ,  $y$  und  $z$  ist für die präzise Rekonstruktion der Ereigniskinematik erforderlich. Die mittlere Vertexpoposition in der  $(x, y)$ -Ebene ist sehr stabil je Elektronenfüllung. Eine Anpassung der guten Spuren aller zu einer Elektronenfüllung gehörenden Runs bestimmt daher die  $(x, y)$ -Position

des  $ep$ -Vertex für den betreffenden Zeitraum. Gute Spuren haben mindestens 5 Hits in den Driftkammern und weniger als 5  $cm$  (10  $cm$ ) Abstand zum  $(x, y)$ -Vertex für die CT (FT)-Spuren sowie einen Fehler  $\delta_z < 10 cm$  für die FT-Spuren. Für die  $z$ -Vertexbestimmung ist mindestens eine mit dem zentralen Spurdetektor oder mit dem Vorwärtsspurkammersystem gut gemessene Spur erforderlich. Die Genauigkeit der  $z$ -Vertex-Messung beträgt für die meisten, durch die CJC bestimmten Ereignisse ca. 1  $cm$ .

Die Verteilung der  $z$ -Vertexpositionen der selektierten tief inelastischen Ereignisse wird in Abb. 4.4 gezeigt. Die Analyse der  $ep$ -Ereignisse bei nominaler Vertexlage wurde auf den  $z$ -Bereich

$$z = (-5 \pm 30) cm \quad (4.3)$$

eingeschränkt, die Breite der Vertexverteilung ist etwa  $\sigma_z \cong 10 cm$ . Die logarithmische Darstellung Abbildung 4.4 b läßt bei etwa +60  $cm$  ein zweites Maximum erkennen, das durch die Proton-Satellitbunche verursacht und durch den Schnitt (4.3) ausgeschlossen wurde. Indirekt können die Satellitereignisse über die  $z$ -Vertex-Effektivität sowie über die Normierung durch die Luminositätsmessung Anteile liefern, die zu berücksichtigen sind.

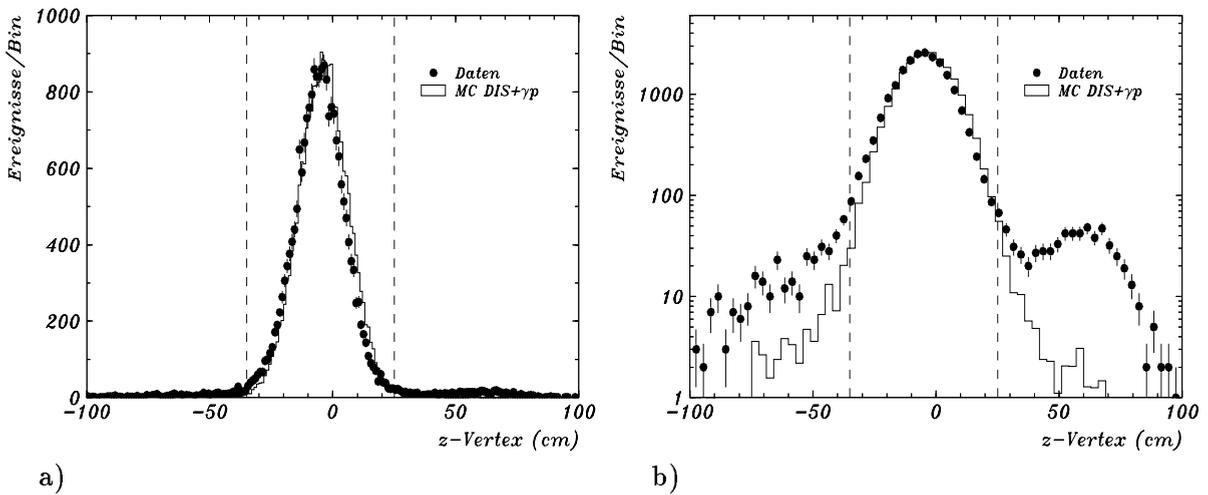


Abbildung 4.4: Verteilung der Wechselwirkungspunkte in  $z$  (normiert auf die Luminosität), die mit Spurinformatoren aus dem zentralen Detektor (CT) oder dem Vorwärtsdetektor (FT) rekonstruiert wurden. Die Darstellung in zwei verschiedenen Skalen zeigt in a) den Hauptanteil der Daten um den mittleren nominalen Wechselwirkungspunkt und in b) insbesondere die Beiträge durch die Satellit-Bunche in dem  $+z$ -Bereich von 40 bis 80  $cm$ .

In Abbildung 4.4 ist eine Verschiebung der nominalen Vertexpositionen zwischen den Daten und der  $MC$ -Beschreibung sichtbar,

$$\Delta z = \langle z \rangle_{Daten} - \langle z \rangle_{MC} \cong -(4.9 - 3.6) cm = -1.3 cm. \quad (4.4)$$

Wegen der über das Gebiet von +40 bis -40  $cm$  nahezu konstanten Akzeptanz bedeutet das einen vernachlässigbaren Effekt für die  $F_2$ -Berechnung im Rahmen der in dieser Analyse gewählten kinematischen Schnitte und der erzielten Genauigkeit von 10-15%. Abbildung 4.5 zeigt die  $z$ -Vertex-Verteilung der nach der Elektron-Methode (Abb. 4.5a) und der Mixed-Methode (Abb. 4.5b) ausgewählten Ereignisse unter Berücksichtigung der Verschiebung  $\Delta z$ .

Wie zu erwarten, sind die  $z$ -Vertex-Verteilungen nahezu unabhängig von der Rekonstruktionsmethode. Durch die unterschiedlichen kinematischen Schnitte repräsentieren sie jedoch verschiedene Phasenraumgebiete. Die Elektron-Methode bezieht sich fast ausschließlich auf die mit dem zentralen Detektor gemessenen Wechselwirkungspunkte (1.6% FT-Vertizes) und den Bereich sehr kleiner  $x$ ,  $\langle x \rangle \sim 10^{-3}$ . Im Gegensatz dazu werden durch die gemischte Analyse die Bereiche höherer  $x$ -Werte zugänglich,  $\langle x \rangle \sim 5 \cdot 10^{-3}$ , die zunehmend dem Akzeptanzgebiet des Spurdetektors in Vorwärtsrichtung entsprechen. Der Anteil der FT-Vertizes wird auf ca. 6% erhöht, siehe den schraffierten Bereich in Abb. 4.5b.

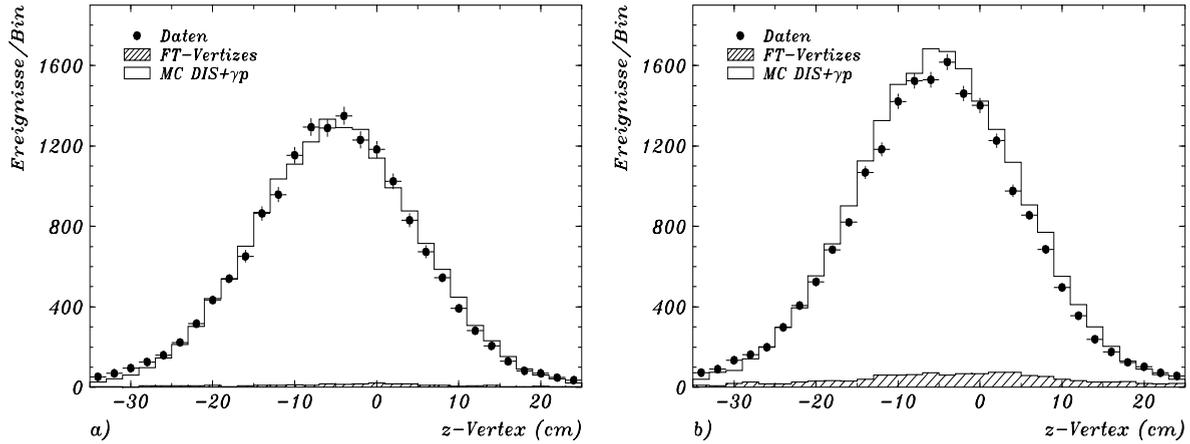


Abbildung 4.5: Die  $z$ -Vertex-Verteilungen der endgültigen Datensätze selektiert nach der a) Elektron-Methode und der b) Mixed-Methode, die verschiedene Akzeptanzbereiche des Detektors H1 repräsentieren. Die Normierung der Verteilungen entspricht der Datenluminosität.

## 4.4 Untergrund

**Strahlinduzierter Untergrund** Wechselwirkungen des Proton- oder Elektronstrahls mit der Strahlröhre bzw. mit Restgasmolekülen sind im Bereich  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  die Hauptquelle für Untergrundereignisse, die nicht durch  $ep$ -Kollisionen hervorgerufen werden. Dies ist der strahlinduzierte Untergrund. Der größte Anteil solcher Ereignisse kann mit dem im Abschnitt 3.3 beschriebenen Flugzeitsystem TOF wirksam unterdrückt werden. Die Selektion tief inelastischer Daten mit der genannten Elektronidentifikation und der Existenz eines Wechselwirkungspunkts führt für den in der Analyse betrachteten Phasenraum,  $E'_e > 10.6 \text{ GeV}$  und  $\theta_e < 173^\circ$ , zu einer wirksamen Begrenzung dieses Untergrundes. Die Signaturen der Untergrundereignisse unterscheiden sich häufig deutlich von denen der eigentlichen  $ep$ -Ereignisse, zum einem durch den fehlenden oder nur entfernt von der Nominalposition rekonstruierten  $z$ -Vertex und zum anderen durch das Nichtpassieren der BEMC-Triggerbedingungen und der Energieschnitte auf Grund der oft nur geringen Schwerpunktennergien.

Die detaillierte Untersuchung der Reinheit des endgültigen Datensatzes kann durch visuelle Inspektion (*scannen*) eines Teils der Ereignisse und Studien der Pilot-Bunch-Ereignisse erfolgen. Pilot-Bunche, d.h. Elektron- und Proton-Teilchenbunche ohne Kollisionspartner,

bieten die Möglichkeit für systematische Studien der Effektivität von Schnitten zur Unterdrückung des Untergrundes.

1993 lief HERA mit 10 Elektron- und 6 Proton-Pilot-Bunchen, die auf dem Mini-DST (Klasse 11) einen Anteil von ca. 3.3% (2600 Ereignisse) hatten. Die Abschätzung der Untergrundzahlen in der  $(x, Q^2)$ -Ebene erfolgte nach der Gleichung 3.2, wobei das Verhältnis  $I_{all}/I_{pilot}$  des Gesamtstromes der Elektronen bzw. der Protonen  $I_{all}$  zu dem Strom der  $e^-$  bzw.  $p$ -Pilot-Bunche  $I_{pilot}$  durch folgende Skalierungsfaktoren ersetzt wurde [100]:

- Proton-Pilot Bunche : 18
- Elektron-Pilot Bunche : 8.

In der Abbildung 4.6 werden die verbleibenden Pilot-Bunch-Ereignisse in dem gewählten Binning gezeigt, was für den endgültigen Datensatz einen totalen Anteil von 3-4% an strahl-induziertem Untergrund bedeuten würde. Die Verteilung des Untergrundes in der  $(x, Q^2)$ -

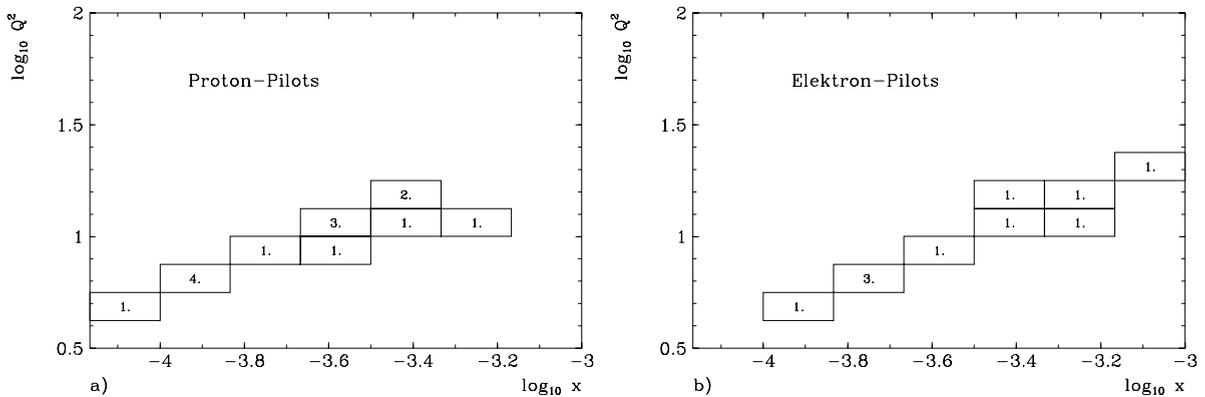


Abbildung 4.6: Verteilung der Pilot-Bunch-Ereignisse in der  $(x, Q^2)$ -Ebene. Die Selektion erfolgte über den Nachweis des gestreuten Elektrons (Elektron-Methode), ohne einen speziellen Schnitt gegen den strahlinduzierten Untergrund zu verwenden. Gezeigt werden die verbleibenden Ereignisse in a) die durch den Protonstrahl sowie b) durch den Elektronstrahl induziert wurden. Die Ereigniszahlen müssen noch um die im Text angegebenen Skalierungsfaktoren erhöht werden.

Ebene ist nicht gleichmäßig. Insbesondere die Gebiete kleiner  $x$ - und großer  $y$ -Werte sind stark belastet, und einzelne Bins weisen bis zu 10% Untergrundereignisse auf. Daher wurde in der Analyse des Jahres 1993 auf ein für die erste H1-Analyse entwickeltes Kriterium zurückgegriffen, das die Information des zentralen Spurdetektors nutzt [5]. Dieser Schnitt bezieht sich auf die relative Anzahl der Spuren, die zum Vertex angepaßt wurden, zu der Anzahl aller Spuren, die ihren Ausgangspunkt in der inneren zentralen Spurkammer CJC1 hatten, und wird als RVFIT (*Ratio Vertex Fitted Tracks*) bezeichnet:

$$\text{RVFIT} = \frac{N_{\text{Spuren mit Vertex}}}{N_{\text{Alle Spuren beginnend in der CJC1}}} > \frac{1}{4}. \quad (4.5)$$

Im betrachteten kinematischen Bereich werden mit dem RVFIT-Kriterium alle Pilot-Bunch-Ereignisse unterdrückt. Die durch diesen Schnitt bedingten Verluste an guten tief inelastischen Ereignissen wurden mit Hilfe der gescannten Ereignisse auf 3% abgeschätzt. Sie werden gut

durch die  $\mathcal{MC}$ -Simulation beschrieben, siehe auch Abbildung 4.15b.

**Photoproduktions-Untergrund** Ursache für Untergrundereignisse aus Elektron-Proton-Kollisionen sind Photoproduktionsprozesse, in denen das gestreute Elektron ohne Nachweis den H1-Detektor verläßt ( $Q^2 \ll M_{\text{Proton}}^2$ ) und Sekundärteilchen im BEMC ein DIS-Elektron vortäuschen. Die Bedeutung dieser Ereignisklasse ergibt sich aus dem hohen Streuquerschnitt<sup>1</sup> [101],

$$\sigma_{\gamma p}^{\text{tot}} = 165 \pm 2 \text{ (stat.)} \pm 11 \text{ (syst.) } \mu\text{b}, \quad (4.6)$$

im Vergleich zum tief inelastischen Streuquerschnitt ( $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$ ) [102]

$$\sigma_{\text{DIS}}^{\text{tot}} = 92 \pm 11 \text{ (stat.)} \pm 12 \text{ (syst.) } \text{nb}. \quad (4.7)$$

Hadronische Endzustandsteilchen sind die dominante Quelle der falsch identifizierten elektromagnetischen Schauer im BEMC. Diese entstehen durch:

- (i) Zerfälle neutraler Pionen,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ : Neutrale Pionen zerfallen bereits in dem Bereich der Wechselwirkungszone infolge ihrer sehr kurzen Lebensdauer,  $\tau = 0.87 \cdot 10^{-16} \text{ s}$ . Die entstehenden Photonen können ihrerseits wieder in den Kammermaterialien (Endflansch, Kabel usw.) zu Elektronen und Positronen konvertieren, die Spurpunkte in der BPC und einen elektromagnetischen Schauer im BEMC erzeugen. Diese Prozesse liefern den Hauptanteil falsch identifizierter Elektronen.
- (ii) Beiträge von Photonen: Durch die Kalorimetermessungen nicht unterscheidbare Energieeinträge werden auch durch reine Photonenschauer verursacht. Die Forderungen nach einem zugehörigen Treffer in der BPC sowie nach Spuren in der zentralen Kammer unterdrücken diese Beiträge sehr effektiv.
- (iii) Wechselwirkungen geladener Pionen  $\pi^\pm$ : Geladene Pionen deponieren nur etwa 50% ihrer Energie im BEMC, tragen also dominant bei kleinen Energien bei. Die Unterdrückung erfolgt vorrangig über einen unteren Energieschnitt.
- (iv) Überlappungen von geladenen Pionen und Photonen: Geladene Pionen in der räumlichen Nähe von Photonen bilden einen nur schwer identifizierbaren Untergrund. Das Photon erzeugt einen BEMC-Cluster, und das geladene Pion täuscht eine dazugehörige Spur sowie einen BPC-Treffer vor.

Allen  $\gamma p$ -Untergrundprozessen ist gemeinsam, daß sie selten hohe Energien ( $> 10 \text{ GeV}$ ) im BEMC deponieren können.

Ungefähr 10% der Photoproduktionsereignisse können über den Nachweis des gestreuten Elektrons im Elektrontagger,  $E_{\text{ET}} > 4 \text{ GeV}$ , identifiziert werden. Auftretende Überlappungen zwischen wahren tief inelastischen Ereignissen mit Bethe-Heitler-Prozessen werden dabei mit einem Schnitt in  $(E - p_z)_h < 40 \text{ GeV}$  aus der weiteren Analyse ausgeschlossen. Die strengen Selektionskriterien zur Elektronidentifikation durch die ECRA- und DCLBP-Schnitte führen bereits zu einer wesentlichen Unterdrückung der Beiträge aus Photoproduktionsprozessen, siehe Abb. 4.2. Für eine quantitative Abschätzung der Kontamination der tief inelastischen Daten ist jedoch die Simulation von Photoproduktionsereignissen erforderlich. Bei der Simulation wurden folgende Anteile berücksichtigt:

<sup>1</sup>Die Angabe bezieht sich auf eine mittlere Schwerpunktenergie des  $\gamma p$ -Systems  $\langle W_{\gamma p} \rangle = 200 \text{ GeV}$ .

- Vektormesonerzeugung: Ereignisgenerator RAYVDM [103]:  
 $L_{\text{VDM}} \cong 300 \text{ nb}^{-1}$  entsprechend dem Streuquerschnitt von  $\sigma_{\text{VDM}} \cong 5820 \text{ nb}$  und
- harte Beiträge hoher  $p_{\perp}$ : Ereignisgenerator PHYTIA [90]. Mit PHYTIA sind sowohl die direkten als auch die aufgelösten (*resolved*) Prozesse simuliert worden:  
 $L_{\text{Dir}} \cong 415 \text{ nb}^{-1}$  entsprechend dem Streuquerschnitt von  $\sigma_{\text{Dir}} \cong 450 \text{ nb}$  und  $L_{\text{Res}} \cong 160 \text{ nb}^{-1}$  entsprechend dem Streuquerschnitt von  $\sigma_{\text{Res}} \cong 4400 \text{ nb}$ .

Für die Bedingungen des Jahres 1993 wurden Datensätze äquivalent zu den angegebenen Luminositäten simuliert [104]. Die relativen Anteile der einzelnen Beiträge wurden an die

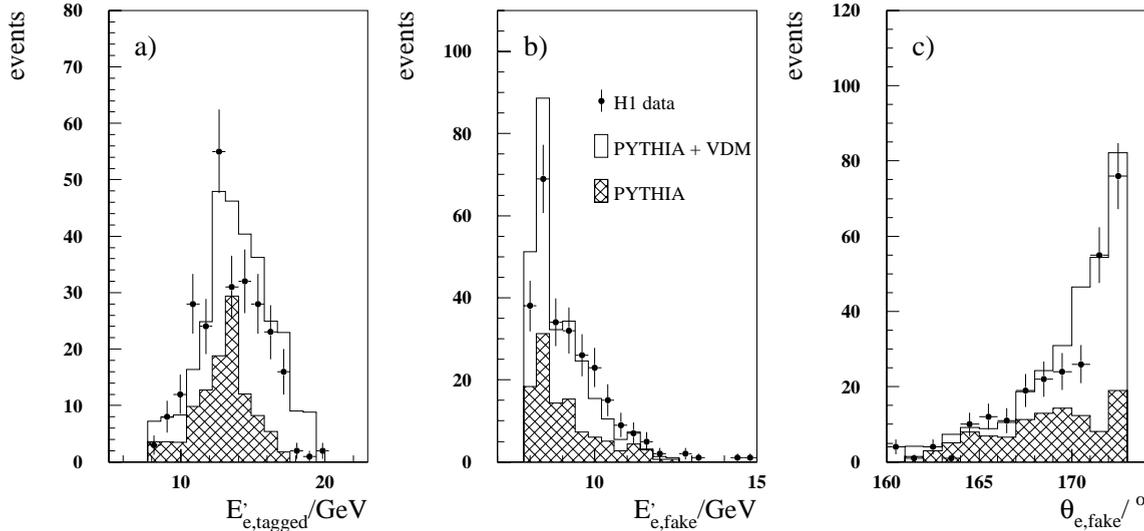


Abbildung 4.7: Verteilungen der mit dem Elektronentagger identifizierten Photoproduktionsergebnisse: a) die Energieverteilung  $E'_{e,tagged}$  des gestreuten Elektrons im Elektronentagger, b) und c) die Energie- und Winkelverteilungen der im BEMC falsch identifizierten (faked) tief inelastischen Elektronenkandidaten. Bei dem Vergleich mit den MC-Simulationen ist zu beachten, daß der statistische Fehler des Monte-Carlo's ungefähr dem des Datensatzes entspricht [1].

Ergebnisse der H1-Analyse des totalen Photoproduktionsquerschnitts angepaßt [101]. Abbildung 4.7a zeigt die Verteilung der im Elektronentagger (ET) gemessenen Energien der gestreuten Elektronen, die identifizierter (*tagged*) Photoproduktionsergebnisse. Die Abbildungen 4.7b und c veranschaulichen die Energie- und Winkelverteilungen der im BEMC vorgetäuschten Elektronen. Die Übereinstimmung zwischen den MC-Simulationen und den Datenverteilungen sowohl in der Beschreibung der Form als auch in der Normierung bildet die Grundlage für die statistische Subtraktion des  $\gamma p$ -Untergrundes von den selektierten Daten in jedem  $(x, Q^2)$ -Bin. Der Fehler der Normierung des Untergrundes wurde dabei mit 50% angenommen. Die Erhöhung des Energieschnitts in  $E'_e$  von  $8 \text{ GeV}$  auf  $10.6 \text{ GeV}$  ( $y_e > 0.6$ ) bewirkt eine Reduktion der höchsten Kontamination in einem Bin von 15% auf 9%, und auf 1-3% in nur drei weiteren Bins.

## 4.5 Messung von Energie und Streuwinkel

**Energiekalibration** Die Kalibration des BEMC erfolgt mit dem selektierten Datensatz tief inelastisch gestreuter Elektronen durch zwei Verfahren:

- Die Messung des *kinematischen Peaks*, siehe Abschnitt 3.4. Der Bereich des kinematischen Peaks entspricht dem Gebiet großer  $x$ -Werte, d.h. einem Gebiet, in dem die Protonstrukturfunktion durch die Präzisionsmessungen der Experimente mit ruhendem Target sehr gut bekannt ist. Die gemessene hochenergetische Flanke wird mit  $\mathcal{MC}$ -Simulationen verglichen und die Kalibration durch Skalierungen gegebenenfalls korrigiert.
- Die Kalibration mit der Doppelwinkel-Methode, siehe Abschnitt 3.5. Die im BEMC gemessene Energie wird aus den Messungen der Winkel  $\theta_e$  und  $\theta_h$  bestimmt:

$$E'_e = E_e \frac{\tan(\theta_e/2) + \cot(\theta_e/2)}{\tan(\theta_e/2) + \tan(\theta_h/2)}. \quad (4.8)$$

Die mit der Doppelwinkel-Methode betrachteten Daten setzen einen rekonstruierten  $z$ -Vertex voraus. Daher und wegen der Sensitivität der Jetwinkelbestimmung infolge von Verlusten im Bereich der Strahlröhre, ist die Anwendbarkeit der Methode auf den Bereich  $\theta_h \geq 25^\circ$  beschränkt.

Eine erste Energiekalibration wurde für jene quadratischen 32 BEMC-Module durchgeführt, die der Strahlröhre am nächsten sind und dem Akzeptanzgebiet der BPC entsprechen,  $\theta_e < 173^\circ$  [105]. Ein oberer Winkelschnitt,  $\theta_e > 161^\circ$ , beschränkte die Analyse auf das Gebiet der kalibrierten BEMC-Module. Die inneren dreieckigen Module wurden durch einen Schnitt auf die minimale Position des Clusterzentrums ausgeschlossen, siehe Abschnitt 4.2. Für die relativen Energieverluste in den Übergangsbereichen zwischen den Modulen (*Cracks*) wurden die Clusterenergien mit Hilfe von tabellierten Werten zu den endgültigen Energien korrigiert, was zu einem stärker herausgebildeten kinematischen Peak führt [106].

Eine auf wenige Prozent genaue Kalibration der Energieskala ist abhängig von den Selektionskriterien der Ereignisse und des betrachteten BEMC-Bereichs. Die Energiekalibration mußte daher endgültig im Rahmen dieser Analyse durchgeführt werden, wozu der kinematische Peak verwendet wurde. Das Verfahren wurde mit allen Elektronkandidaten des DST's durchgeführt, wobei kein  $z$ -Vertex gefordert wurde. Dadurch konnte die zur Verfügung stehende Datenmenge des untersuchten Flankenbereiches,  $25 < E'_e < 30 \text{ GeV}$ , erhöht werden, und eine mögliche Verfälschung durch die  $z$ -Vertex-Forderung wurde vermieden. Für den Vergleich zwischen der  $\mathcal{MC}$ -Simulation, siehe Abschnitt 3.6, und den Daten wurde eine  $\chi^2$ -Test-Methode entwickelt:

$$\chi^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{i=1 \\ \text{über alle } n \text{ Bins}}}^n \frac{(N_{\text{Daten}}^i - N_{\mathcal{MC}}^i)^2}{N_{\text{Daten}}^i}, \quad (4.9)$$

wobei mit  $N$  jeweils die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse bezeichnet wird.

Da die Crack-Regionen und Unterschiede in der Kalibration der einzelnen Module nicht nur die Zentralwerte, sondern auch die der Energieauflösung beeinflussen, wurden in der Monte-Carlo-Simulation gaußförmige Verschmierungen der Energiemessungen von (0.0 – 3.0)% in Schritten von 0.5% betrachtet. Zusätzlich wurde in den Datensätzen des Jahres 1993 drei Haupttrunperioden unterschieden, die sich für den betrachteten Energiebereich in statistischen Verhältnissen wie ca. 1:2:4 befinden. Gegenüber der ersten Kalibration mussten die Energien um einen Betrag  $\langle \Delta E \rangle$  verschoben werden. Die Ergebnisse für i) keine, bzw. ii) eine zusätzliche Verschmierung der rekonstruierten Energie im Monte-Carlo von 1.5% sind:

$\langle \Delta E \rangle / E$	Run < 59528	Run < 64090	Run > 64090
i)	-1.8%	-1.7%	-0.9%
ii)	-1.7%	-1.6%	-0.8%

Der Fehler des Verfahrens wurde zu  $\pm 0.4\%$  aus der Erhöhung des  $\chi^2$ -Werts um 1 abgeschätzt. Das entspricht den mit der Variation der Auflösungen beobachteten Änderungen. Die Abhängigkeit von der implementierten Strukturfunktion wurde zu  $\pm 0.2\%$  bestimmt. In

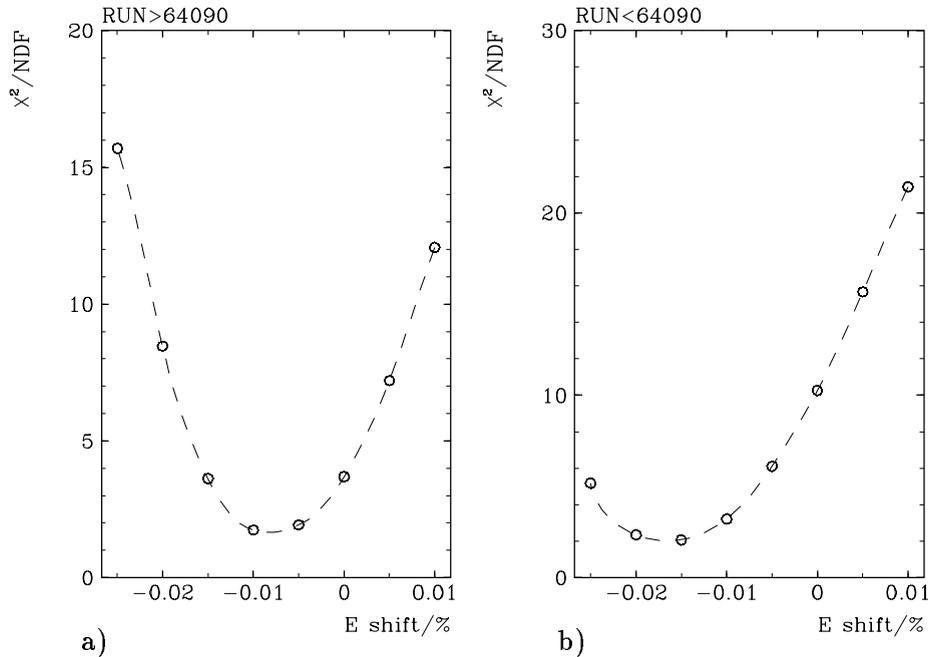


Abbildung 4.8: Die  $\chi^2$ -Test-Ergebnisse, wobei  $\chi^2/NDF$  der Definition nach Gleichung 4.9 entspricht, für die beiden größeren Runperioden des Jahres 1993. Die Minima wurden für die Bestimmung der Skalierungsfaktoren der gemessenen im Vergleich zu der simulierten BEMC-Energie herangezogen.

den Abbildungen 4.8 sind die  $\chi^2$ -Test Ergebnisse für die beiden größeren Runperioden dargestellt, aus denen die mittleren Verschiebungen  $\langle \Delta E \rangle / E$  der gemessenen Energie der gestreuten Elektronen hergeleitet wurden. Die Doppelwinkel-Methode wurde als Kontrollverfahren verwendet [107]. Die Ergebnisse beider Verfahren stimmten innerhalb der genannten Fehler miteinander überein.

Mit der unter i) genannten Kalibration ergibt sich eine sehr gute Beschreibung der Energieverteilung, siehe Abbildung 5.9a im Abschnitt 5.4. Die Breite des kinematischen Peaks ist ein Maß für die Auflösung der Energiemessung. Sie wird gut durch die Monte-Carlo-Simulation ohne zusätzliche Verschmierungen reproduziert. Die Unsicherheit der Energieauflösung im Monte-Carlo wurde durch einen 2%igen systematischen Fehler berücksichtigt.

Die Systematik der absoluten Energiekalibration wird dominiert durch die Unsicherheit der Beschreibung des insensitiven Materials, das sich vor dem Kalorimeter befindet, die Variationen der Kalibration der einzelnen BEMC-Module und der Energieverluste zwischen den Modulen. Die beschränkte Statistik verhinderte die weitergehende Untersuchung lokaler Effekte. Für das Jahr 1993 konnte der systematische Fehler der BEMC-Kalibration bei einer statistischen Genauigkeit von 1% mit 1.7% angegeben werden [105]. Dies ist der dominierende

Fehler der Strukturfunktionsmessung mit der Elektron-Methode.

**Winkel des gestreuten Elektrons** Die Winkelmessung der rückwärts gestreuten Elektronen erfolgt über die Kombination der rekonstruierten  $z$ -Vertex-Position mit einem rekonstruierten Spurpunkt in der BPC. Die Korrelation der BPC-Treffer mit dem im BEMC rekonstruierten Clusterzentrum ermöglicht durch die Auswahl des am dichtesten zum Schauerschwerpunkt liegenden BPC-Treffers eine sichere  $\theta_e$ -Bestimmung. Die Messung des Polariswinkels mittels der im zentralen Detektor rekonstruierten Spuren ist für den hier betrachteten rückwärtigen Bereich des H1-Detektors nicht möglich, da eine gute Winkelauflösung nur für große Streuwinkel,  $\theta_e < 162^\circ$ , erreicht werden kann.

Die Auflösung der mit dem  $z$ -Vertex und einem BPC-Treffer erfolgenden Winkelmessung hängt von der Genauigkeit der BPC-Rekonstruktion, dem Anteil der aufgeschauerten Teilchen sowie der  $z$ -Vertex-Auflösung ab. Die mit der  $\mathcal{MC}$ -Simulation erreichbare  $\theta_e$ -Auflösung von  $1.5 \text{ mrad}$  ist in der Abbildung 4.9 dargestellt. Zu beachten ist, daß der Zentralwert präzise reproduziert wird.

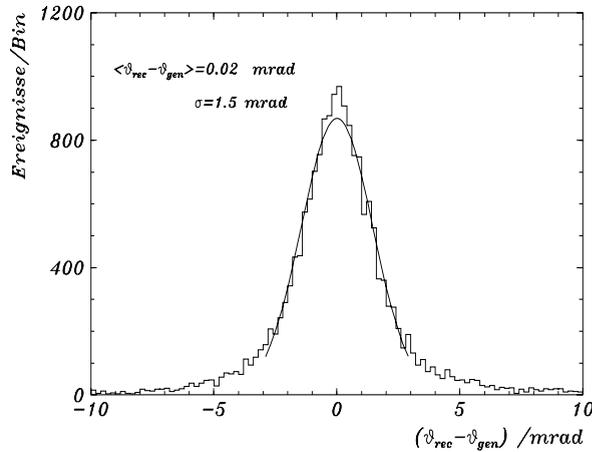


Abbildung 4.9: Bestimmung der  $\theta_e$ -Auflösung in einer  $\mathcal{MC}$ -Studie durch den Vergleich der rekonstruierten mit den generierten Elektronstreuwinkeln für alle selektierten Ereignisse. Die durchgezogene Kurve repräsentiert die Anpassung einer Gaußkurve an die Daten.

Die verbleibende Unsicherheit bei der Simulation von Prozessen mit vielfach gestreuten geladenen Teilchen und der  $z$ -Vertex-Auflösung wurde durch die Bestimmung der Winkelauflösung an Hand der tief inelastischen Daten mit verschiedenen Meßmethoden abgeschätzt [108, 109]. Neben der genannten Kombination BPC -  $z$ -Vertex wurden die Winkelmessung mit dem BEMC-Clusterzentrum sowie der inneren Proportionalkammer (CIP) und dem Wechselwirkungspunkt analysiert. Die aus den Daten gewonnenen durchschnittlichen  $\theta_e$ -Auflösungen sind [109]:

	BPC - $z$ -Vertex	CIP - $z$ -Vertex	BEMC-Cluster - $z$ -Vertex
$\sigma_{\theta_e} \text{ (mrad)}$	$2.5 \pm 0.3$	$4.8 \pm 0.6$	$5.8 \pm 0.3$

Die in der Strukturfunktionsanalyse verwendete BPC -  $z$ -Vertex-Winkelmessung stellt mit einer Auflösung von  $2.5 \text{ mrad}$  das genaueste Verfahren zur Bestimmung des Streuwinkels dar. Mögliche Verschiebungen bei der Messung von  $\theta_e$  sind dabei kleiner als  $2 \text{ mrad}$  [108].

## 4.6 Hadronische Meßgrößen

Die Standarddefinitionen der am hadronischen Vertex bestimmten Variablen  $y_h = y_{JB}$  und  $\theta_h$  folgen aus den im Abschnitt 3.4 und 3.5 gegebenen Formeln:

$$y_h = \frac{\Sigma}{2E_e} \quad \text{und} \quad \tan \frac{\theta_h}{2} = \frac{\Sigma}{p_{\perp}^h}, \quad (4.10)$$

mit  $\Sigma = \sum_{i=1}^{\text{Hadronen}} (E - p_z)_i$ . Die Summation über die hadronischen Endzustandsteilchen entspricht dabei der Summation der hadronischen Energiedepositionen in den Zellen des LAr- sowie des rückwärtigen BEMC-Kalorimeters. Die im instrumentierten Eisen registrierten Energien wurden nicht verwendet, da die Auflösung im rückwärtigen Bereich dadurch nicht verbessert wurde und geringe Energiebeiträge bei der Rekonstruktion kleiner  $y$ -Werte zu unerwünschten Verschiebungen der Ereignisse zu größeren  $y$  hin führten [110]. Aus dem letztgenannten Grund wurden ebenfalls BEMC-Energien kleiner als  $1.5 \text{ GeV}$  ausgeschlossen.

Im Akzeptanzbereich des zentralen Spurdetektors kann die kalorimetrische Messung geladener hadronischer Teilchen mit niedrigen Impulsen,  $p_{\perp}^h > 100 \text{ MeV}/c$ , durch die präzisere Impulsbestimmung der Spurkammern (CJC) ersetzt werden [110]. Der Einfluß auf die kinematische Variable  $y_h$  wurde an Hand des Verhältnisses der rekonstruierten zu den generierten Werten,  $(y_h - y_{gen})/y_{gen}$ , in einer  $\mathcal{MC}$ -Simulation untersucht. Die Resultate für eine rein kalorimetrische Rekonstruktion werden in Abbildung 4.10,  $y_h = YJCC$ , die für die aus Zellenergien und Spurinformatoren kombinierte  $y$ -Bestimmung in Abbildung 4.11,  $y_h = YJCT$ , für verschiedene  $y$ -Intervalle gezeigt. Die mittleren Auflösungen der beiden Varianten in dem betrachteten  $y$ -Gebiet,  $0.4 > y_{gen} > 0.01$ , sind vergleichbar und betragen etwa 20%. Eine sichtliche Verbesserung wird jedoch mit  $YJCT$  in der Rekonstruktion der Zentralwerte erzielt. Die bei beiden Verfahren auftretenden Dezentrierungen der betrachteten Verteilungen im Bereich hoher  $y$ , d.h. rückwärtig gestreuter Jets, verschwinden zu den kleineren  $y$ -Beträgen hin. Im Vergleich zum rein kalorimetrischen Verfahren kann mit der  $YJCT$ -Methode eine genauere Widergabe der generierten Beträge erreicht werden. Die hadronische Messung der Inelastizitätsvariablen  $y = YJCT$  ist für  $y < 0.2$  frei von Verschiebungen. Insbesondere in dem Bereich kleiner  $y < 0.05$  in dem die Auflösung der leptonisch bestimmten  $y_e$ -Variable sich bereits auf 35% (für  $0.05 > y > 0.03$ ) verschlechtert, manifestiert sich der Vorteil der Rekonstruktion der Ereigniskinematik mittels hadronischer Informationen. Für die in der vorliegenden Arbeit analysierte gemischte Methode wurde daher das aus Zellenergien und Spurinformatoren kombinierte Verfahren der Summation der hadronischen Endzustandsteilchen für die  $y$ -Bestimmung gewählt.

Die analogen  $\mathcal{MC}$ -Untersuchung für die Rekonstruktion von  $y$  mit der Doppelwinkel-Methode ist in der Abbildung 4.12 für das Gebiet  $0.6 > y_{gen} > 0.01$  dargestellt. Die mit der Doppelwinkel-Methode erreichbare  $y$ -Auflösung beträgt ebenfalls ca. 20%. Die Rekonstruktion von  $y$  über die Messung des Winkels des gestreuten Elektrons sowie eines parametrisierten Stromjets ist mit dem favorisierten  $YJCT$ -Verfahren vergleichbar und ermöglicht die  $F_2$ -Messung mit dieser Methode.

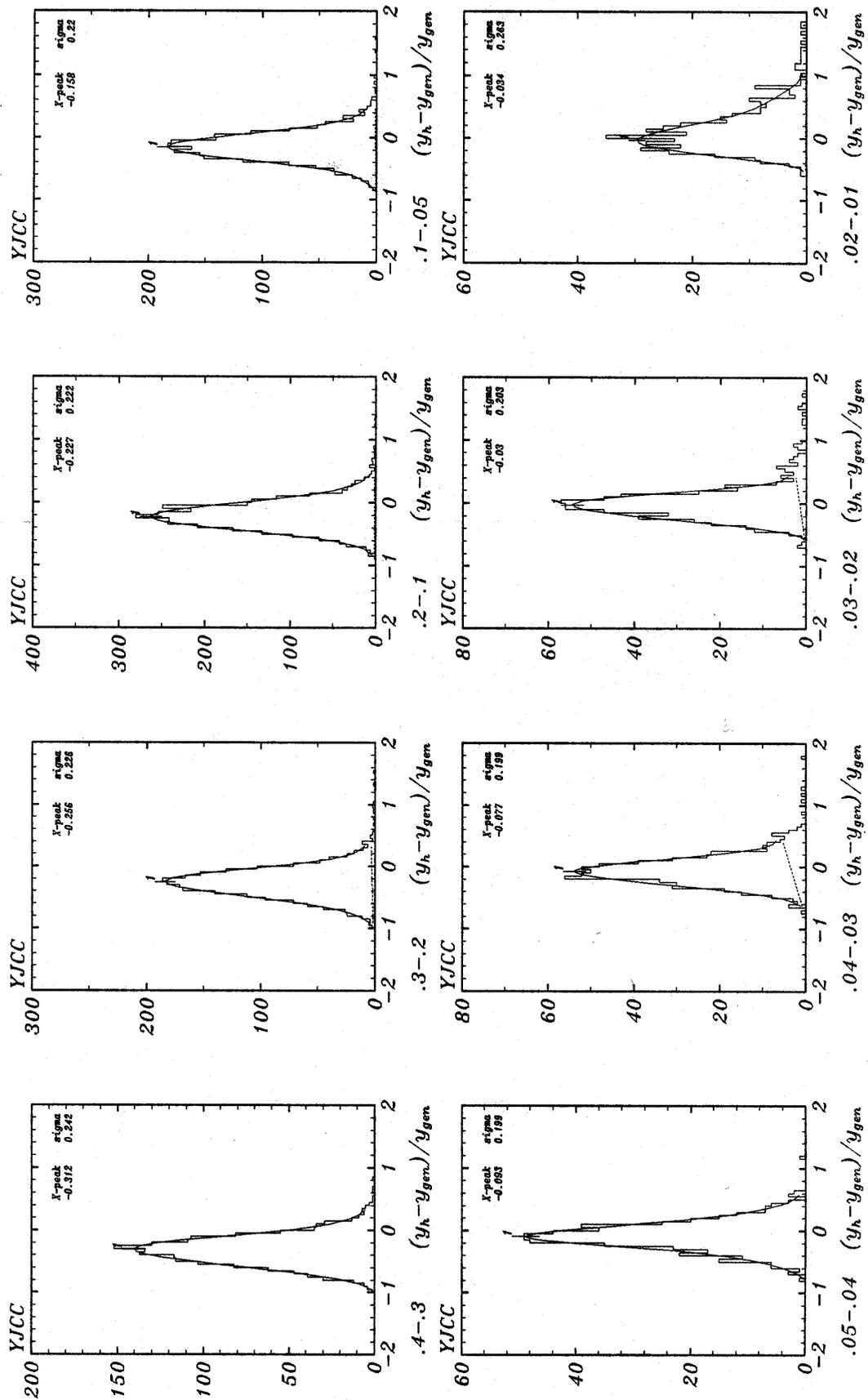


Abbildung 4.10: Auflösung der auf Grund der Zellenergien bestimmten Größe  $y_h$  für die  $y$ -Intervalle (von links nach rechts fortlaufend): 0.4-0.3, 0.3-0.2, 0.2-0.1, 0.1-0.05 (oben) sowie 0.05-0.04, 0.04-0.03, 0.03-0.02, 0.02-0.01 (unten).

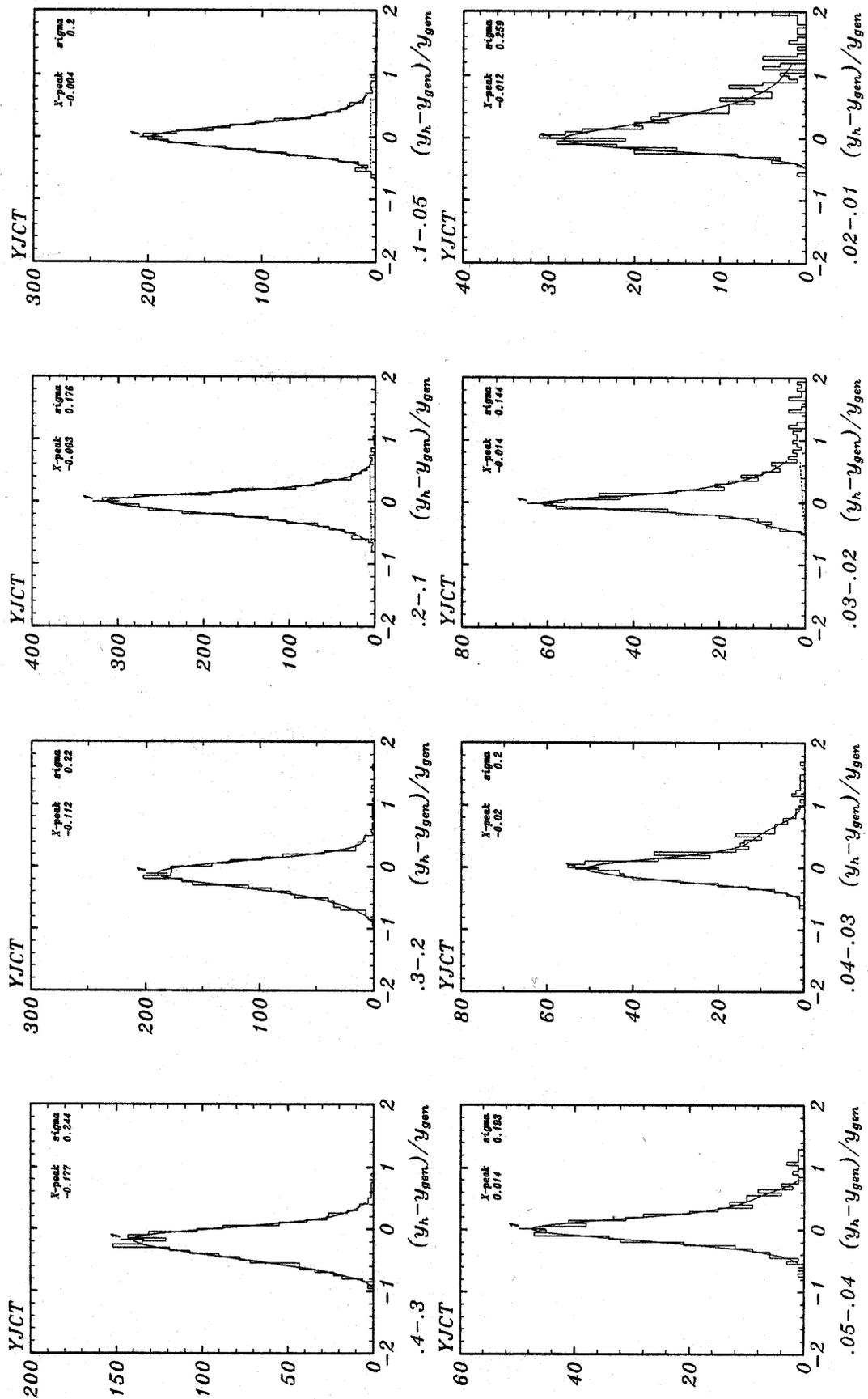


Abbildung 4.11: Auflösung der hadronischen Größe  $y_h$  basierend auf der Messung der Zellenergien und der im zentralen Detektor gemessenen Spurinformatoren geladener Hadronen für die in Abb. 4.10 angegebenen  $y$ -Intervalle. Im Vergleich zu der in Abb. 4.10 dargestellten Methode sind die Verteilungen für  $y < 0.2$  zentriert, d.h. die  $y$ -Rekonstruktion entspricht mit einem mittlerem  $\sigma$  von 20% den generierten Werten.

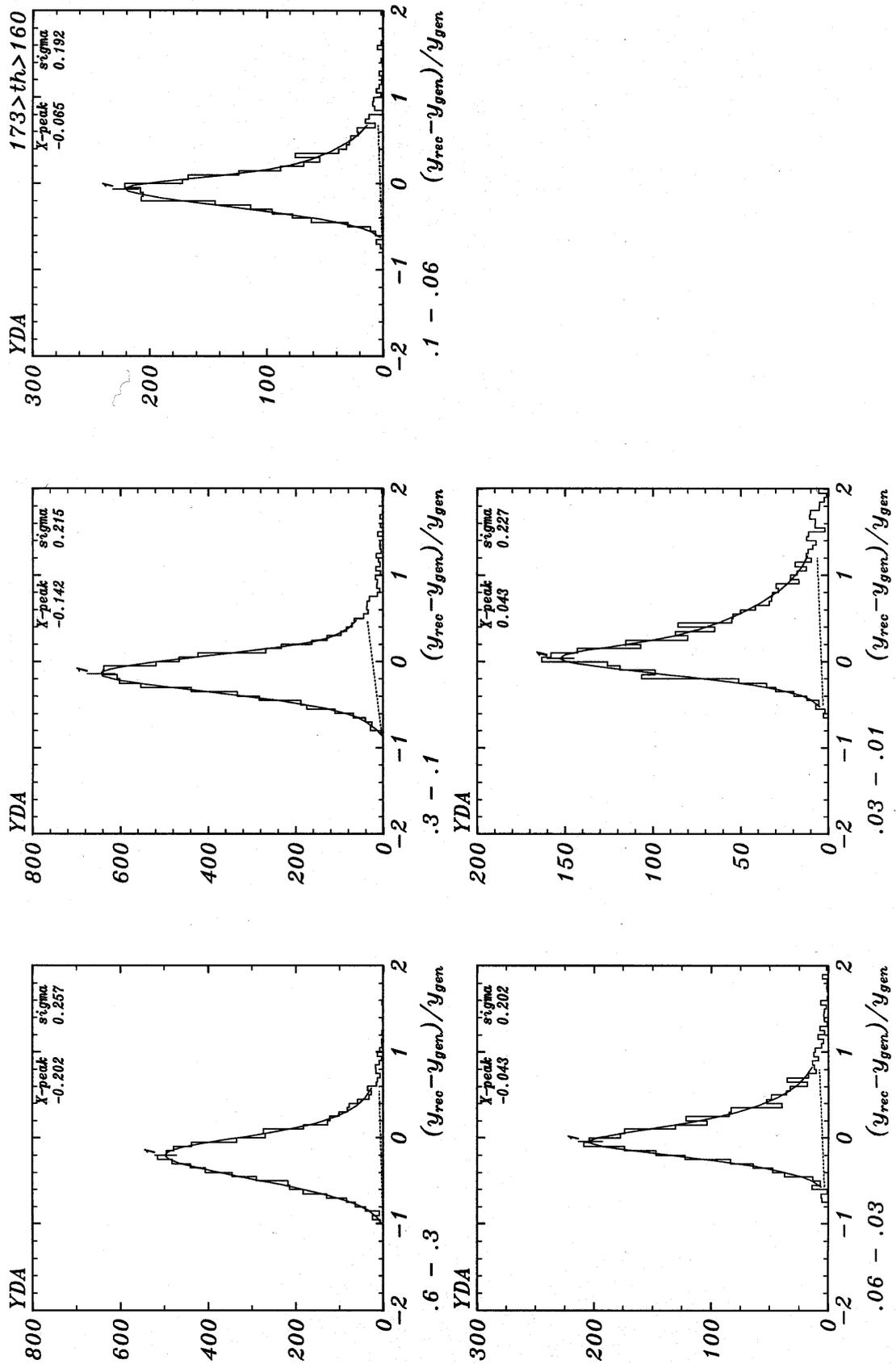


Abbildung 4.12: Auflösung der Skalenvariable  $y$  rekonstruiert mit der Doppelwinkel-Methode in den  $y$ -Intervallen (von links nach rechts fortlaufend):  $0.6-0.3$ ,  $0.3-0.1$ ,  $0.1-0.06$ ,  $0.06-0.03$ ,  $0.03-0.01$ . Die  $y$ -Rekonstruktion mit der Doppelwinkel-Methode ist vergleichbar mit der favorisierten YJCT-Methode, siehe Abb. 4.11.

Für die Überprüfung der hadronischen  $y$ -Rekonstruktion wurde ein Vergleich der  $y_h/y_e$ -Verteilungen der Daten mit der  $\mathcal{MC}$ -Simulation durchgeführt. In der Abbildung 4.13 wird das Resultat in dem für die  $y_e$ -Messung sinnvollen Bereich  $0.6 > y_e > 0.03$  gezeigt. Die Daten werden in allen vier gewählten Intervallen sowohl in der Form als auch in der Normierung gut durch  $\mathcal{MC}$ -Simulation beschrieben. Erkennbare Abweichungen für den Bereich höherer  $y$ -Werte wurden im systematischen Fehler der  $F_2$ -Messung mit der Mixed-Methode berücksichtigt. Bei diesem Vergleich ist zu beachten, daß hier nicht nur die durch den Detektor bedingten Auflösungseffekte untersucht werden, sondern auch der Einfluß der radiativen Ereignisse wesentlich wird. Das erklärt insbesondere die Verschiebung der Zentralwerte der  $y_h/y_e$ -Verteilungen zu Werten  $\lesssim 1$ .

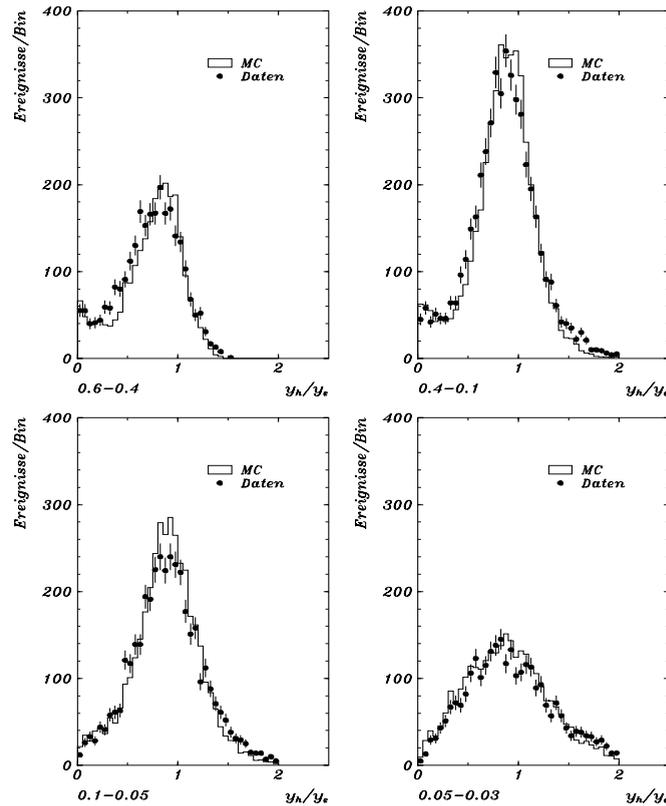


Abbildung 4.13:  $y_h/y_e$ -Verteilungen für die Daten im Vergleich mit der  $\mathcal{MC}$ -Simulation für die angegebenen  $y_e$ -Intervalle:  $0.6-0.4$ ,  $0.4-0.1$ ,  $0.1-0.05$ ,  $0.05-0.03$ . Dieser Vergleich verbindet durch den Detektor bedingte Auflösungseffekte mit der Beschreibung des Anteils der radiativen Ereignisse. Die auf die experimentelle Luminosität normierten  $\mathcal{MC}$ -Verteilungen geben sowohl die Breite als auch die Zentralwerte der Daten gut wieder.

## 4.7 Schnitteinaktivitäten

Die im Kapitel begründeten Selektionskriterien tief inelastischer Ereignisse und die durch die Auflösungen sowie Detektorakzeptanzen abgeleiteten Einschränkungen des  $(x, Q^2)$ -Phasenraums, siehe Abschnitt 5.1, werden in der Tabelle 4.1 für die drei Rekonstruktionsverfahren zusammengefaßt.

	Elektron-Methode	gemischte Methode	Doppelwinkel-Methode
$\theta_e$ ( $^\circ$ )	< 173	< 173	< 173
$\theta_h$ ( $^\circ$ )	–	–	> 40
$E'_e$ (GeV)	> 10.6	> 10.6	> 10.6
ECRA (cm)	< 4	< 4	< 4
DCLBP (cm)	< 4	< 4	< 4
$z$ -Vertex (cm)	$-5 \pm 30$	$-5 \pm 30$	$-5 \pm 30$
RVFIT	> 0.25	> 0.25	> 0.25
$y$ -Gebiet	$0.6 > y > 0.05$	$0.4 > y > 0.01$	$0.4 > y > 0.01$
Selektierte Ereignisse	15672	18104	19718

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Selektionskriterien tief inelastischer Ereignisse für Werte  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ .

Die Berechnung der Schnitteffektivitäten,  $\varepsilon_i$  ( $i = 1 \dots m$ ), erfolgte an Hand der selektierten Daten aus dem Verhältnis der Ereigniszahlen nach allen  $m$  Schnitten,  $N_m$ , zu der ohne den betrachteten Schnitt  $s$ ,  $N_{m-s}$ :

$$\varepsilon = \frac{N_m}{N_{m-s}}. \quad (4.11)$$

Die Effektivitäten der Schnitte für die Elektronidentifikation, ECRA und DCLBP, sowie der Untergrundunterdrückung, RVFIT, wurden auf dem Niveau des Mini-DST's durchgeführt. Für die Bestimmung der  $z$ -Vertex-Effektivität war die Analyse von DST-Daten erforderlich, wobei der zum Vertex korrelierte RVFIT-Schnitt aus der Selektion ausgenommen wurde. Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit der Existenz eines Vertex innerhalb des Bereiches  $-35 < z < 25 \text{ cm}$  mußte zudem bei der Bestimmung des in Gleichung (4.11) auftretenden Nenners der Beitrag der Ereignisse aus den Satelliten-Bunchen beachtet werden, für die kein Vertex in  $z$  rekonstruiert werden konnte. Daher wurde eine Korrektur des ca. 3%igen Satelliten-Bunchanteils, siehe auch Abschnitt 3.3, unter Berücksichtigung der Wichtung  $\sim 1/xQ^4$  des tief inelastischen Streuquerschnitts durchgeführt [5].

Die aus den Daten bestimmten Effektivitäten wurden mit den aus der  $\mathcal{MC}$ -Simulation erhaltenen Werten verglichen. Das Verhältnis  $\varepsilon_i^{\text{Daten}}/\varepsilon_i^{\text{MC}}$  lieferte dann die für die weitere Analyse benötigten Korrekturfaktoren. In den Abbildungen 4.14 und 4.15 sind die Ergebnisse in Abhängigkeit von  $x$  und  $Q^2$  für die Schnitte ECRA, DCLBP,  $z$ -Vertex und RVFIT dargestellt. Die Analysen wurden dabei sowohl mit den Ereignissen, die mit der Elektron-Methode rekonstruiert wurden, als auch denen des gemischten Verfahrens durchgeführt. Die Selektionsschnitte sind im Allgemeinen gut beschrieben und die erhaltenen Faktoren sind nahe 1. Für die Korrektur der Daten wurden gemittelte, globale Faktoren bestimmt, da bis auf Ausnahmen (z.B. Triggereffektivität bei kleinen Energien) keine systematischen Abweichungen der Simulation von den Daten erkennbar waren (Abbildungen 4.14 und 4.15). Die Bestimmung der Korrekturfaktoren erwies sich ferner als innerhalb der Fehler unabhängig von der gewählten Rekonstruktionsmethode, so daß für die drei betrachteten Varianten dieselben Effektivitäten angenommen werden konnten.

Die Korrekturfaktoren für die Messung der Strukturfunktion wurden nach der Kontrolle durch mehrere Analysen erhalten. Eine unabhängige Analyse der  $z$ -Vertex-Effektivität basierte z.B. auf den Informationen der inneren Proportionalkammer CIP [119]. In der Tabelle 4.2 sind die aus dem Vergleich zu der  $\mathcal{MC}$ -Simulation resultierenden globalen Effektivitäten

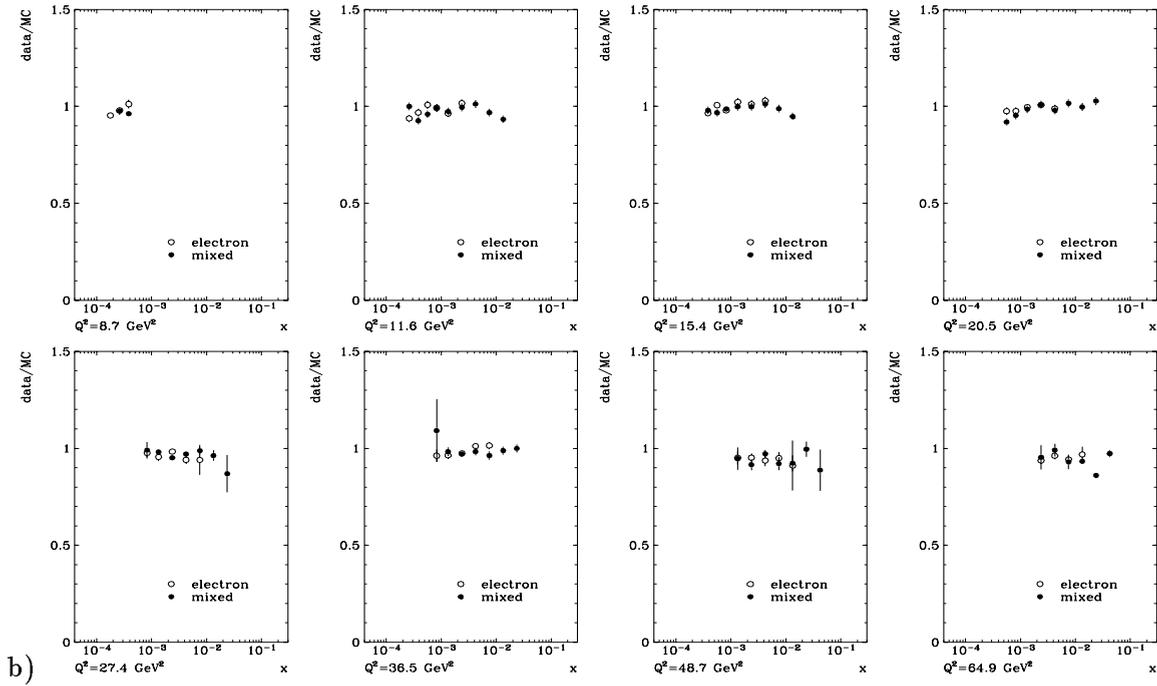
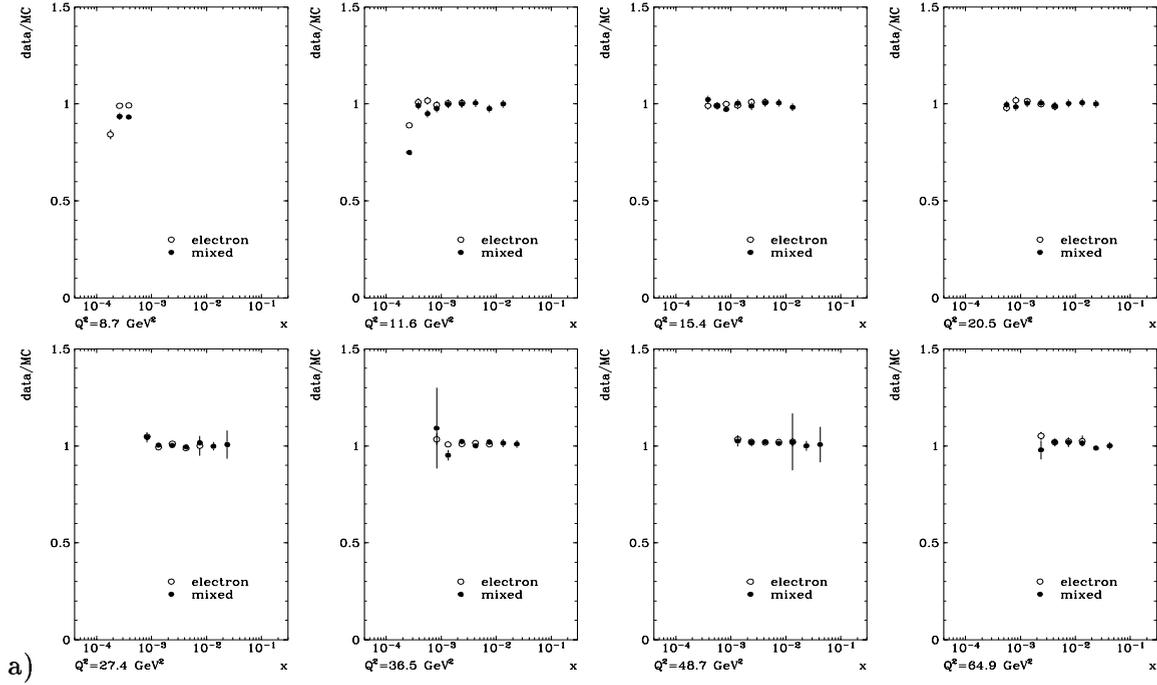


Abbildung 4.14: Verhältnis der Schnitteffektivitäten berechnet aus den Daten zu denen aus der MC-Simulation für a)  $ECRA < 4\text{ cm}$  und b)  $DCLBP < 4\text{ cm}$ . Die Werte wurden sowohl mit der Elektron-Analyse (electron) als auch der gemischten Methode (mixed) bestimmt. Große Fehlerbalken deuten auf angeschnittene Bins der Elektron- oder der gemischten Methode hin.

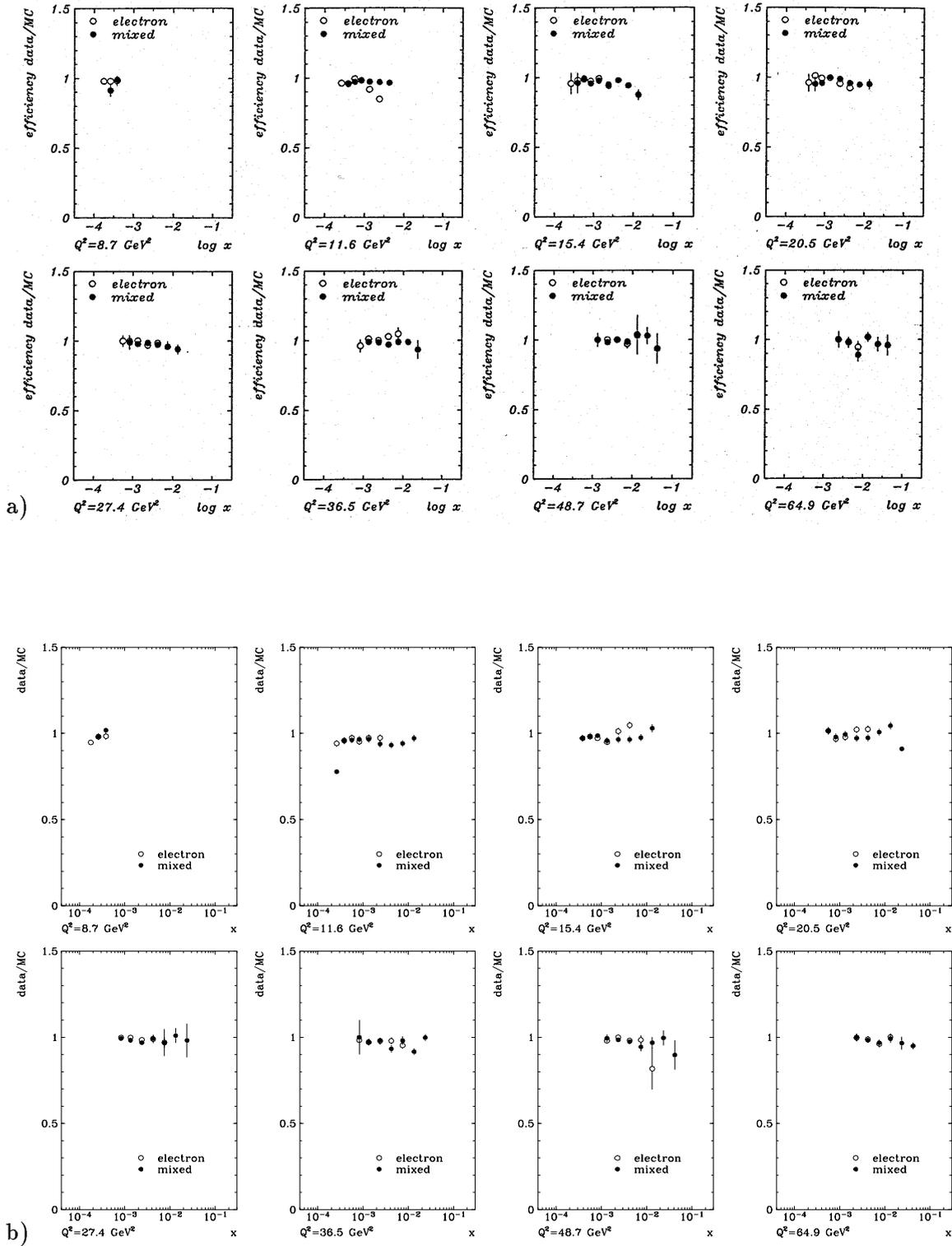


Abbildung 4.15: Verhältnis der Schnitteffektivitäten berechnet aus den Daten zu denen aus der MC-Simulation für a) die Existenz eines  $z$ -Vertex innerhalb  $-35 < z < 25 \text{ cm}$  und b) für die Forderung  $RVFIT > 1/4$ . Die Werte wurden sowohl mit der Elektron-Analyse (electron) als auch der gemischten Methode (mixed) bestimmt. Große Fehlerbalken deuten auf angeschnittene Bins der Elektron- oder der gemischten Methode hin.

Schnitt	Effektivität (%)	Fehler (%)	Ref.
BEMC-Trigger	100	1	[115]
TOF	99	1	[116]
ECRA	100	1	[117, 118]
DCLBP	98	2	[108, 109, 118]
z-Vertex	98	2	[119, 118]
$-35 < z < 25 \text{ cm}$	95	2	[120]
RVFIT	98	2	[118]
total	88	4	

Tabelle 4.2: Die im Vergleich zu der  $\mathcal{MC}$ -Simulation aus den Daten erhaltenen globalen Effektivitäten.

zusammengestellt. Für den totalen Korrekturfaktor ergab sich der Wert

$$\varepsilon_{tot} = 0.88 \pm 0.04. \quad (4.12)$$

Für den Bereich kleinerer Energien des gestreuten Elektrons,  $E'_e < 12 \text{ GeV}$ , verschlechterte sich die Effektivität des BEMC-Triggers in Abhängigkeit vom betrachteten Streuwinkelbereich, siehe Tabelle 4.3 [115]. Für diesen Energiebereich wurden auch die Ausdehnungen

$\theta_e / ^\circ$	$10.6 < E'_e < 12 \text{ GeV}$	$E'_e > 12 \text{ GeV}$
171.5-172.0		$100 \pm 1$
172.0-172.5	$96 \pm 4$	$99 \pm 1$
172.5-173.0	$90 \pm 7$	$93 \pm 1$
173.0-173.5	$85 \pm 5$	$89 \pm 2$

Tabelle 4.3: BEMC-Trigger Effektivitäten für den Bereich  $E'_e < 12 \text{ GeV}$  und in Abhängigkeit von den betrachteten Winkelintervallen in  $\theta_e$ .

der Cluster im BEMC nur noch mit einer Genauigkeit von 98% beschrieben [117]. Die aufgeführten Faktoren wurden als zusätzliche Gewichte für die  $\mathcal{MC}$ -Ereignisse dieser Energie- und Streuwinkelbereiche angewendet.

# Kapitel 5

## Messung der Strukturfunktion des Protons

### 5.1 Die Aufteilung des Phasenraums

Die Messung des tief inelastischen Streuquerschnitts und die Berechnung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  erfolgte in rechteckigen Elementen des Phasenraums  $\Delta x$  und  $\Delta Q^2$ , den sogenannten *Bins*. Die Rekonstruktion der Variablen wurde mit der Elektron-, der gemischten und der Doppelwinkel-Methode durchgeführt. Durch die Begrenzung des Phasenraums auf jeweils die Gebiete, in denen die Variablen  $x$  und  $Q^2$  mit der entsprechenden Methode jeweils gut gemessen werden können, werden die systematischen Fehler verringert und die Korrekturfaktoren geglättet.

**Wahl des Binnings in  $x, Q^2$**  Die Binbreiten wurden unter der Berücksichtigung folgender Punkte gewählt:

- Der größte Teil der generierten Ereignisse sollte auch nach der Detektorsimulation und Variablenrekonstruktion im Bin verbleiben.
- Die Binbreiten sollten nicht kleiner als die Auflösung in  $x, Q^2$  sein:

$$\Delta x \simeq \sigma(x) \quad \text{und} \quad \Delta Q^2 \simeq \sigma(Q^2). \quad (5.1)$$

- Die Bingrößen waren der Datenstatistik des Jahres 1993 anzupassen.

Durch die zur Verfügung stehende Vielfalt der Rekonstruktionsmethoden, wurde das  $x$ -Binning in zwei Bereiche aufgeteilt, a)  $x \leq 10^{-3}$ , den Bereich der guten Auflösung der Elektron-Methode bei kleinen  $x$ -Werten und b) den Bereich der mittleren Auflösungen der kombinierten Methoden bei größeren  $x$ . Die Variation der Auflösung ist eigentlich in  $y$  und nicht in  $x$  signifikant. Jedoch widersprach ein  $y$ -Binning dem Wunsch nach orthogonalen  $x, Q^2$ -Bins, die die nachfolgende Interpretation von  $F_2$  erleichterten. Die Bingrenzen ergeben sich dann aus den logarithmisch äquidistant gewählten Abständen in  $x$  und  $Q^2$  wie folgt:

- i) 6 Bins im Gebiet  $10^{-4} \leq x \leq 10^{-3}$  und jeweils 4 Bins pro Dekade für  $x \geq 10^{-3}$ ,
- ii) 11 Bins in  $Q^2$  für  $5 \leq Q^2 \leq 133.4 \text{ GeV}^2$  und 4 Bins für die Analyse hoher  $Q^2$ -Werte,  $133.4 \leq Q^2 \leq 2113.5 \text{ GeV}^2$ .

Gemessen an der Auflösung hätte das  $Q^2$ -Binning viel feiner sein können, jedoch war dafür die Statistik der Daten zu klein. Das Binning ist zusammen mit den vorselektierten tief inelastischen Daten in der Abbildung 5.1 dargestellt.

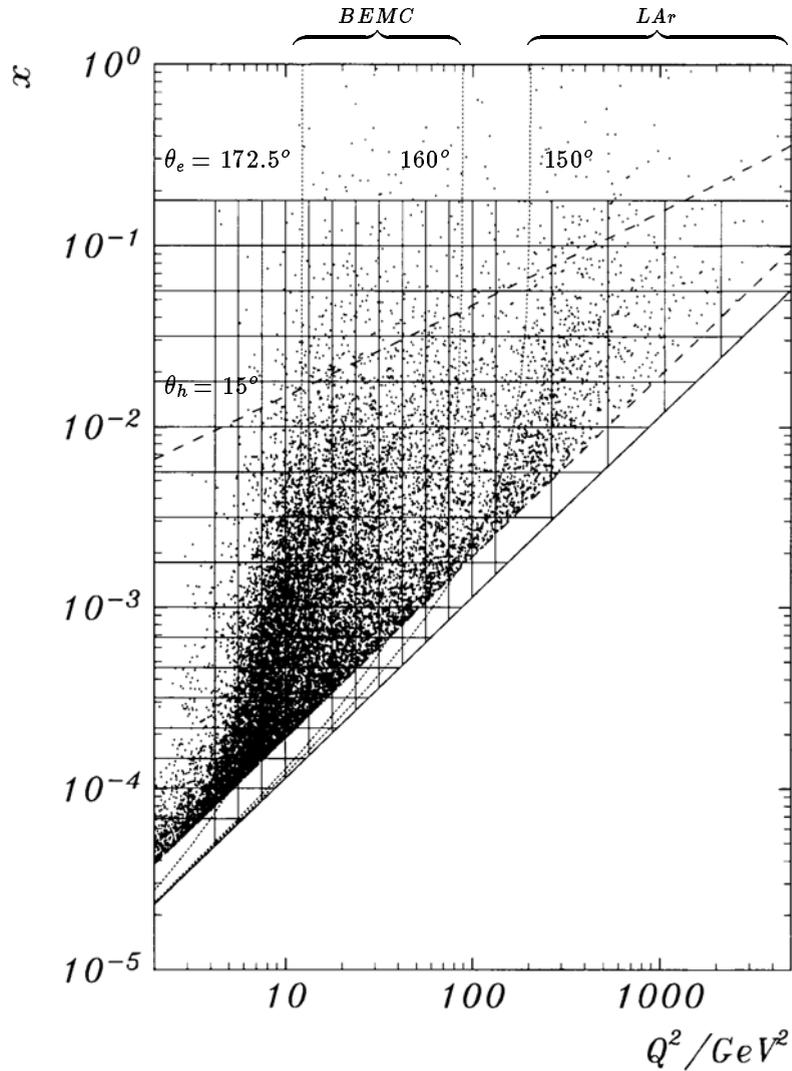


Abbildung 5.1: Aufteilung des  $(x, Q^2)$ -Phasenraums in logarithmisch äquidistante Bins  $\Delta x$  und  $\Delta Q^2$ . Eingezeichnet sind die Linien  $y = 1.0$  (durchgezogen) und  $y = 0.6$  (gestrichelt). Das gewählte Binning wurde sowohl der vorhandenen Datenstatistik als auch der Auflösung der Elektron-Methode bei kleinen  $x \leq 10^{-3}$  und der der kombinierten Methoden bei größeren  $x$ -Werten angepaßt. Für das Akzeptanzgebiet der BEMC-BPC-Region,  $173^\circ < \theta_e < 160^\circ$ , konnte auf Grund der größeren Datenmenge eine feinere Aufteilung in  $Q^2$  im Vergleich zu der Analyse der hohen  $Q^2$ -Werte gewählt werden. Die gezeigten Datenpunkte entsprechen ca. 1/4 der Statistik bei kleineren  $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  (BEMC) und der vollständigen Statistik bei hohen  $Q^2 \gtrsim 100 \text{ GeV}^2$  (LAr).

Die Bestimmung der Strukturfunktion erfolgt an einem festen Punkt innerhalb des Bins, der im Allgemeinen durch die Werte der Binzentren  $x_c$  und  $Q_c^2$  repräsentiert wird. Die für die H1-Analyse fixierten Werte  $x_c$  und  $Q_c^2$  sind:

$$\begin{aligned} x_c &= 0.000178, 0.000261, 0.000383, 0.000562, 0.000825, 0.00133, \\ &\quad 0.00237, 0.00421, 0.00750, 0.0133, 0.0237, 0.0421, 0.0750, 0.133 \\ Q_c^2 \text{ (GeV}^2\text{)} &= 8.5, 12, 15, 20, 25, 35, 50, 65, 80, 120, 200, 400, 800, 1600. \end{aligned} \quad (5.2)$$

**Vergleich der Rekonstruktionsmethoden** Für die Untersuchung der Auflösungen unter besonderer Berücksichtigung des H1-Detektors wurden die generierten 144000  $\mathcal{MC}$ -Ereignisse, siehe Abschnitt 3.6, einer detaillierten Detektorsimulation unterzogen.

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen erfolgte auf Grund der Kalorimeter- und Spurinformatoren in derselben Weise, wie für die Daten des Jahres 1993. Die in der Tabelle 4.1 zusammengefaßten Schnitte für die Elektronidentifikation, der Definition des Wechselwirkungspunkts und der Unterdrückung des Untergrundes wurden ebenso auf die rekonstruierten  $\mathcal{MC}$ -Ereignisse angewandt. Die nachfolgenden Untersuchungen wurden jedoch mit der Forderung  $0.6 > y > 0.001$  durchgeführt und die in der Tabelle 4.1 bereits aufgeführte kinematische Einschränkung des Phasenraums für die kombinierten Methoden wird in diesem Abschnitt begründet.

Die Ergebnisse der  $\mathcal{MC}$ -Studie für die Rekonstruktion von  $x$  und  $Q^2$  nach der Elektron-Methode, der gemischten Methode und der Doppelwinkel-Methode mit der H1-Detektorsimulation des Jahres 1993 sind in den Abbildungen 5.2 a-c dargestellt. Die linken Abbildungen zeigen die Migrationen der rekonstruierten gegenüber den generierten Ereignissen pro Bin in  $x$  und  $Q^2$ . Die Länge und die Richtung der eingezeichneten Pfeile zeigen die mittlere Verschiebung der Ereignisse im Phasenraum bezüglich der gewählten Zentralwerte, siehe Gl. 5.2, an. In den rechten Abbildungen sind die Auflösungen in  $\Delta x$  und  $\Delta Q^2$  eingezeichnet, die das im Abschnitt 3.5 erläuterte Verhalten der kinematischen Variablen illustrieren. Die Angabe der Auflösungen aus dem Monte-Carlo ist nur sinnvoll, wenn die beobachteten Verschiebungen kleiner als die gewählten Binbreiten in  $x$  und  $Q^2$  sind. Für diese Studie wurde dabei die Forderung nach einer maximalen Verschiebung von 30% verwendet.

Für die Elektron-Methode sind die Migrationen klein im Bereich großer  $y$ -Werte. Die bei kleinen  $y$  generierten Variablen werden dagegen stark zu kleinen  $x$ -Werten hin verschoben. Dies ist eine Folge des starken Anstiegs des Querschnitts  $d\sigma/dxdE'_e$  im Bereich des kinematischen Peaks. Durch einen Schnitt in  $y_e$ ,  $y_e > 0.05$ , können diese Gebiete ausgeschlossen werden. Die Auflösung in  $Q^2$  ist über das Meßgebiet sehr gut, wie ebenfalls die  $x$ -Auflösungen bei  $x < 10^{-3}$ . Für die beiden kombinierten Methoden ist die Erweiterung des Phasenraums für die  $F_2$ -Messung zu den kleineren  $y$ -Werten hin offensichtlich. Es sind nur leichte Verschiebungen zu kleineren  $x$ -Werten beobachtbar, die je durch die Schnitte  $y_h > 0.01$  sowie  $\theta_h > 40^\circ$  ausgeschlossen werden können. Die Auflösungen in  $x$  und  $Q^2$  sind gut, wobei in dem betrachteten Bereich  $Q^2 < 80 \text{ GeV}^2$  die Kombination zwischen  $y_h$  und  $Q_c^2$  der gemischten Methode das in der Auflösung bessere Verfahren als die Doppelwinkel-Methode ist. Die Messung im Bereich hoher  $y$ -Werte ist für die gemischte Methode mit der Einschränkung  $y < 0.4$  möglich. Die Rekonstruktion mit der Doppelwinkel-Methode leidet hier an der sehr schlechten  $Q^2$ -Auflösung, so daß in dem gewählten Binning dieses Verfahren streng genommen nur im Bereich  $x > 10^{-3}$  angewendet werden kann. Die Analyse mit der Doppelwinkel-Methode wurde nur zur systematischen Kontrolle durchgeführt, bei ZEUS jedoch offiziell benutzt [134, 135].

Resultat dieser Untersuchung ist die Einschränkung des Phasenraums auf den für jede Rekonstruktionsmethode günstigsten Bereich. Die definierten Schnitte wurden den aus der Selektion der Daten bestimmten Kriterien,  $y < 0.6$  und  $\theta_e < 173^\circ$ , für die weitere Analyse hinzugefügt.

## 5.2 Detektorakzeptanz

**Berechnung der Detektorakzeptanzen** Mit der Detektorakzeptanz kann der Einfluß der Ereignisselektion und der Migrationsbewegungen quantifiziert werden. Die Akzeptanz  $A$  kann für jedes Bin bestimmt werden, wenn die Ereigniszahlen  $N$  für die nach allen kinematischen Schnitten gegebene Fläche  $\Delta x \cdot \Delta Q^2$  des Bins bekannt sind. Die  $\mathcal{MC}$ -Ereignisse werden dabei in die generierten,  $N(\mathcal{MC},gen)$ , und den rekonstruierten,  $N(\mathcal{MC},rec)$ , Variablen aufgeteilt. Bei einer Wichtung des Monte-Carlo's werden die Ereigniszahlen entsprechend durch die Summe der Gewichte pro Bin ersetzt.

Der für die  $F_2$ -Messung entscheidende totale Korrekturfaktor pro Bin,  $A$ , ergibt sich aus dem Produkt der Akzeptanzwerte bezüglich der Selektion,  $A_{sel}$ , und der Migration,  $A_{mig}$ :

$$A := A_{sel} \cdot A_{mig} \quad (5.3)$$

$$A_{sel} := \frac{N(\mathcal{MC},gen,sel)}{N(\mathcal{MC},gen)} \quad (5.4)$$

$$A_{mig} := \frac{N(\mathcal{MC},rec,sel)}{N(\mathcal{MC},gen,sel)}. \quad (5.5)$$

Die nach Gleichung 5.3 berechneten Akzeptanzen sind in Abbildung 5.3 für die Rekonstruktion von  $x$  und  $Q^2$  nach der Elektron-Methode, der gemischten Methode und der Doppelwinkel-Methode dargestellt. Die Einschränkung des Phasenraums entspricht den Annahmen der Abbildung 5.2. Die Größe der Korrekturfaktoren wird dabei für den Bereich mittlerer  $x$ -Werte,  $x \sim 5 \cdot 10^{-3}$  und  $Q^2 \gtrsim 15 \text{ GeV}^2$ , in denen alle drei Methoden vergleichbare Auflösungen haben, nahezu unabhängig von dem gewählten Rekonstruktionsverfahren. Für sehr kleine  $x$ -Werte ist die Elektronanalyse für die  $F_2$ -Messung am günstigsten. Oberhalb von  $x > 0.01$  wird dagegen für den betrachteten  $Q^2$ -Bereich die Berechnung der Strukturfunktion nur mit einer kombinierten Methode möglich. Deutlich wird auch die Verschlechterung der Detektorakzeptanz für große  $x$ -Werte,  $x \rightarrow 0.1$ , insbesondere durch die stärker werdenden Verluste in der Nähe der Strahlröhre im Vorwärtsbereich des Detektors. Zur Verhinderung zu großer Migrationseffekte sowie Ereignisverluste wurde für die weitere Analyse

$$1.5 > A > 0.5 \quad (5.6)$$

gefordert. Eine Zusammenstellung der Akzeptanzwerte  $A$ , der Ereigniszahlen  $N_{DIS}$ , und der Beiträge durch die statistische Subtraktion des  $\gamma p$ -Untergrundes  $N_{\gamma p}/N_{DIS}$  für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden für die in dieser Arbeit die Strukturfunktion  $F_2$  berechnet wurden, findet sich in der Tabelle 5.1. Die statistischen Fehler der Korrekturfaktoren betragen für alle drei Verfahren nur wenige Prozent.

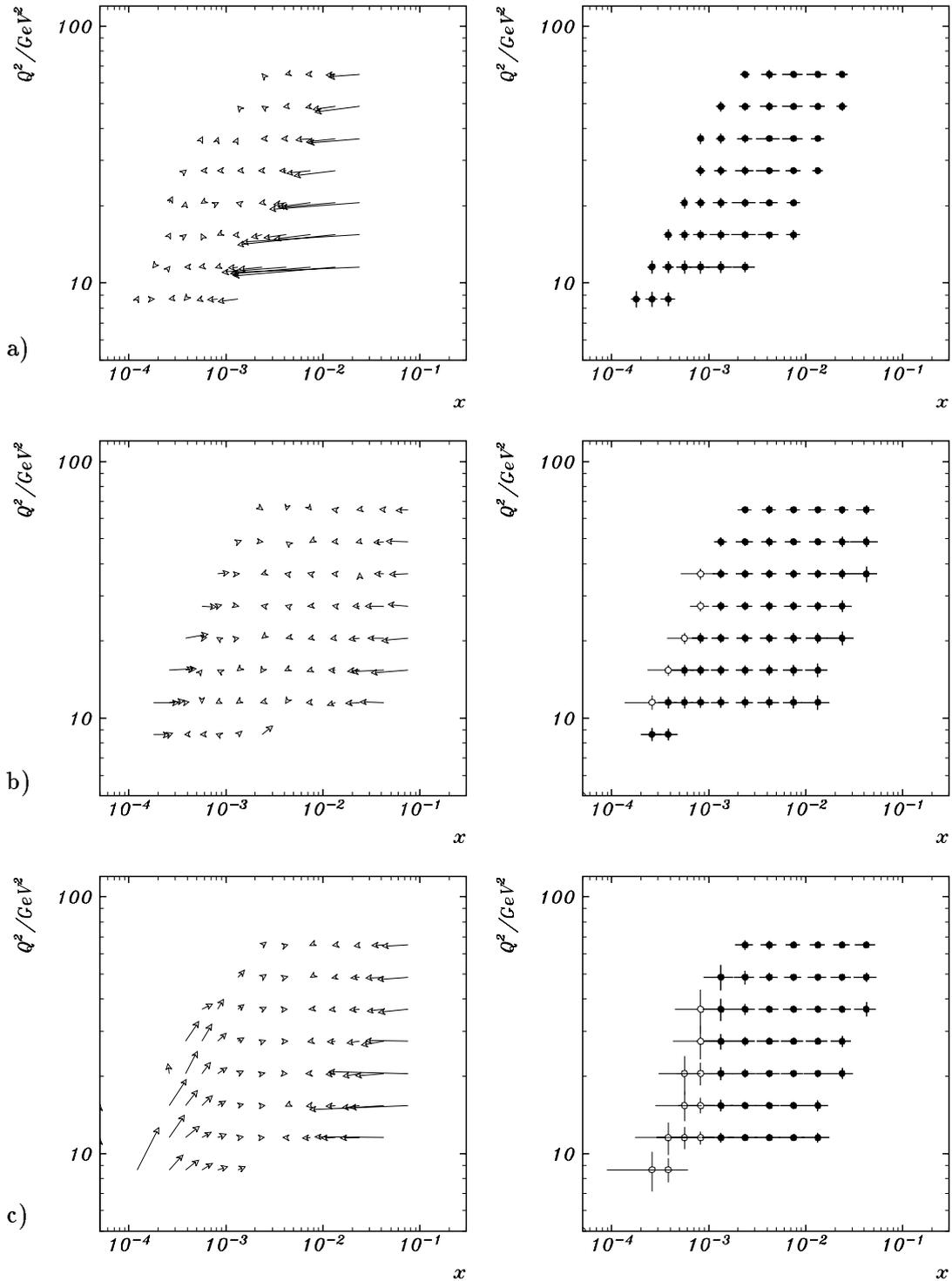


Abbildung 5.2: Rekonstruktion von  $x$  und  $Q^2$  nach der a) Elektron-Methode, der b) gemischten Methode und der c) Doppelwinkel-Methode. Links wird die Verschiebung der rekonstruierten Ereignisse gegenüber den mittleren generierten Werten pro Bin in  $x$  und  $Q^2$  (Ursprung der Pfeile) für die H1-Detektorsimulation 1993 gezeigt. In den rechten Abbildungen sind die Auflösungen in  $\Delta x$  und  $\Delta Q^2$  eingezeichnet, wenn die Migrationen kleiner als 30% der gewählten Binbreiten in  $x$  und  $Q^2$  sind. Die Größe der Fehlerbalken entspricht jeweils dem  $1\sigma$ -Wert, wobei  $\sigma$  dem Zentralwert des Bins zugeordnet wurde. Die schwarzen Punkte zeigen die Bins an, in denen die Bedingung  $\sigma < 0.75 \cdot \text{Binbreite}$  gilt. Radiative Ereignisse wurden für diese Studie ausgeschlossen.

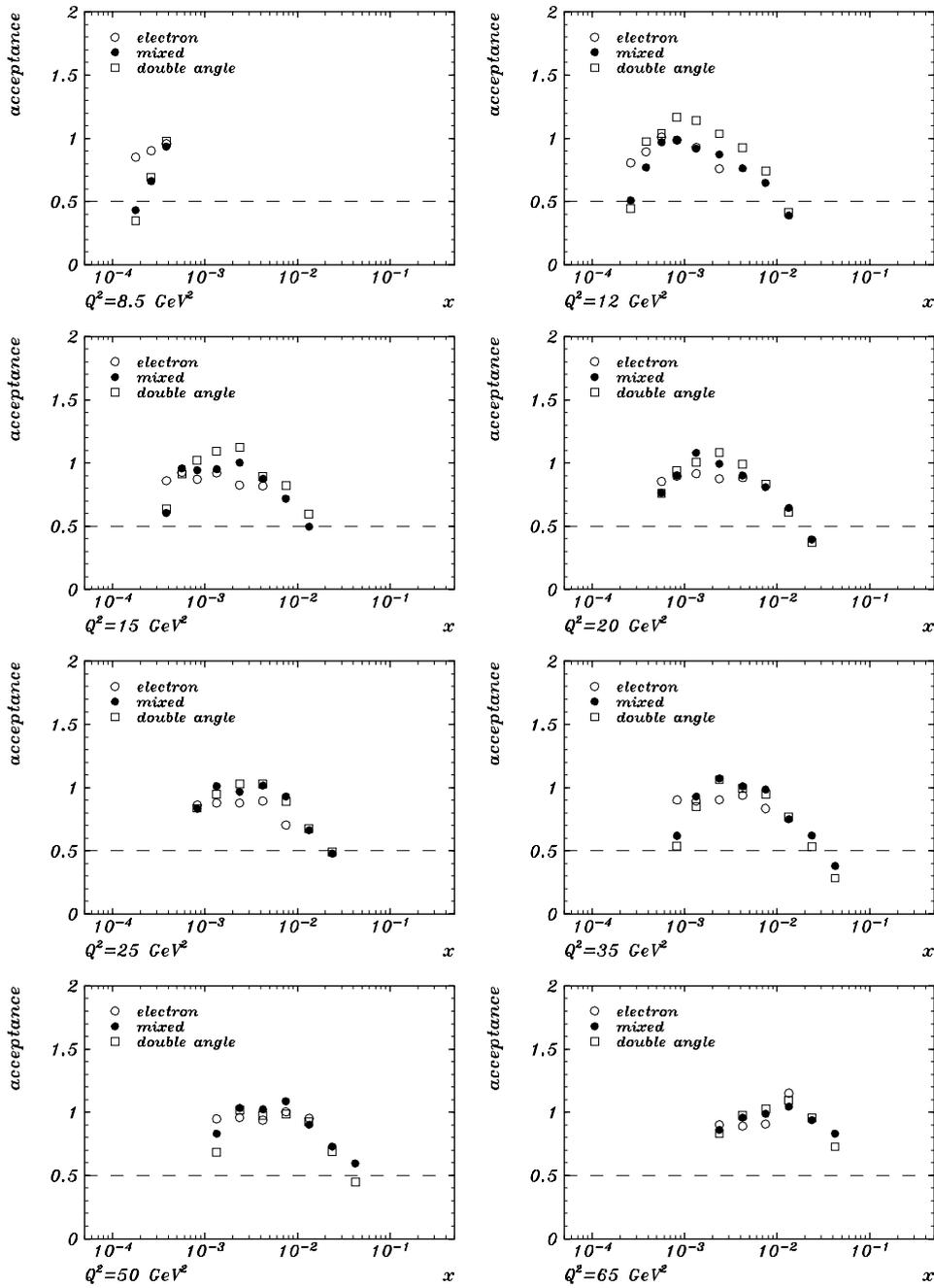


Abbildung 5.3: Vergleich der Detektorakzeptanzen (acceptance) für die Rekonstruktion von  $x$  und  $Q^2$  nach der Elektron-Methode (electron), der gemischten Methode (mixed) und der Doppelwinkel-Methode (double angle), die statistischen Fehler der Korrekturfaktoren betragen für alle drei Verfahren einige Prozent. Mit eingezeichnet wurde die Forderung nach einem minimalen totalen Korrekturfaktor von 50%.

$Q^2$	$x$	$y$	$E$			$Mixed$			$DA$		
			$A$	$N_{DIS}$	$\frac{N_{\gamma p}}{N_{DIS}}$	$A$	$N_{DIS}$	$\frac{N_{\gamma p}}{N_{DIS}}$	$A$	$N_{DIS}$	$\frac{N_{\gamma p}}{N_{DIS}}$
8.5	0.000178	0.545	0.85	530	0.09	0.43	160	0.06	0.35	272	0.02
8.5	0.000261	0.372	0.90	763	0.00	0.66	410	0.06	0.69	615	0.03
8.5	0.000383	0.253	0.96	607	0.00	0.94	460	0.02	0.98	573	0.02
12	0.000261	0.525	0.81	514	0.05	0.51	215	0.06	0.44	294	0.04
12	0.000383	0.358	0.89	617	0.00	0.77	417	0.02	0.97	556	0.03
12	0.000562	0.244	1.01	648	0.00	0.97	540	0.02	1.04	619	0.03
12	0.000825	0.166	0.99	610	0.00	0.99	625	0.01	1.17	639	0.02
12	0.001330	0.103	0.93	877	0.00	0.92	808	0.00	1.14	910	0.00
12	0.002370	0.058	0.76	408	0.00	0.87	659	0.00	1.04	724	0.01
12	0.004210	0.033	0.00	0	0.00	0.76	494	0.00	0.92	497	0.00
12	0.007500	0.018	0.00	0	0.00	0.65	303	0.00	0.74	285	0.00
15	0.000383	0.447	0.86	480	0.03	0.61	239	0.02	0.64	327	0.03
15	0.000562	0.305	0.92	492	0.00	0.96	392	0.03	0.91	450	0.03
15	0.000825	0.208	0.87	476	0.00	0.94	445	0.01	1.02	490	0.01
15	0.001330	0.129	0.92	694	0.00	0.95	707	0.02	1.09	794	0.02
15	0.002370	0.072	0.83	558	0.00	1.00	593	0.01	1.12	642	0.00
15	0.004210	0.041	0.82	79	0.00	0.87	514	0.00	0.90	502	0.00
15	0.007500	0.023	0.00	0	0.00	0.72	336	0.00	0.82	328	0.00
20	0.000562	0.406	0.85	415	0.03	0.76	226	0.04	0.76	302	0.05
20	0.000825	0.277	0.90	338	0.00	0.90	313	0.03	0.94	398	0.03
20	0.001330	0.172	0.91	457	0.00	1.08	524	0.01	1.00	579	0.02
20	0.002370	0.096	0.87	448	0.00	0.99	478	0.00	1.08	530	0.00
20	0.004210	0.054	0.88	243	0.00	0.90	428	0.00	0.99	399	0.00
20	0.007500	0.030	0.00	0	0.00	0.81	313	0.00	0.83	268	0.00
25	0.000825	0.346	0.86	292	0.02	0.83	202	0.03	0.84	250	0.04
25	0.001330	0.215	0.88	409	0.00	1.01	385	0.02	0.95	424	0.03
25	0.002370	0.120	0.88	355	0.00	0.97	428	0.01	1.03	465	0.01
25	0.004210	0.068	0.89	279	0.00	1.02	360	0.01	1.03	363	0.02
25	0.007500	0.038	0.70	36	0.00	0.93	273	0.00	0.89	244	0.00
25	0.013300	0.021	0.00	0	0.00	0.66	166	0.00	0.68	164	0.00
35	0.000825	0.484	0.90	214	0.00	0.62	88	0.00	0.54	152	0.01
35	0.001330	0.300	0.89	298	0.01	0.93	260	0.00	0.85	294	0.03
35	0.002370	0.169	0.90	289	0.00	1.07	350	0.01	1.06	326	0.03
35	0.004210	0.095	0.94	244	0.00	1.01	263	0.02	0.99	284	0.01
35	0.007500	0.053	0.83	148	0.00	0.98	240	0.00	0.95	204	0.00
35	0.013300	0.030	0.00	0	0.00	0.75	167	0.00	0.77	153	0.00
50	0.001330	0.429	0.95	244	0.00	0.83	140	0.00	0.69	225	0.00
50	0.002370	0.241	0.96	213	0.00	1.03	230	0.01	1.02	255	0.01
50	0.004210	0.136	0.94	198	0.00	1.02	212	0.00	0.97	237	0.01
50	0.007500	0.076	1.00	152	0.00	1.09	170	0.00	0.98	162	0.00
50	0.013300	0.043	0.95	16	0.00	0.90	140	0.00	0.93	120	0.00
65	0.002370	0.313	0.90	195	0.00	0.86	160	0.00	0.83	177	0.00
65	0.004210	0.176	0.89	170	0.00	0.96	187	0.00	0.97	175	0.03
65	0.007500	0.099	0.91	145	0.00	0.99	165	0.00	1.03	174	0.00
65	0.013300	0.056	1.15	83	0.00	1.04	142	0.00	1.09	132	0.00

Tabelle 5.1: Zusammenstellung der Akzeptanzwerte  $A$ , der Ereigniszahlen  $N_{DIS}$ , und der Beiträge durch die statistische Subtraktion des  $\gamma p$ -Untergrundes  $N_{\gamma p}/N_{DIS}$  für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden. Die  $Q^2$ -Angaben sind in  $GeV^2$ .

**Ereignisse mit großen Rapiditygaps** Ein Teil der selektierten tief inelastischen Daten von ca. 6-10% zeichnet sich durch fehlende hadronische Energiedepositionen im Vorwärtsbereich des Detektors aus [111, 112]. Abbildung 5.4 zeigt den Unterschied der Signaturen zwischen Ereignissen mit fehlender hadronischer Aktivität im Vorwärtsbereich und dem bisher diskutierten Verhalten. Das Quadrat des Viererimpulses, das am Vektorbosen-Hadron-Vertex zur Verfügung steht, reduziert sich auf den Betrag  $t = (\mathbf{P} - \mathbf{P}')^2$ . Die meßba-

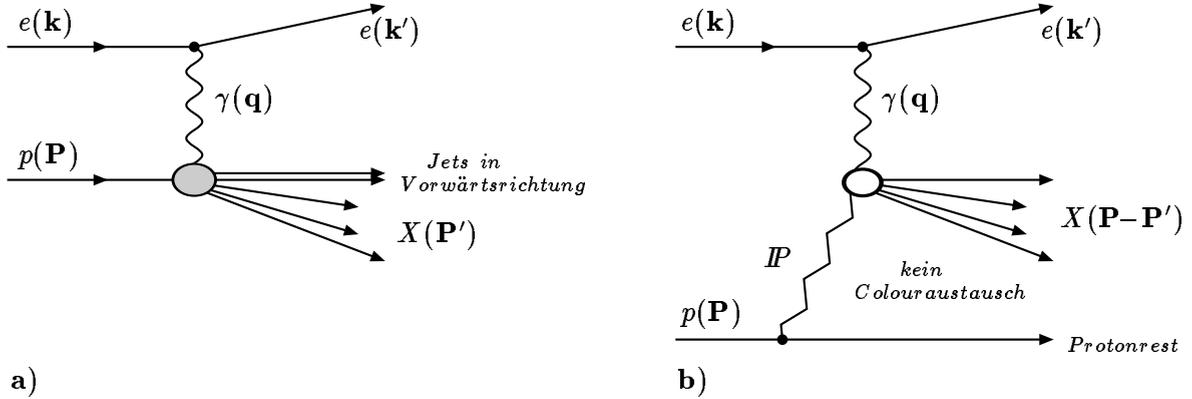


Abbildung 5.4: Vergleich der Signaturen von Ereignissen a) mit dem bisher diskutierten Verhalten und b) mit großen Rapiditygaps, die durch den fehlenden Austausch von Colourquantenzahlen zwischen dem Protonrest und den im Detektor nachgewiesenen hadronischen Endzustandsteilchen charakterisiert werden können. Wechselwirkungen des Vektorbosons mit einem farblosen Teilchen wie dem Pomeron  $IP$  können solche Rapiditygaps erzeugen.  $\mathbf{P}'$  ist in dem betrachteten Bild der Viererimpuls des ebenfalls farblosen Protonrestes.

re invariante Masse der hadronischen Endzustandsteilchen im Detektor entspricht dann der Schwerpunktennergie des  $\gamma IP$ -Systems, die klein ist im Vergleich zu der des Photon-Proton-Systems.

In der 1993er H1-Detektorkonfiguration konnte der farblose Protonrest nicht nachgewiesen und  $t$  demzufolge nicht bestimmt werden. Der Einbau eines Protonspektrometers in Vorwärtsrichtung erfolgte bei H1 1995 [113]. Diese Detektorkomponente soll durch den Nachweis des Protonrestes die Identifizierung der Ereignisse mit großen Rapiditygaps und eine tiefere physikalische Interpretation der Produktionsmechanismen ermöglichen.

Die Ereignisse mit fehlender Aktivität im Vorwärtsbereich gehören zu den tief inelastischen Ereignissen und müssen daher bei der Berechnung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  berücksichtigt werden, sind jedoch nicht in der verwendeten tief inelastischen Monte-Carlo-Simulation enthalten. Ereignisse mit solchen Signaturen können über die Definition der Pseudo-Rapidity,  $\eta_{max}$ , des mit dem Polarwinkel  $\theta$  am meisten vorwärts gestreuten hadronischen Endzustandteilchens klassifiziert werden:

$$\eta_{max} = -\ln \tan(\theta/2). \quad (5.7)$$

Zusätzlich zu den aufgeführten Selektionskriterien muß demzufolge die Bedingung  $\eta_{max} < 3.2$  oder  $\theta > 4^\circ$  für eine minimale hadronische Energie im LAr-Kalorimeter,  $E_{min} > 0.4 \text{ GeV}$ , erfüllt werden. Für die Simulation der Ereignisse wurde ein spezieller MC-Generator RAPGAP genutzt [114]. Der Vergleich der sowohl mit dem tief inelastischen als auch mit dem RAPGAP Monte-Carlo berechneten Detektorakzeptanzen ist für zwei ausgewählte  $Q^2$ -Werte

in Abbildung 5.5 dargestellt. Auf Grund der guten Übereinstimmung zwischen den beiden Ergebnissen konnten für die  $F_2$ -Analyse die Akzeptanzkorrekturen verwendet werden, die allein auf der DJANGO-Ereignisgeneration basieren.

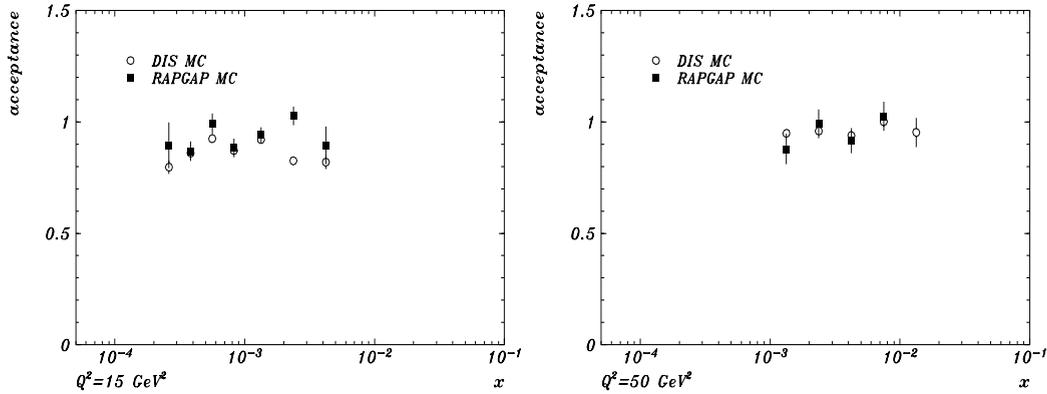


Abbildung 5.5: Vergleich der Detektorakzeptanzen für tief inelastische Ereignisse (258000 DIS MC) und Prozesse ohne Aktivität in Vorwärtsrichtung (20000 RAPGAP MC), links für  $Q^2 = 15 \text{ GeV}^2$  und rechts für  $Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$ . Die Ereignisselektion erfolgte nach der Elektron-Methode. Die Übereinstimmung zwischen den beiden Monte-Carlo-Berechnungen ist gut, unter Berücksichtigung der geringeren Statistik der RAPGAP Monte-Carlo-Simulation.

### 5.3 Formalismus der Berechnung der Strukturfunktion

Die bei kleineren Impulsüberträgen gemessene Protonstrukturfunktion  $F_2^{exp}$  ist im Ein-Photon-Austauschmodell an jedem fixierten Punkt  $x_c, Q_c^2$  innerhalb eines Bins der Fläche  $\Delta x \cdot \Delta Q^2$  definiert durch

$$F_2^{exp}(x_c, Q_c^2) = \bar{\sigma}_{exp}(\Delta x, \Delta Q^2) \left( \frac{F_2(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)} \right)_{th}. \quad (5.8)$$

Die Strukturfunktion kann demnach direkt durch den Vergleich des mittleren, in einem Bin gemessenen, tief inelastischen Streuquerschnitt,  $\bar{\sigma}_{exp}$ , mit dem aus der Theorie zu erwartenden Verhalten  $(F_2 / \bar{\sigma})_{th}$  extrahiert werden.

Der experimentelle tief inelastische Streuquerschnitt ergibt sich aus den in den vorangegangenen Abschnitten bestimmten Größen:

$$\bar{\sigma}_{exp}(\Delta x, \Delta Q^2) = \int_{Bin} \frac{d^2 \sigma_{exp}}{dx dQ^2} dx dQ^2 = \frac{N}{A \cdot L \cdot \varepsilon} \quad (5.9)$$

- $N$  ist die Anzahl der pro Bin selektierten Ereignisse nach der Subtraktion der Untergrundereignisse,  $N = N_{DIS} - N_{\gamma p}$ , siehe Tabelle 5.1.
- $A$  ist die nach Gleichung (5.3) berechnete Detektorakzeptanz pro Bin, siehe Tabelle 5.1.
- $L = 271.3 \pm 13.5 \text{ nb}^{-1}$ , die totale integrierte Luminosität des Jahres 1993, siehe Abschnitt 3.3.

- $\varepsilon$  enthält alle Ineffektivitäten von Detektorkomponenten soweit sie nicht in der Monte-Carlo-Simulation implementiert worden sind.  $\varepsilon$  ergibt sich aus dem totalen globalen Effektivitätswert,  $\varepsilon_{tot}$ , und dem für die Luminositätsmessung 1993 zu berücksichtigenden Anteil der Satelliten-Bunch-Ereignisse  $\varepsilon_L = 1.03$  [80],  $\varepsilon = \varepsilon_{tot} \cdot \varepsilon_L$ .

Der Ein-Photon-Wechselwirkungsquerschnitt, siehe Kapitel 2, kann unter Ausnutzung der Gleichungen (2.24) und (2.25) in folgender Form dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\sigma_{Born} &= \frac{d^2\sigma_{Born}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4x} \left(1 - y + \frac{y^2}{2(1+R)}\right) \cdot F_2^{th}(x, Q^2) \\ &= \kappa(R) \cdot F_2^{th}(x, Q^2).\end{aligned}\quad (5.10)$$

Die Abhängigkeit von der bei kleinen  $x$  und  $Q^2$  bisher noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion  $F_L$  wird in dem kinematischen Faktor  $\kappa(R)$  zusammengefaßt.

Die Darstellung des radiativen Streuquerschnitts erfolgt nach der Gleichung  $\sigma_{th} = \sigma_{Born} \cdot (1 + \delta)$ , wobei in  $\delta$  die zum Born-Querschnitt auftretenden elektroschwachen Korrekturen höherer Ordnungen enthalten sind:

$$\bar{\sigma}_{th}(\Delta x, \Delta Q^2) = \int_{Bin} \sigma_{th} dx dQ^2 \quad (5.11)$$

$$\cong (1 + \bar{\delta}) \int_{Bin} \sigma_{Born} dx dQ^2. \quad (5.12)$$

Der Einfluß der radiativen Korrekturen kann demnach durch den Faktor  $(1 + \bar{\delta}) = \bar{\sigma}_{th}/\bar{\sigma}_{Born}$  quantifiziert werden.

Die Gleichung (5.8) ist dann mit dem in Gl. (5.9) experimentell bestimmten Streuquerschnitt in folgender Weise umformbar:

$$\begin{aligned}F_2^{exp}(x_c, Q_c^2) &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{\bar{\sigma}_{Born} F_2^{th}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{th}} \\ &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{1}{(1 + \bar{\delta})} \frac{F_2^{th}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \\ &= \bar{\sigma}_{exp} \frac{1}{(1 + \bar{\delta})} \frac{\sigma_{Born}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \frac{1}{\kappa(R)}.\end{aligned}\quad (5.13)$$

Die Messung des radiativen Streuquerschnitts wird so in eine Bestimmung der Protonstrukturfunktion  $F_2$  für einen Faktor  $R$  und mittlere radiative Korrekturen der Größe  $\bar{\delta}$  transformiert<sup>1</sup>. Der zusätzlich auftretende Terme  $\sigma_{Born}/\bar{\sigma}_{Born}$  wird auch als Binzentrumkorrektur bezeichnet, d.h. hier wird die binorientierte Messung des Streuquerschnitts auf einen ausgewählten Punkt  $(x_c, Q_c^2)$  umgerechnet. Die Bingrößen werden durch die kinematischen Schnitte eingeschränkt. Bins, deren vorher definierte Zentren außerhalb der verbleibenden Fläche liegen, wurden nicht in der Analyse betrachtet.

**Berechnung der radiativen Korrekturen** Die Berechnung des Integrals (5.11) kann auf unterschiedliche Weise für eine gegebene Parametrisierung der Protonstrukturfunktion,  $F_2^{th} = F_2^{par}$ , erfolgen:

1. Die Durchführung einer semianalytischen Integration, wie mit dem Programmpaket TERAD91 [14].

---

<sup>1</sup>Gl. (5.13) ist eine selbstkonsistente Beschreibung von  $F_2$  aus der  $F_2^{exp}$  iterativ bestimmt werden kann.

2. Die analytische Berechnung der  $\bar{\delta}$ -Terme in der Approximation der führenden Logarithmen [62, 121].
3. Die Integration mittels der Monte-Carlo-Simulation radiativer tief inelastischer Ereignisse, die einer generierten Luminosität von  $L(\mathcal{MC}) = N(\mathcal{MC}, gen)/\sigma(\mathcal{MC})$  entsprechen,

$$\int_{Bin} \sigma dx dQ^2 = \frac{N(\mathcal{MC}, gen, sel)}{L(\mathcal{MC})}. \quad (5.14)$$

Eine wichtige Kontrollmöglichkeit der Größe der radiativen Korrekturen und der Implementation der QED-Strahlungsprozesse höherer Ordnungen im Monte-Carlo ist damit durch den Vergleich der analytisch berechneten Ergebnisse mit den  $\mathcal{MC}$ -Resultaten gegeben:

$$\begin{aligned} \left( \frac{F_2(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)} \right)_{ana} &= \left( \frac{F_2(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}(\Delta x, \Delta Q^2)} \right)_{\mathcal{MC}} \\ \frac{1}{(1 + \delta)} \frac{\sigma_{Born}(x_c, Q_c^2)}{\bar{\sigma}_{Born}} \frac{1}{\kappa(R)} &= \frac{F_2^{par}(x_c, Q_c^2)}{N(\mathcal{MC}, gen, sel)/L(\mathcal{MC})} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Für die Konsistenz des Verfahrens ist die Verwendung derselben Parametrisierung der Strukturfunktion erforderlich.

Die Überprüfung der Gültigkeit der Gleichung (5.15) erfolgte für die  $\mathcal{MC}$ -Integration mit den in der Analyse verwendeten Ereignissen der DJANGO-Generation und für die numerischen Werte berechnet mit dem TERAD91-Programm. Der Vergleich wurde sowohl mit der Elektron- als auch der gemischten Methode durchgeführt, da sich beide Verfahren insbesondere im Bereich großer  $y$ -Werte durch die Größe der radiativen Korrekturen stark unterscheiden. Wie in Abbildung 5.6 deutlich wird, können die zu berücksichtigenden Terme infolge von QED-Effekten höherer Ordnungen bei der Elektronanalyse bis zu 40% in der Nähe der gesetzten kinematischen Grenze  $y = 0.6$  betragen. Die Vergleichswerte des gemischten Verfahrens liegen bei nur 2%. Die beobachtete Übereinstimmung der mit der Elektron- und der gemischten Methode erhaltenen  $F_2$ -Werte (s. unten) ist daher ein wichtiger Nachweis für die korrekte Behandlung der radiativen Korrekturen. QED-Compton-Ereignisse tragen für diese Rechnungen nicht bei, da durch die sehr kleinen Schwerpunktenenergie des  $e\gamma$ -Systems in den meisten Fällen nicht der für die Selektion geforderte Wechselwirkungspunkt rekonstruiert wird. Die Größe der radiativen Korrekturen für tief inelastische Ereignisse bei hohen  $y \geq 0.3$  wurde durch den Vergleich des gemessenen und berechneten Energiespektrums radiativ abgestrahlter Photonen  $\delta\sigma/\delta E_\gamma$  über den kinematischen Bereich:  $E'_e > 10 \text{ GeV}$ ,  $160^\circ \leq \theta_e \leq 172^\circ$ ,  $\theta'_\gamma \leq 0.45 \text{ mrad}$  auf 25% experimentell kontrolliert [80].

Die mit den Werten  $(1 + \bar{\delta})$  erhaltenen Ergebnisse für die in Gleichung (5.15) notierte Äquivalenz sind in Abhängigkeit von  $x$  und  $Q^2$  in der Abbildung 5.7 dargestellt. Die Übereinstimmung der beiden Berechnungsverfahren ist gut und die auftretenden Abweichungen bewegen sich innerhalb der miteingezeichneten systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung, siehe auch [123].

Die Verwendung der Monte-Carlo-Simulation für den radiativen tief inelastischen Streuquerschnitt führt die  $F_2$ -Bestimmung auf die sehr kompakte Form:

$$F_2^{exp}(x_c, Q_c^2) \simeq \frac{1}{\varepsilon} \frac{N}{N(\mathcal{MC}, rec, sel)} \frac{L(\mathcal{MC})}{L} F_2^{par}(x_c, Q_c^2). \quad (5.16)$$

Vorteil der Gleichung (5.16) ist, daß auch  $F_2$ -Berechnungen mit komplizierteren Schnitten in der kinematischen Ebene bzw. ungewöhnlichen Variablen möglich sind, die in einem

analytischen Verfahren nicht oder nur schwer realisiert werden können. Auf Grund ihrer größeren Variabilität wurde für die 1993er  $F_2$ -Analyse die Monte-Carlo-Methode gewählt, siehe Gl. (5.16). Inzwischen wurden die Programme HELIOS und TERAD91 zu einem neuen Programmpaket HECTOR vereinigt, das eine größere Variablenkombination ermöglicht [124].

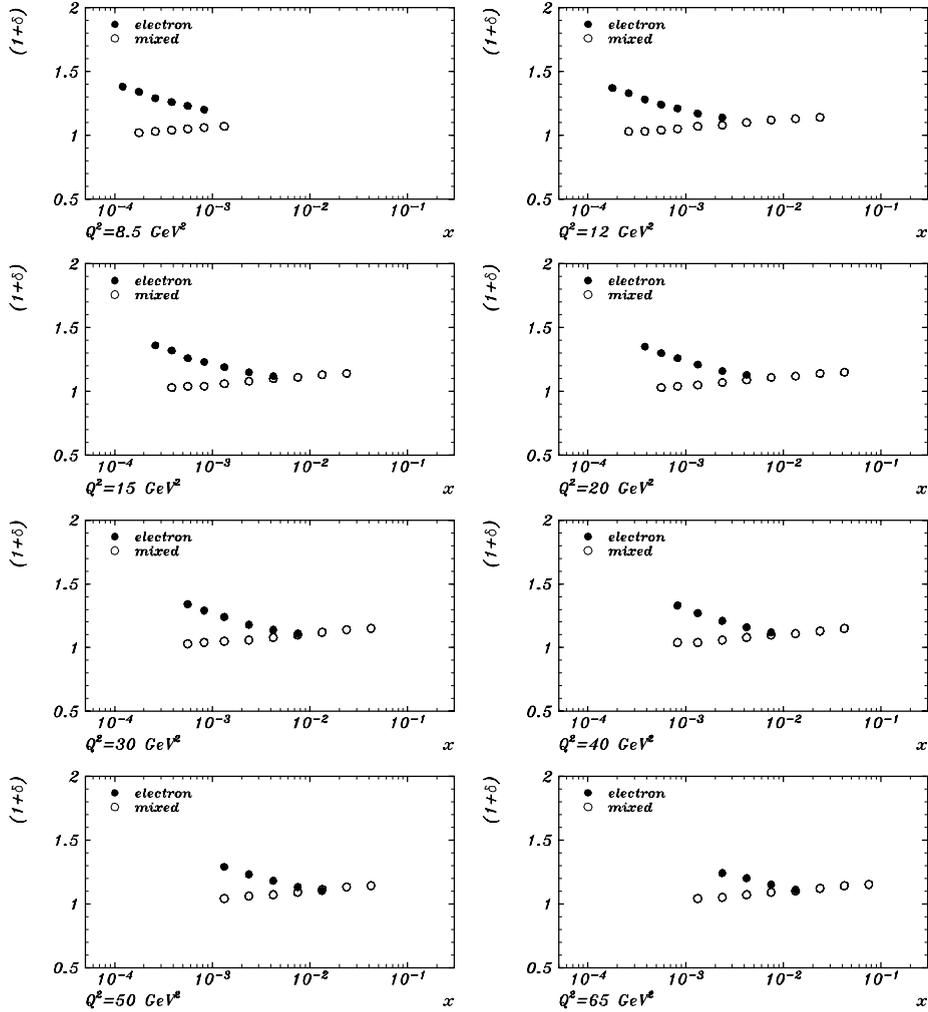


Abbildung 5.6: Einfluß der radiativen Korrekturen auf die Elektronanalyse und die gemischte Methode. Die Berechnungen erfolgten mit dem TERAD91-Programm [122]. Deutlich sichtbar wird die Größe sowie die  $y$ -Abhängigkeit der Korrekturterme, deren Fehler ca. 2% betragen.

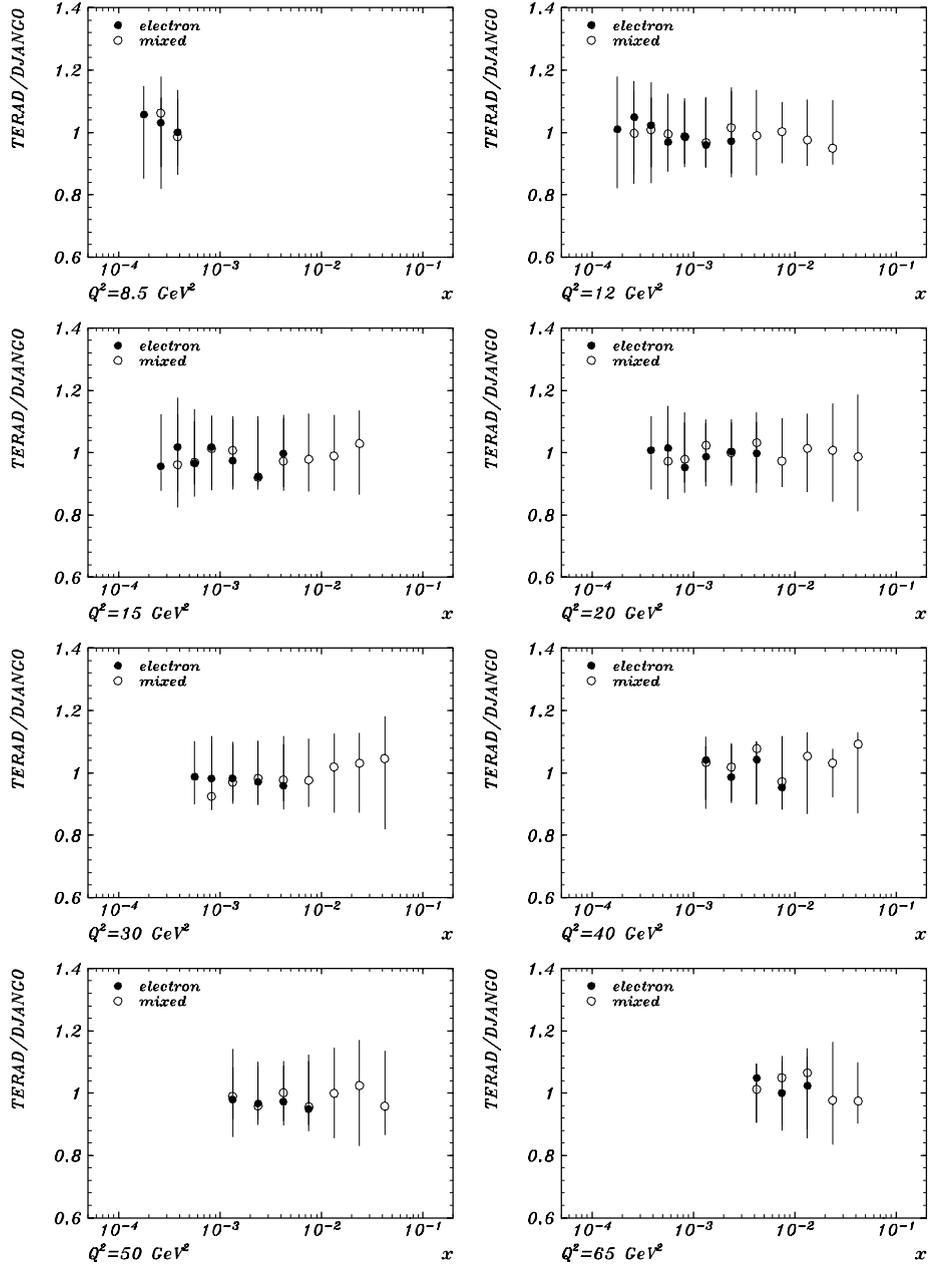


Abbildung 5.7: Vergleich der Berechnungsmethoden der Strukturfunktion  $F_2$  entsprechend Gleichung (5.15) in einem analytischen Verfahren mit radiativen Korrekturen aus dem TERAD91-Programm sowie der Monte-Carlo-Simulation mit dem DJANGO-Ereignisgenerator. Die Fehlerbalken repräsentieren die systematischen Fehler der Struktur-funktionsmessung, eingezeichnet als  $1 \pm \text{Fehler}$ .

**Einfluß der longitudinalen Strukturfunktion** Die Abhängigkeit der  $F_2$  – Messung von der longitudinalen Strukturfunktion wird durch das Verhältnis der Streuquerschnitte  $R = \sigma_L/\sigma_T = F_L/2xF_1$  bestimmt. In der QCD wird im Bereich  $5 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$  das Verhalten von  $F_L$  für gegebene Partonverteilungen in der Ordnung  $\alpha_s$  der Störungstheorie mit der *Altarelli–Martinelli*–Gleichung beschrieben [127]:

$$F_L^{QCD} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \left( \frac{16}{3} \mathcal{I}_F + 8 \sum_i Q_i^2 \mathcal{I}_G \right) \quad (5.17)$$

$$\mathcal{I}_F = \int_x^1 \frac{dy}{y} \frac{x^2}{y^2} F_2(y, Q^2)$$

$$\mathcal{I}_G = \int_x^1 \frac{dy}{y} \frac{x^2}{y^2} \left( 1 - \frac{x}{y} \right) yg(y, Q^2).$$

Diese QCD–Vorhersage für  $F_L$  ist ebenso im verwendeten Ereignisgenerator DJANGO implementiert. Das Verhältnis  $R$  wurde für die Strukturfunktionsanalyse nach der Gleichung (5.17) für die Parton– und Gluonverteilungen der MRSH–Parametrisierung berechnet, siehe Tabelle 5.2 für die numerischen Werte. Eine Variation von  $R$  um  $\pm R$  entspricht einer maximal 6%igen Änderung der  $F_2$ –Werte. Da die  $R$ –Werte explizit aufgeführt wurden, wurden für die  $F_2$ –Messung mögliche Unsicherheiten von  $R$  nicht betrachtet<sup>2</sup>.

Die Messung der longitudinalen Strukturfunktion  $F_L$  für ein festes  $x$  und  $Q^2$  kann nur aus dem Vergleich des tief inelastischen Streuquerschnitts bei verschiedenen Schwerpunktenenergien erfolgen. In der Näherung des Ein–Photon–Austauschs führt das zu der Relation:

$$\frac{\sigma(s_1)}{\sigma(s_2)} = \frac{2(1 - y_1) + y_1^2/(1 + R)}{2(1 - y_2) + y_2^2/(1 + R)}. \quad (5.18)$$

Variationen der Schwerpunktenenergien bei HERA sind erreichbar

- a) durch eine Veränderung der gelieferten Elektron– oder Protonenergie sowie
  - b) über die Verringerung der Elektronstrahlenergie durch QED–Bremsstrahlungsprozesse.
- Für die erste Methode ergab eine Abschätzung für eine angenommene integrierte Luminosität von  $L = 10 \text{ pb}^{-1}$  eine Signifikanz der  $R$ –Messung in Form einer  $6\sigma$ –Standardabweichung für  $x \sim 5 \cdot 10^{-4}$  und  $Q^2 \sim 15 \text{ GeV}^2$  [129] und systematischen Fehlern für  $R$  kleiner als 20%. Die Messung von  $F_L$  nach dem Verfahren b) setzt den Nachweis des vom Elektron abgestrahlten Photons voraus. Eine Berechnung auf der Basis einer integrierten Luminosität von  $L = 200 \text{ pb}^{-1}$  ergab für die Bestimmung von  $F_L$  statistische und systematische Fehler von bis zu 20% [130].

Eine möglichst genaue  $R$ –Messung erfordert die Verringerung der Protonstrahlenergie [129]. Die Messung von  $R$  gehört zum HERA–Programm der nächsten Jahre. Eine Messung von  $F_L$  würde eine direkte Extraktion der Gluondichte gemäß der Gl. (5.17) gestatten, da das Integral über die Gluondichte bei kleinen  $x$  dominant wird [131]. Die gleichzeitige experimentelle Bestimmung von  $F_L$  und der Skalenverletzungen von  $F_2$  erlaubte eine redundante Berechnung der Gluondichte und wäre daher ein wichtiger Test der QCD–Vorhersagen.

## 5.4 Iterationsmethoden

Der mit dem HERACLES–Generator erzeugte  $\mathcal{MC}$ –Datensatz liefert die für die  $F_2(x, Q^2)$  – Berechnung notwendigen Detektorakzeptanzen und eine Abschätzung von Verschiebungen

<sup>2</sup>Insbesondere für kleine  $Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$  sind hier auch Beiträge zu  $R$  von höheren Twists  $\sim (0.24 - 0.4) \text{ GeV}^2/Q^2$  zu erwarten [128].

der Ereignisse in der kinematischen Ebene infolge der endlichen Meßgenauigkeit. Die Rekonstruktion von Ereignissen außerhalb des Ursprungsbins führt zu einer Abhängigkeit der Akzeptanzkorrektur von der für die Simulation des tief inelastischen Streuquerschnitts verwendeten Strukturfunktion. Das betrifft insbesondere das Gebiet der kleinen  $x$ -Werte, für das in den ersten HERA-Veröffentlichungen ein starkes Ansteigen der Strukturfunktion  $F_2$  nachgewiesen, aber noch nicht präzise vermessen wurde. Da die im  $\mathcal{MC}$  implementierte MRSH-Parametrisierung der Strukturfunktion  $F_2$  [93] bereits an die im Jahr 1993 veröffentlichten ersten Messungen von ZEUS und H1 angepaßt wurde, waren nur kleine Änderungen der Korrekturfaktoren zu erwarten. Letztlich sollte die Monte-Carlo-Funktion jedoch mit der gemessenen Strukturfunktion übereinstimmen, um den durch eine mögliche Diskrepanz erzeugten systematischen Fehler zu minimieren. Die Korrekturterme zu den Detektorakzeptanzen und damit wiederum zu der gemessenen Strukturfunktion können über ein mehrere Schritte umfassendes Iterationsverfahren erhalten werden, das bei H1 erstmalig angewandt wurde.

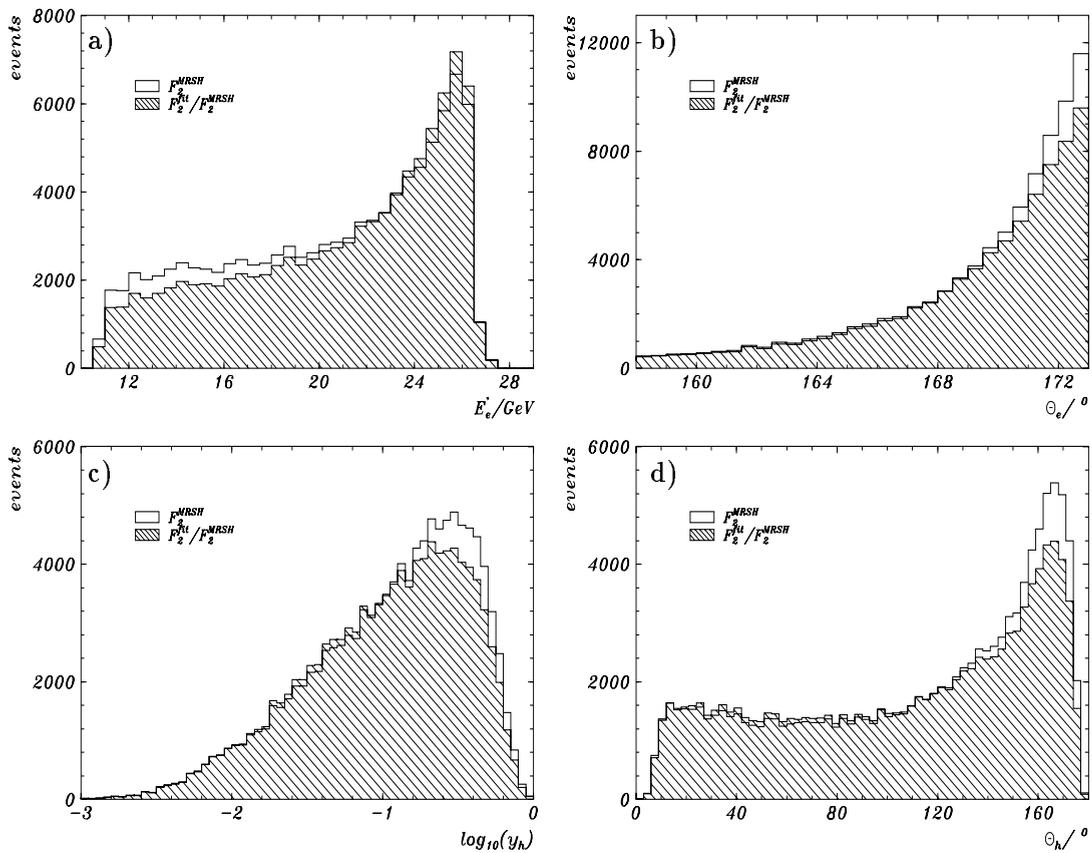


Abbildung 5.8: Einfluß der Umwichtung der  $\mathcal{MC}$ -Ereignisse nach der Iteration der Strukturfunktion auf die Verteilungen der Meßgrößen a)  $E'_e$ , b)  $\theta_e$ , c)  $y_h$  und d)  $\theta_h$ . Die mit der Funktion  $f_1 = F_2^{exp}/F_2^{MRSH}$  umgewichteten Verteilungen wurden als schraffierte Histogramme dargestellt. Wie zu erwarten, treten die größten Änderungen einer Umwichtung des Monte-Carlo's in dem Gebiet kleiner  $x$ -Werte auf, d.h. kleiner Streuwinkel  $\theta_e$ , kleiner Energien  $E'_e$ ,  $y_h$  nahe 1 und für große  $\theta_h$ .

Der erste Iterationsschritt erfolgte durch eine Umwichtung der mit der MRSH-Funktion erzeugten Monte-Carlo-Ereignisse in den generierten Variablen  $x$  und  $Q^2$  mit einer Gewichts-

funktion

$$f_1(x, Q^2) = F_2^{exp} / F_2^{MRSH}. \quad (5.19)$$

Die bei kleineren  $Q^2 \leq 80 \text{ GeV}^2$  gemessene Strukturfunktion  $F_2$  wurde mit ihren totalen Fehlern<sup>3</sup> in der Form

$$F_2^{fit} = (A + B \log(Q^2/Q_0^2)) x^{C+D \log(Q^2/Q_0^2)} (1-x)^E \quad (5.20)$$

parametrisiert. Die Parameter  $A$  bis  $D$  wurden mit dem Programm MINUIT [132] angepaßt und  $E = 3$  und  $Q_0^2 = 5 \text{ GeV}^2$  gesetzt. Die Resultate für die 4 freien Parameter sind:  $A = 0.33 \pm 0.05$ ,  $B = -0.068 \pm 0.02$ ,  $C = -0.12 \pm 0.02$  und  $D = -0.084 \pm 0.04$  bei einem  $\chi^2$ -Wert von 29 bei 58 Freiheitsgraden, so daß in guter Näherung  $F_2^{exp} = F_2^{fit}$  gesetzt werden kann.

Die verwendeten Gewichte variieren um 1 mit maximal 20% Abweichungen. In den Abbildungen 5.8 a-d ist die Wirkung der Umwichtung der Strukturfunktion auf die Monte-Carlo-Verteilungen deutlich erkennbar, insbesondere die Änderungen in dem Gebiet kleiner  $x$ -Werte, d.h. kleiner Streuwinkel  $\theta_e$  und Energien  $E'_e$  sowie großer Jetwinkel  $\theta_h$ . Das Iterationsverfahren hat daher einen signifikanten Einfluß auf die Beschreibung der experimentellen Verteilungen durch die  $MC$ -Simulation. Die Ergebnisse des Vergleichs der Daten mit dem iterierten Monte-Carlo unter Berücksichtigung der Beiträge durch falsch identifizierte Photoproduktionsprozesse sind für den  $F_2$ -Meßbereich,  $Q^2 > 7.5 \text{ GeV}^2$ , in den Abbildungen 5.9 a-d dargestellt. Für alle vier Meßgrößen beschreibt die Simulation die experimentellen Verteilungen gut. Hierbei ist zu beachten, daß die Monte-Carlo-Verteilungen unter Berücksichtigung des bekannten tief inelastischen Streuquerschnitts absolut auf die H1-Luminosität normiert wurden. Abbildung 5.8 demonstriert, daß ohne Iteration eine solche Übereinstimmung nicht hätte erzielt werden können.

Während die Iteration für die Beschreibung der Verteilungen der Meßgrößen notwendig ist, bleibt jedoch der Einfluß auf die Werte der gemessenen Strukturfunktion kleiner als 5%. Ursache hierfür ist, daß die oben angeführte Abhängigkeit der Strukturfunktionsanalyse von der angenommenen  $F_2$ -Form durch die Verschmierung der Ereignisse in der kinematischen Ebene vermittelt wird, die in dem betrachteten Meßbereich nicht größer als 30% sein durfte.

Das Iterationsverfahren kann mehrfach durchgeführt werden, bis die beobachteten Änderungen in  $\chi^2$  kleiner als 1 sind. Die nach dem ersten Iterationsgang erhaltenen  $F_2$ -Werte wurden dabei ebenso mit dem in Gleichung 5.20 beschriebenen funktionalen Zusammenhang angepaßt. Die zweite Anpassung erbrachte bei einem nahezu gleichen  $\chi^2$ -Wert Variationen der Parameter  $A - D$  innerhalb der genannten Fehler. Die neue Gewichtsfunktion ergibt sich dann zu:  $f_2(x, Q^2) = F_2^{fit} / F_2^{MRSH}$ . Der Effekt einer zweiten Iterationsprozedur auf die  $F_2$ -Messung ist kleiner als 2%. Für die Analyse der 1993er Daten wurde auf Grund der Dominanz der systematischen Fehler im Vergleich zu dem geringen Einfluß weiterer Iterationen auf die  $F_2$  nur der erste Iterationsgang für die Umwichtung der  $MC$ -Verteilungen durchgeführt.

## 5.5 Systematische Fehler

Die Untersuchung der systematisch bedingten Unsicherheiten der Protonstrukturfunktion wurde an Hand von Monte-Carlo-Studien durchgeführt. Die rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignisse wurden dabei jeweils um den entsprechenden positiven bzw. negativen Betrag

---

<sup>3</sup>Der totale Fehler wurde aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers berechnet.

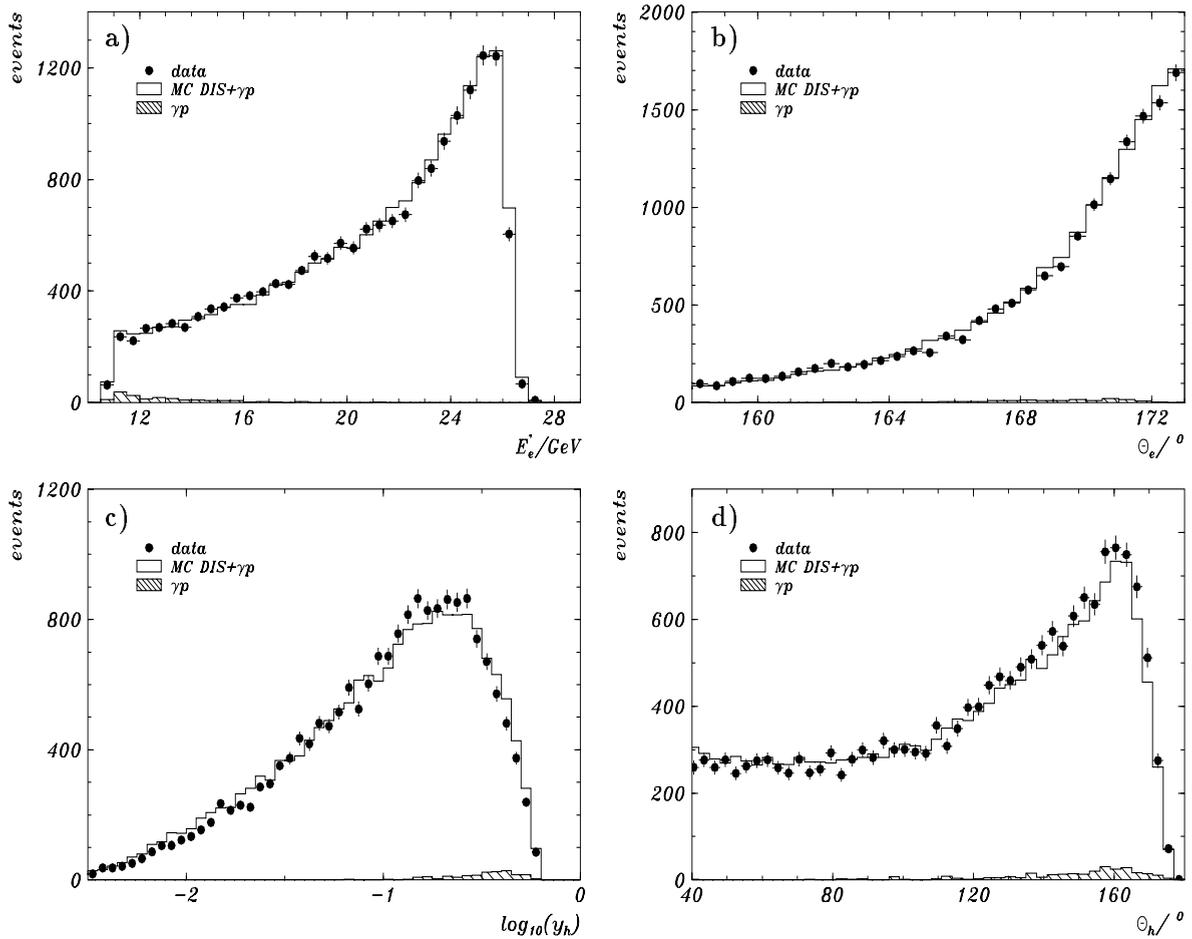


Abbildung 5.9: Verteilungen der gemessenen Größen a)  $E'_e$ , b)  $\theta_e$ , c)  $y_h$  und d)  $\theta_h$  im Vergleich zu den auf die Luminosität normierten Monte-Carlo-Simulationen für den  $F_2(x, Q^2)$ -Meßbereich. Die kleinen Beiträge (schraffiert) von falsch identifizierten Photoproduktionsprozessen wurden in den einzelnen Histogrammen mitberücksichtigt.

verschoben und neue Ereigniszahlen binweise bestimmt. Das Verhältnis der modifizierten zu den unmodifizierten Ereignissen lieferte dann den gesuchten Wert der  $F_2$ -Variation für jedes Bin, wobei zwischen den Abweichungen in positiver und negativer Richtung gemittelt wurde.

Im einzelnen wurden folgende Fehlerquellen betrachtet:

- i) Ein möglicher Kalibrationsfehler der Energieskala des BEMC um 1.7%. Zusätzlich wurde eine Unsicherheit in der Beschreibung der Energieauflösung des BEMC von 2% betrachtet. Die Verschiebung der Energieskala war der dominierende Fehler der Elektronen-Methode mit Beiträgen zum  $F_2$ -Fehler von 4-14%, wobei die Werte proportional  $1/y$  ansteigen. Ebenso verstärkt sich der Einfluß der Energieauflösung. Insgesamt bleiben die daher resultierenden Unsicherheiten jedoch um 1-3%. Für die gemischte Analyse ergaben sich auf Grund der Skalen- und Auflösungsgenauigkeit des BEMC typische Werte von 3-5% bedingt durch die Verwendung der leptonischen  $Q^2$ -Variablen.
- ii) Eine Unsicherheit in der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr-Kalorimeters von 6%. Weiterhin wurde eine Verschiebung der Zentralwerte der hadronischen

$y$ -Werte von 3% betrachtet. Die Meßgenauigkeit der hadronischen Energien gehört zu den bestimmenden Fehlerquellen der gemischten und der Doppelwinkel-Methode mit Beiträgen bis zu 14%. Durch die Beschränkung der kombinierten Methoden auf den Bereich  $y < 0.4$  wurden Unsicherheiten der hadronischen Energiebestimmung im BEMC nicht betrachtet.

- iii) Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um  $2 \text{ mrad}$ . Die resultierenden Fehler ergaben für alle drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden Werte von 3-5%.
- iv) Alle Effektivitäten wurden bis auf den BEMC-Elektrontrigger und das TOF-System durch den Vergleich der Daten mit dem Monte-Carlo erhalten. Die Übereinstimmung mit der Monte-Carlo-Simulation ist für die einzelnen Effektivitäten besser als 2%. Insgesamt wurde der Unsicherheit der  $MC$ -Beschreibung der Detektoreffektivitäten ein globaler Fehler von 4% zugeordnet. Die Verschlechterung der Elektronidentifikation zu kleinen Energien,  $E'_e < 12 \text{ GeV}$ , wurde durch eine Vergrößerung des Fehlers berücksichtigt.
- v) Die Unsicherheiten auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen wurden mit Werten bis zu 3% abgeschätzt. Diese resultieren u.a. aus dem Fehlen der Korrekturen zweiter Ordnung und der Beiträge der sogenannten *soft photon exponentiation*, s.a. Abschnitt 2.4, im HERACLES-Ereignisgenerator<sup>4</sup>. Die Größe der radiativen Korrekturen wurde wie beschrieben durch den Vergleich der auf dem Monte-Carlo-Verfahren mit der auf dem TERAD91-Programm basierenden Strukturfunktionsberechnung für die Elektron- als auch die gemischte Methode überprüft.
- vi) Unsicherheiten bei der Bestimmung der Detektorakzeptanzen und der Berechnung der Korrekturfaktoren auf Binzentrum und -größe bezüglich der im  $MC$  implementierten Strukturfunktion. Die Abhängigkeit von der gewählten Parametrisierung konnte auf Grund der durchgeführten Iteration minimiert werden und die resultierenden Unsicherheiten konnten mit maximal 3% abgeschätzt werden. Die statistischen Fehler der Akzeptanzberechnungen betragen infolge der verfügbaren hohen  $MC$ -Statistik meistens 2-3%, etwa die Hälfte des experimentellen statistischen Fehlers, und wurden quadratisch zum systematischen Fehler addiert.
- vii) Die Unsicherheit bezüglich des im  $MC$  implementierten Fragmentationsmodells wurde durch die Veränderung des Partonschauermodells untersucht. Es wurde ein Vergleich zwischen den beiden Varianten der Partonschauerbildung, dem sogenannten MEPS-Modell (*Matrix Elements and Parton Showers*), Generatoren LEPTO und JETSET, und dem CDM-Modell, Generatoren LEPTO, ARIADNE und JETSET, durchgeführt, vgl. auch Abschnitt 3.6. Es wurden für den Bereich  $y \lesssim 0.1$  relativ geringe Effekte um 3-4% beobachtet. Für kleine  $x$ -Werte traten jedoch Abweichungen bis zu 10% auf. Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, daß das MEPS-Modell im Gegensatz zum CDM-Modell nur schlecht den bei H1 nachgewiesenen transversalen hadronischen Fluß bei kleinen  $x$ -Werten beschreibt [133]. Der Einfluß der Fragmentation auf die Messung der Strukturfunktion wurde daher eher konservativ abgeschätzt.

---

<sup>4</sup>Die Vernachlässigung dieser Beiträge bewirkt z.B. für die Elektron-Methode eine Erhöhung der radiativen Korrekturen um 1.6% für  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  und  $x \simeq 2 \cdot 10^{-3}$  [122].

- viii) Für den Fehler auf Grund der statistischen Subtraktion des  $\gamma p$ -Untergrunds wurde etwa die Hälfte des angewandten Korrekturwertes angenommen, da die Statistik und Akzeptanzkorrekturen der im Elektrontagger nachgewiesenen (*tagged*) Daten eine genauere Normierung nicht zuließen. Das entsprach Werten kleiner als 4% und beeinflusst nur die  $F_2$ -Berechnung bei  $y > 0.3$ .

Für die Berechnung des totalen systematischen Fehlers wurden alle einzelnen Anteile quadratisch addiert. Insgesamt konnten für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden systematische Fehler der  $F_2$ -Messung von 7-18% angegeben werden. Die detaillierte, prozentuale Zusammensetzung der systematischen Fehler für die Elektronanalyse und das gemischte Verfahren findet sich in den Tabellen A.1 und A.2 des Anhangs A. Für die QCD-Analyse und die Bestimmung der  $F_2$ -Skalenverletzung mußten alle Anteile einzeln betrachtet werden, da z.B. eine mögliche  $\theta_e$ -Verschiebung die  $F_2$ -Punkte korreliert beeinflusst.

## 5.6 Ergebnisse

Die Ergebnisse der  $F_2(x, Q^2)$ -Analysen für die Elektron-, die gemischte und die Doppelwinkel-Methode sind in der Tabelle 5.2 mit den absoluten statistischen und systematischen Fehlern zusammengestellt. Erstmals bei H1 wurden parallel drei vollständige Strukturfunktionsanalysen durchgeführt.

Die Berechnung der  $F_2$ -Werte erfolgte nach Gl. (5.16). Der experimentelle tief inelastische Streuquerschnitt wurde entsprechend Gl. (5.9) unter Berücksichtigung der in der Tabelle 5.1 aufgeführten Ereigniszahlen nach der statistischen Subtraktion der  $\gamma p$ -Untergrundereignisse bestimmt. Das angenommene Strukturfunktionsverhältnis  $R$  (Gl. (5.17)) beträgt bei kleinen  $x$  und  $Q^2$  etwa 0.3 und geht über den kinematischen Faktor  $\kappa(R)$  in die  $F_2$ -Messung ein.

In der Abbildung 5.10 werden die Ergebnisse der Strukturfunktionsanalysen der drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden in ihren  $x$ -Abhängigkeiten für die gewählten  $Q^2$ -Werte präsentiert. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den Analysen innerhalb der angegebenen Fehler wird überzeugend veranschaulicht. Deutlich werden auch die jeweiligen Vorzüge der verschiedenen Verfahren, insbesondere der Zugang kleinster  $x$ -Werte durch die Elektronanalyse und die Erweiterung des  $F_2$ -Meßgebietes zu großen  $x$  hin ( $y < 0.05$ ) durch die kombinierten Methoden. Die Anwendung unterschiedlicher Rekonstruktionsmethoden ist eine der wichtigsten Kontrollmöglichkeiten dafür, daß die systematischen Fehler richtig eingeschätzt worden sind. Ein Beispiel dafür ist die Messung bei  $Q^2 = 12 \text{ GeV}^2$ . Hier ist die mit der Doppelwinkel-Methode bestimmte  $F_2$  systematisch kleiner als die mit der Elektronanalyse berechnete. Das hängt mit den Unsicherheiten der Energiekalibration zusammen, die im entsprechenden BEMC-Gebiet zwischen den inneren dreieckigen und den ersten quadratischen Modulen größer sind, was im systematischen Fehler berücksichtigt wurde.

Die in der Tabelle 5.2 markierten Werte der Elektronanalyse sind Bestandteil der  $F_2(x, Q^2)$ -Publikation von H1 [1]. Für den Bereich  $y < 0.15$  wurde bei H1 die  $\Sigma$ -Methode verwendet, um ein maximales Meßgebiet für die Berechnung der Strukturfunktion  $F_2$  zu erschließen. Die vollständigen Ergebnisse der Doppelwinkel-Methode wurden zur graphischen Veranschaulichung der Konsistenz der Methoden in [1] ebenfalls publiziert, siehe Abbildung 5.11. Die bei konstantem  $Q^2$  gemessene  $F_2$  zeigt für alle Methoden übereinstimmend ein starkes Ansteigen zu kleinen  $x$ -Werten hin. Die weitere Diskussion des Verhaltens der Strukturfunktion sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$  wird daher im nachfolgenden Abschnitt für die von H1 kombinierte  $F_2(x, Q^2)$  durchgeführt.

$Q^2$	$x$	$R$	$E$			$Mixed$			$DA$		
			$F_2$	$\delta_{stat}$	$\delta_{syst}$	$F_2$	$\delta_{stat}$	$\delta_{syst}$	$F_2$	$\delta_{stat}$	$\delta_{syst}$
* 8.5	0.000178	0.30	1.19	0.05	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 8.5	0.000261	0.30	1.20	0.04	0.13	1.02	0.05	0.17	0.00	0.00	0.00
* 8.5	0.000383	0.30	1.11	0.05	0.16	1.14	0.06	0.15	1.13	0.05	0.15
* 12	0.000261	0.29	1.35	0.06	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 12	0.000383	0.29	1.26	0.05	0.13	1.16	0.06	0.17	0.00	0.00	0.00
* 12	0.000562	0.28	1.19	0.05	0.11	1.09	0.05	0.13	1.11	0.05	0.14
* 12	0.000825	0.28	1.08	0.04	0.11	1.21	0.05	0.12	1.00	0.04	0.12
12	0.001330	0.27	1.02	0.05	0.12	1.01	0.05	0.11	0.89	0.03	0.12
12	0.002370	0.26	0.85	0.04	0.14	0.87	0.04	0.11	0.78	0.03	0.12
12	0.004210	0.25	0.00	0.00	0.00	0.78	0.03	0.11	0.69	0.03	0.12
12	0.007500	0.23	0.00	0.00	0.00	0.66	0.04	0.11	0.00	0.00	0.00
* 15	0.000383	0.28	1.40	0.07	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
* 15	0.000562	0.27	1.35	0.06	0.09	1.16	0.06	0.15	1.27	0.07	0.16
* 15	0.000825	0.27	1.17	0.06	0.11	1.18	0.06	0.13	1.16	0.06	0.14
15	0.001330	0.26	1.10	0.05	0.12	1.10	0.05	0.11	1.05	0.05	0.12
15	0.002370	0.25	0.99	0.04	0.12	0.93	0.04	0.08	0.89	0.04	0.09
15	0.004210	0.24	0.00	0.12	0.00	0.82	0.04	0.09	0.78	0.03	0.09
15	0.007500	0.22	0.00	0.00	0.00	0.66	0.04	0.08	0.00	0.00	0.00
* 20	0.000562	0.27	1.52	0.08	0.12	0.00	0.00	0.00	1.29	0.08	0.17
* 20	0.000825	0.26	1.17	0.06	0.08	1.21	0.08	0.15	1.22	0.07	0.15
* 20	0.001330	0.26	1.03	0.05	0.08	1.05	0.05	0.11	1.18	0.05	0.11
20	0.002370	0.24	0.90	0.05	0.09	0.97	0.05	0.08	0.90	0.04	0.08
20	0.004210	0.23	0.82	0.05	0.11	0.81	0.04	0.06	0.72	0.04	0.06
20	0.007500	0.21	0.00	0.00	0.00	0.70	0.04	0.07	0.00	0.00	0.00
* 25	0.000825	0.25	1.47	0.09	0.12	0.00	0.00	0.00	1.48	0.09	0.15
* 25	0.001330	0.24	1.23	0.06	0.10	1.15	0.06	0.10	1.20	0.06	0.10
* 25	0.002370	0.23	1.02	0.05	0.10	1.16	0.06	0.10	1.06	0.06	0.10
25	0.004210	0.22	0.82	0.05	0.11	0.93	0.05	0.07	0.87	0.05	0.07
25	0.007500	0.20	0.00	0.17	0.00	0.70	0.04	0.07	0.64	0.04	0.06
25	0.013300	0.18	0.00	0.00	0.00	0.53	0.04	0.06	0.00	0.00	0.00
* 35	0.000825	0.24	1.71	0.12	0.14	0.00	0.00	0.00	1.53	0.13	0.20
* 35	0.001330	0.23	1.23	0.07	0.11	1.27	0.08	0.13	1.27	0.08	0.12
* 35	0.002370	0.22	1.10	0.06	0.08	1.26	0.07	0.10	1.05	0.07	0.08
35	0.004210	0.21	0.88	0.06	0.08	0.83	0.05	0.07	0.86	0.05	0.08
35	0.007500	0.19	0.82	0.07	0.10	0.84	0.05	0.08	0.66	0.05	0.06
35	0.013300	0.17	0.00	0.00	0.00	0.69	0.06	0.08	0.61	0.05	0.08
* 50	0.001330	0.22	1.46	0.09	0.12	0.00	0.00	0.00	1.51	0.11	0.16
* 50	0.002370	0.21	1.08	0.07	0.09	1.23	0.09	0.11	1.30	0.08	0.12
* 50	0.004210	0.20	1.00	0.07	0.09	0.99	0.07	0.07	0.98	0.06	0.07
50	0.007500	0.18	0.67	0.06	0.08	0.74	0.06	0.07	0.65	0.05	0.05
50	0.013300	0.16	0.00	0.00	0.00	0.64	0.05	0.09	0.48	0.05	0.07
* 65	0.002370	0.20	1.40	0.11	0.11	1.39	0.12	0.13	1.31	0.11	0.14
* 65	0.004210	0.19	1.09	0.09	0.09	1.21	0.09	0.10	1.01	0.09	0.08
* 65	0.007500	0.17	0.95	0.08	0.11	0.95	0.08	0.09	0.88	0.08	0.08
65	0.013300	0.15	0.66	0.08	0.09	0.80	0.07	0.09	0.66	0.06	0.09

Tabelle 5.2: Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  mit statistischen  $\delta_{stat}$  und systematischen  $\delta_{syst}$  Fehlern für die Elektron-, gemischte und Doppelwinkel-Methode. Alle Punkte haben eine zusätzliche Skalierungsunsicherheit von 4.5% bedingt durch die Luminositätsmessung. Die  $Q^2$ -Angaben sind in  $GeV^2$ . Die Werte für  $R$  basieren auf QCD-Rechnungen mit der MRSH-Parametrisierung der Partonverteilungen, siehe Text. Die mit einem Stern markierten Werte der Elektronanalyse sind Bestandteil der 1995er Publikation der  $F_2(x, Q^2)$  von H1 [1]. Die Ergebnisse der Doppelwinkel-Methode wurden ebenfalls in [1] publiziert.

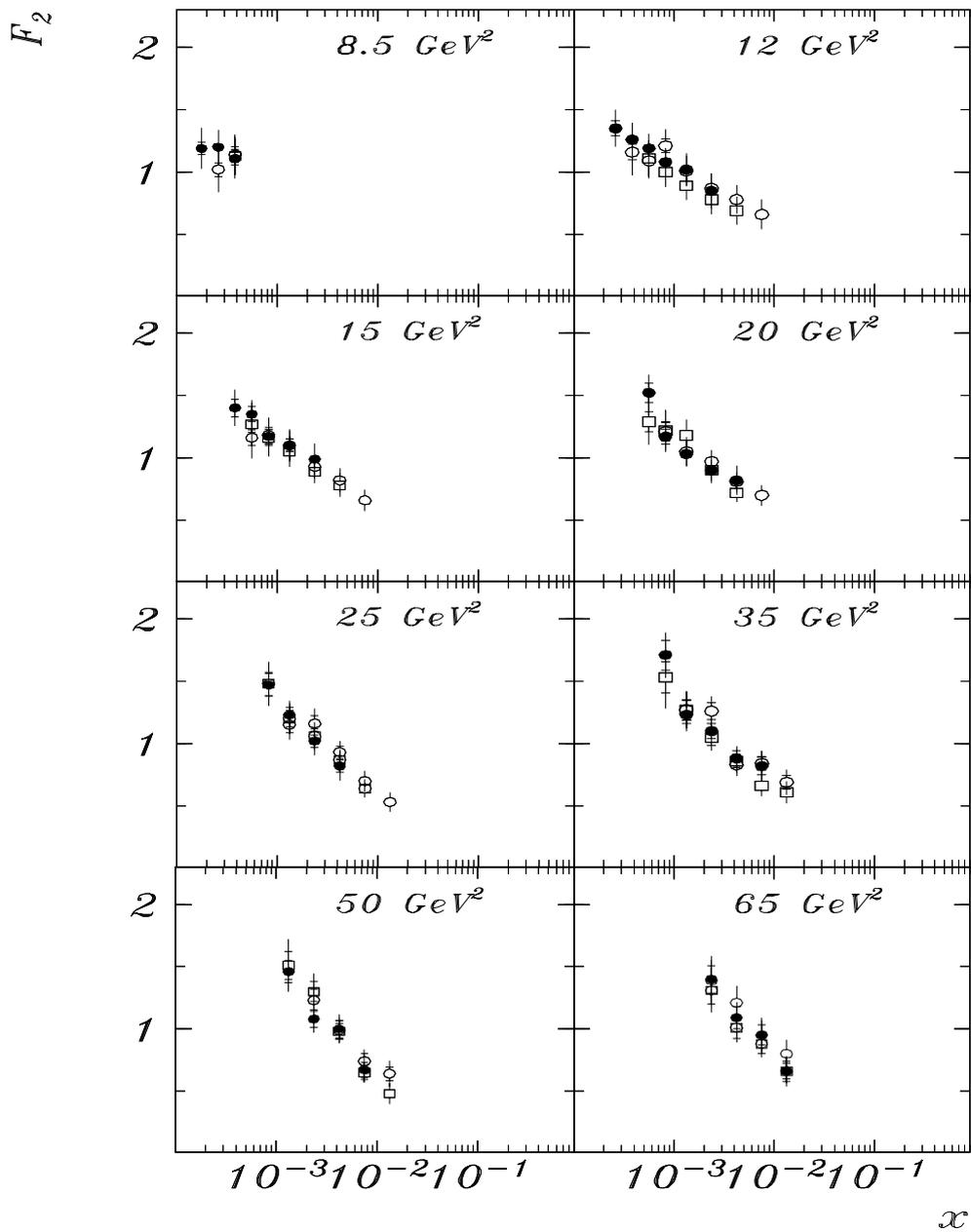


Abbildung 5.10: Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken) für die Rekonstruktion von  $x$  und  $Q^2$  nach der Elektron-Methode (volle Kreise), der gemischten Methode (offene Kreise) und der Doppelwinkel-Methode (Vierecke). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Alle Punkte haben eine zusätzliche Skalierungsunsicherheit von 4.5% bedingt durch die Luminositätsmessung.

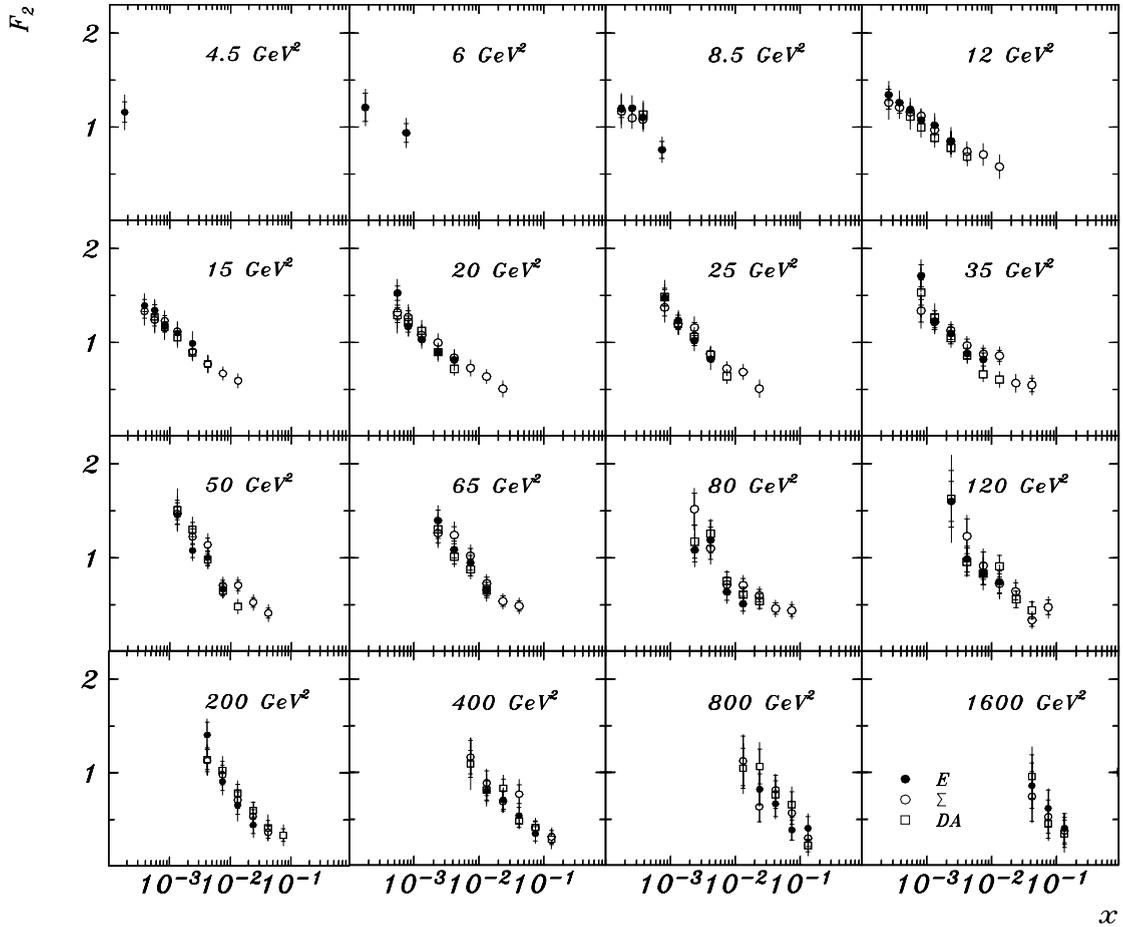


Abbildung 5.11: Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  mit der Elektron-, der  $\Sigma$ - und der Doppelwinkel-Methode [1]. Eingezeichnet wurden die statistischen (innere Fehlerbalken) und die totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Der zusätzliche systematische Fehler der Luminositätsmessung von 4.5% wird nicht gezeigt. Die Werte der Elektron- und der Doppelwinkelanalyse für das Akzeptanzgebiet des BEMC ( $Q^2 = 8.5, 12, 15, 20, 25, 35, 50$  und  $65 \text{ GeV}^2$ ) sind Resultat der vorliegenden Arbeit.

## 5.7 Diskussion

**Vergleich mit der ersten Messung der Strukturfunktion durch das H1-Experiment** Die auf der Datennahme des Jahres 1993 basierende Veröffentlichung von H1 zur Protonstrukturfunktion [1] bestätigte den bereits 1993 von H1 und ZEUS publizierten starken Anstieg der  $F_2$  zu kleinen  $x$ -Werten hin. Im Vergleich zu der ersten Strukturfunktionsanalyse von H1 mit nur  $L = 22.5 \text{ nb}^{-1}$  [3] konnte nun für das Gebiet  $5 < Q^2 < 80 \text{ GeV}^2$  etwa die dreifache Anzahl an  $F_2$ -Werten mit ungefähr halb so großen statistischen sowie systematischen Fehlern bestimmt werden. Das wird eindrucksvoll durch die Abbildung 5.12 veranschaulicht, in der alle im Jahr 1993 von H1 veröffentlichten  $F_2$ -Werte gezeigt werden.

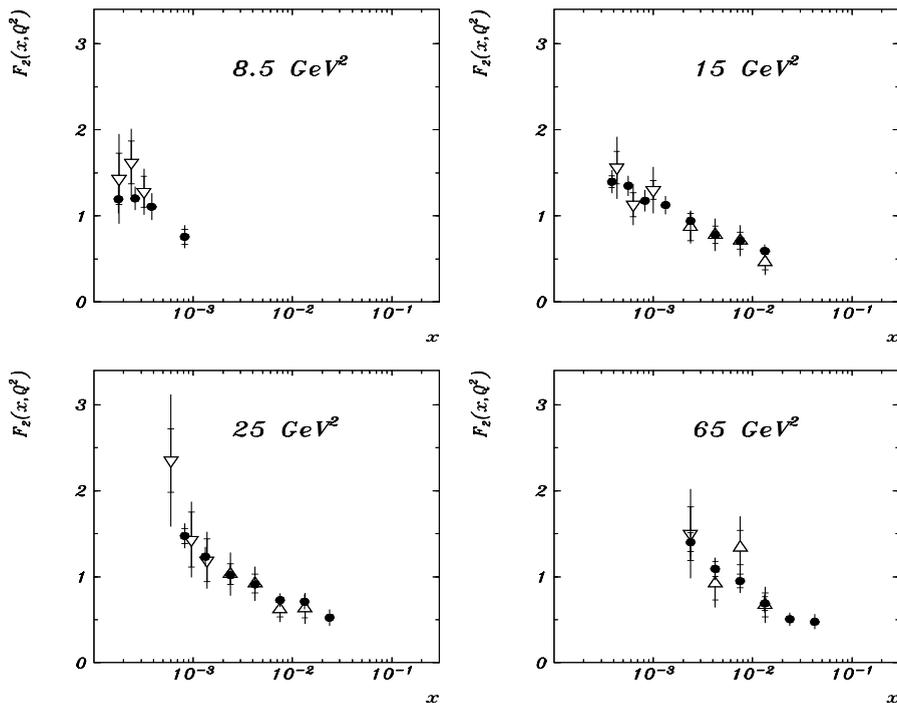


Abbildung 5.12: Vergleich der von H1 1993 (offene Dreiecke) und 1995 (volle Punkte) publizierten Ergebnisse der Messung der Protonstrukturfunktion. Eingezeichnet wurden die statistischen (innere Fehlerbalken) und die totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der globale Normierungsfehler betrug für die 1993 publizierten Werte 8%. Die  $Q^2$ -Zentralwerte der ersten Messung waren  $Q^2 = 8.5, 15, 30$  und  $60 \text{ GeV}^2$ . Die Werte der im Jahr 1993 angefertigten gemischten Analyse [5], die Bestandteil der 93er Strukturfunktionsmessung von H1 waren, wurden mit liegenden Dreiecken symbolisiert.

Die Übereinstimmung zwischen den beiden Publikationen ist sehr gut. Änderungen ergaben sich allerdings im inneren Randgebiet des BEMC bei  $Q^2 = 8.5 \text{ GeV}^2$  durch ein besseres Verständnis des  $\gamma p$ -Untergrundes bei der Berechnung der  $z$ -Vertex- und BPC-Effektivitäten [109, 119]. Durch die wesentlich größere Statistik konnten Fluktuationen geglättet werden, was besonders deutlich an dem  $65 \text{ GeV}^2$ -Bin zu sehen ist.

**Phänomenologische Parametrisierung** Die quantitative Beschreibung des  $x$ - und  $Q^2$ -Verhaltens von  $F_2$  konnte durch einen phänomenologischen Ansatz der Form

$$F_2(x, Q^2) = [a \cdot x^b + c \cdot x^d \cdot (1 + e \cdot \sqrt{x}) \cdot (\ln Q^2 + f \ln^2 Q^2)] \cdot (1 - x)^g \quad (5.21)$$

erfolgen. Die in der Parametrisierung auftretenden Abhängigkeiten basieren auf den folgenden Überlegungen:

- Die mit den Experimenten H1, BCDMS [136] und NMC [137] gemessenen Protonstrukturfunktionswerte, die 4 Größenordnungen sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$  überstreichen, sollten beschreibbar sein.
- Im Gebiet  $x \rightarrow 1$  verschwindet  $F_2$  proportional  $(1-x)^g$ , wobei für den Parameter  $g$  durch die Quarksummenregel ein Werte nahe 3 erwartet wurde.
- Auf Grund der Impulserhaltung ist das Integral von  $F_2$  über  $x$  nahezu unabhängig von  $Q^2$ . Das beobachtete Ansteigen von  $F_2$  als Funktion von  $Q^2$  bei kleinen  $x$ -Werten und das bekannte Verhalten bei großen  $x$  impliziert die Existenz eines Wertes  $x = x_o$ , für den  $F_2$  nicht von  $Q^2$  abhängt. Es wurde ein Term in der Art  $(1 + e \cdot \sqrt{x})$  gewählt, wobei für einen  $x_o$ -Wert, der aus Experimenten mit ruhendem Target ungefähr zu 0.12 bestimmt wurde, der Parameter  $e$  etwa  $-3$  ist.
- Für die Abhängigkeit von  $Q^2$  bei konstantem  $x$  erwartet man in der QCD einen logarithmischen Verlauf. Für die Beschreibung der Skalenverletzung wurden lineare und quadratische Terme in  $\ln Q^2$  angenommen.
- Schließlich wurde in der Gl. (5.21) ein Term eingefügt, der nur von  $x$  abhängt und für die Beschreibung des Verhaltens von  $F_2$  in dem Bereich  $x \gtrsim 0.1$  wichtig war.

Die Anpassung der Parameter an die Strukturfunktion erfolgte mit dem Programm M1-NUIT [132]. Neben den 93  $F_2$ -Werten von H1 [1] wurden Datenpunkte der Experimente mit ruhendem Target NMC [137] und BCDMS [136] berücksichtigt. Die Strukturfunktionswerte der Muon-Wasserstoff-Experimente waren für die Fixierung des Verhaltens der  $F_2$  bei hohen  $x$  erforderlich. Änderungen in den Normierungen wurden während der Anpassung nicht betrachtet. Das Ergebnis der Anpassung zusammen mit Datenpunkten der Experimente H1, BCDMS und NMC ist als Funktion von  $x$  und  $Q^2$  in den Abbildungen 5.13 und 5.14 dargestellt. Die Kurven entsprechen dem in der Gl. (5.21) gegebenen funktionalen Zusammenhang mit den in der Tabelle 5.3 aufgeführten Parametern.

a	b	c	d	e	f	g
3.07	0.75	0.14	-0.19	-2.93	-0.05	3.65

Tabelle 5.3: Parameter einer phänomenologischen Anpassung, siehe Gl. (5.21), der Protonstrukturfunktionswerte der Experimente H1, BCDMS und NMC. Die Parametrisierung hat einen Gültigkeitsbereich von  $4 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 2000 \text{ GeV}^2$ ,  $10^{-4} < x < 1$  und  $Q^2 < x \cdot 10^5 \text{ GeV}^2$ .

Die Anpassung lieferte eine gültige Parametrisierung der betrachteten Daten mit einem  $\chi^2$ -Wert von 197 bei 147 Freiheitsgraden. Eine Anpassung allein der H1-Punkte erbrachte einen  $\chi^2$ -Wert von 73 bei 86 Freiheitsgraden. Die Parameter  $e$  und  $g$  sind in dem Bereich der erwarteten Werte. Der Betrag von  $e = -2.93$  läßt auf einen Vorzeichenwechsel des Anstiegs von  $F_2$  mit  $\ln Q^2$  bei  $x_o = 1/e^2 = 0.116$  schließen. Eine Vernachlässigung des quadratischen  $\ln Q^2$ -Terms führt zu einer Verschlechterung der  $\chi^2$ -Werte auf 229 bei 148 Freiheitsgraden für die globale Anpassung und auf 87 bei 87 Freiheitsgraden für die Anpassung nur an die Strukturfunktionswerte von H1. Infolge des kleinen Betrages von  $f$  entspricht das Korrekturen zum linearen Verhalten von 33% für  $Q^2 = 1000 \text{ GeV}^2$ . Ohne den  $\ln^2 Q^2$ -Beitrag ergab sich

auf Grund der Korrelation von  $f$  und  $d$  eine Verkleinerung des Parameters  $d$  von  $-0.19$  auf  $-0.23$ . Da der Term  $\sim x^d$  das Verhalten bei kleinen  $x$ -Werten dominiert, impliziert das einen etwas steileren Anstieg von  $F_2$ . Für den Fall  $d = 0$  wäre die Strukturfunktion bei kleinen  $x$  konstant, so wie es sich aus *Regge*-Modellen [55] ergibt. Dies brächte eine drastische Erhöhung des  $\chi^2$ -Wertes auf 583 bei 148 Freiheitsgraden mit sich und ist somit auszuschließen.

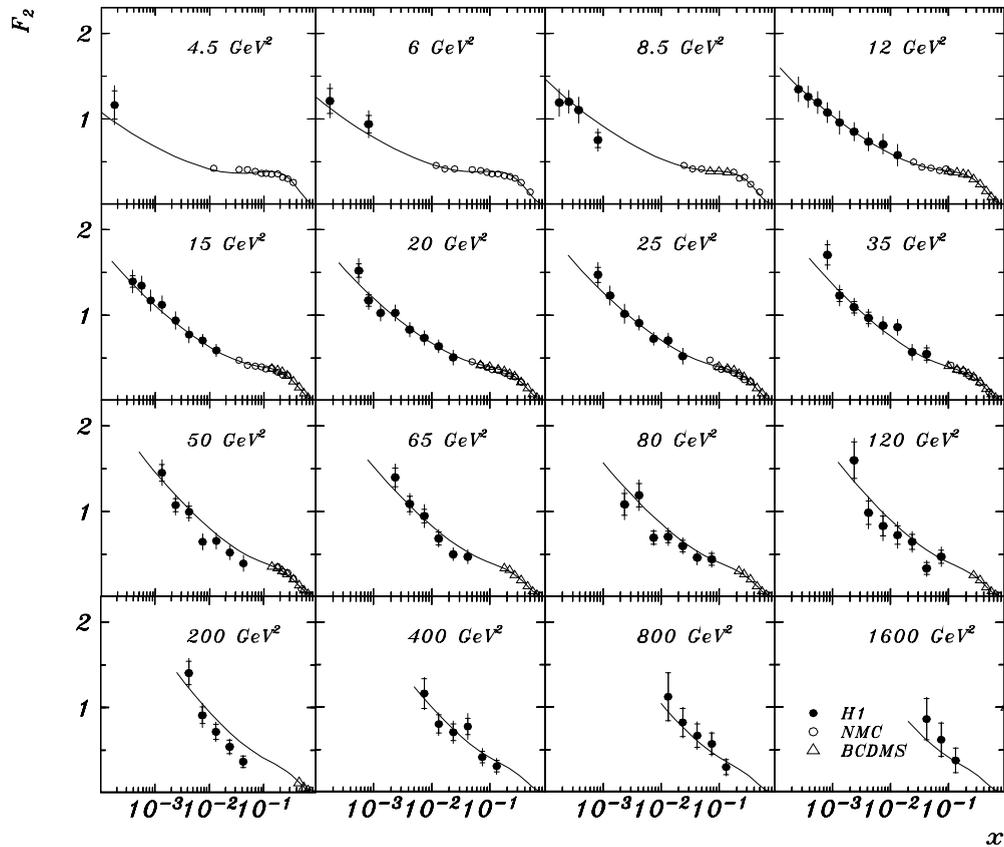


Abbildung 5.13: Die  $x$ -Abhängigkeit der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Der totale Fehler ergab sich aus der quadratischen Addition des statistischen und des systematischen Fehlers. Der zusätzliche systematische Fehler der Luminositätsmessung von 4.5% wird nicht gezeigt. Die Kurven entsprechen einer phänomenologischen Beschreibung der Daten von H1, NMC und BCDMS, siehe Text.

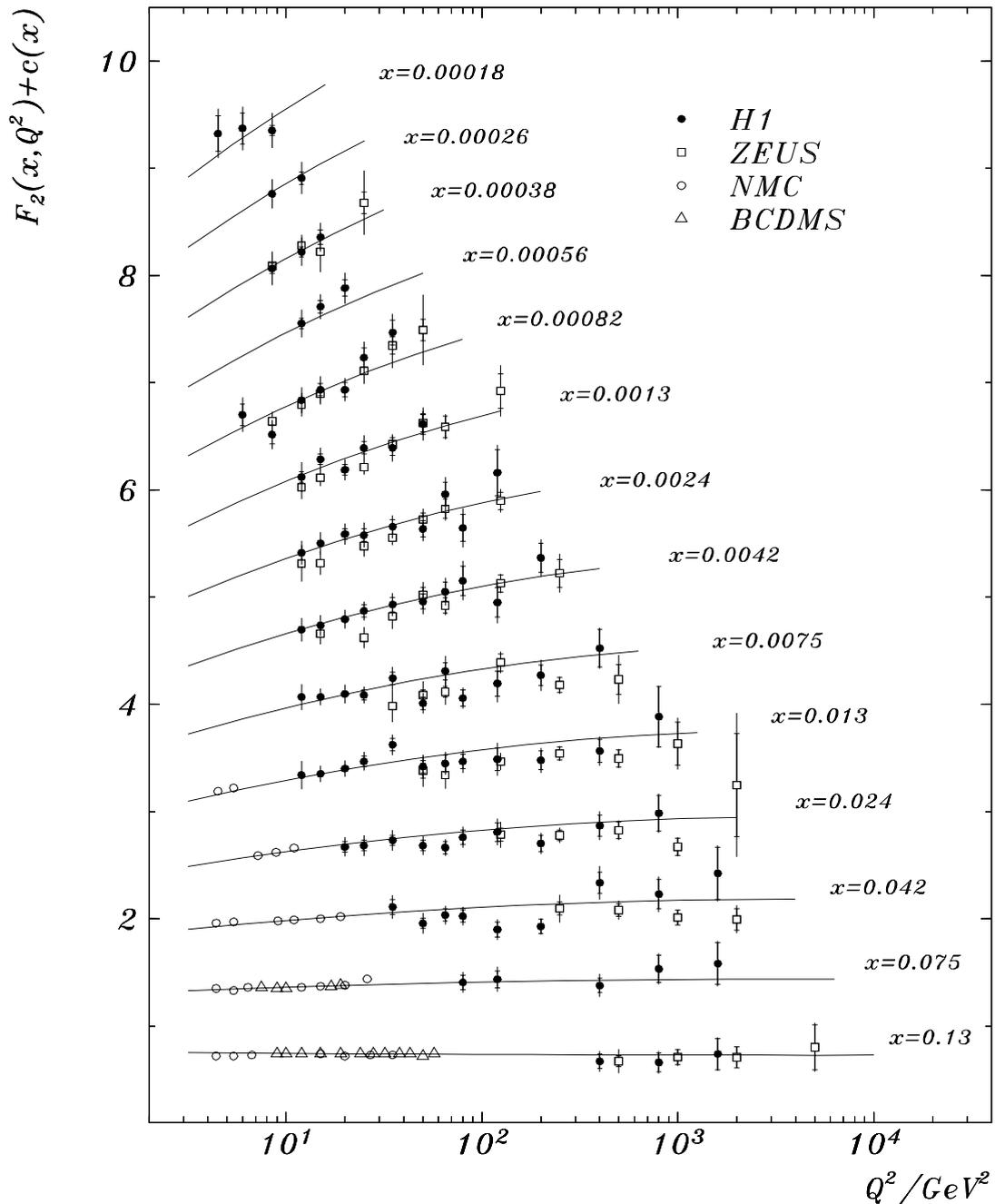


Abbildung 5.14: Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$ . Die H1-Daten werden zusammen mit den aus demselben Runzeitraum stammenden ZEUS-Daten präsentiert. Die ZEUS-Punkte wurden dabei mit der von ZEUS angegebenen Parametrisierung [135] zu den  $x$ -Werten von H1 verschoben. Die von beiden HERA-Experimenten erhaltenen  $F_2$ -Werte sind konsistent. Durch die Kombination der Rekonstruktionsverfahren und die Hinzunahme der Ereignisse mit verschobenem Wechselwirkungspunkt überdecken die H1-Daten einen größeren Bereich sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$ . Die Kurven zeigen die im Text beschriebene phänomenologische Anpassung, siehe Gl. (5.21). Die  $F_2$ -Werte wurden mit statistischen und totalen Fehlern eingezeichnet, ohne Berücksichtigung zusätzlicher Normierungsunsicherheiten. Für die Darstellung wurden die  $F_2$ -Punkte mittels eines linearen Terms  $c(x) = 0.6(i(x) - 0.4)$  skaliert. Hierbei ist  $i(x = 0.13) = 1$  im ersten  $x$ -Bin usw..

**Vergleiche mit Ergebnissen aus QCD-Analysen** Für den Vergleich der bei HERA gemessenen  $F_2$ -Werte mit Vorhersagen der QCD stehen parametrisierte Parton-dichteverteilungen zur Verfügung, denen verschiedene Modellannahmen insbesondere für das Verhalten der  $F_2$  bei kleinen  $x$ -Werten zugrundeliegen und die durch globale Anpassungen der existierenden Daten erhalten werden. Hierbei haben die ersten HERA-Veröffentlichungen schon eine entscheidende Einschränkung bewirkt, da erstmalig das Gebiet  $10^{-4} < x < 10^{-2}$  und  $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$  erschlossen werden konnte, siehe Abbildungen 5.15a und b. Alle in den Abbildungen 5.15a und b präsentierten Kurven basieren auf Lösungen der *DGLAP*-Gleichungen (2.60) und (2.61). Die Entwicklung in  $Q^2$  wird ausgehend von einem Anfangswert  $Q_0^2$  beschrieben.

Die Zeit vor der Verfügbarkeit der HERA-Daten kann durch zwei extreme Annahmen für die Anfangsverteilungen der Seequarks und Gluonen im Grenzfall  $x \rightarrow 0$  charakterisiert werden, eine flache, *Regge*-inspirierte Abhängigkeit in der Form  $\sim x^0$  ( $\text{MRSD}^{0'}$ ) [93] und eine steile, *Lipatov*-inspirierte Abhängigkeit  $\sim x^{-0.5}$  ( $\text{MRSD}^{-'}$ ), siehe auch Kapitel 2. Für die Seequark- und die Gluonverteilungen wurden dabei jeweils die gleichen Exponenten angenommen. Das für  $F_2$  resultierende Verhalten bei  $Q^2 \sim Q_0^2$  ist in Abb. 5.15a im  $4.5 \text{ GeV}^2$ -Bin veranschaulicht. Durch die Evolution in  $Q^2$  wird jedoch von beiden Parametrisierungen für hohe  $Q^2$ -Werte ein starkes Anwachsen von  $F_2$  zu kleinen  $x$  hin generiert, wobei die  $\text{MRSD}^{0'}$ -Funktion immer etwas kleinere Werte als  $\text{MRSD}^{-'}$  liefert. Der ebenso eingezeichnete CTEQ1-Ansatz [32] ist ein Beispiel dafür, daß eine bei  $Q_0^2$  angenommene steile Verteilung der Gluondichte, vergleichbar mit  $\text{MRSD}^{-'}$ , eine flache  $x$ -Abhängigkeit der Strukturfunktion erzeugt, wenn keine starke Korrelation zwischen den Verteilungen der Gluonen und der Seequarks gefordert wird.

Bereits durch die ersten Publikationen von ZEUS und H1 konnten zu den  $\text{MRSD}^{0'}$ - bzw. CTEQ1-Funktionen führende Modellannahmen ausgeschlossen werden. Das wird durch die folgende Generation von den MRS- und CTEQ-Parametrisierungen belegt, die eine verbesserte Beschreibung der Daten lieferten, siehe Abb. 5.15b. Im Gegensatz zu den genannten Ansätzen wurden die GRV-Strukturfunktionen bereits bei sehr kleinem  $Q_0^2 = 0.3 \text{ GeV}^2$  beginnend dynamisch berechnet [138]. Für die Partonverteilungen der Seequarks und der Gluonen wurde bei  $Q_0^2$  auch ein Valenzquark-ähnliches Verhalten der Art  $\sim x^{\alpha_{S,G}}(1-x)^{\beta_{S,G}}$  ( $\alpha_{S,G} > 0$ ) angenommen. Die Bestimmung der Anfangsparameter erfolgte über eine Anpassung der Daten der Experimente mit ruhendem Target, wobei durch eine rückwärtslaufende QCD-Entwicklung das niedrige  $Q_0^2$  erreicht wird. Eine Anpassung an neue HERA-Punkte sollte demnach nur von sehr geringem Einfluß sein und wurde auch nicht durchgeführt. Die zwischen den beiden Abbildungen 5.15a und b trotzdem sichtbare Veränderung der GRV-Parametrisierung resultiert aus einer verbesserten Behandlung der Charm-Quark-Schwellen<sup>5</sup> in der Evolution, welche vor allem das Gebiet der kleinen  $Q^2$ -Werten beeinflusst. Die Übereinstimmung der GRV-Funktion mit den HERA-Daten ist erstaunlich gut.

ZEUS [139] und H1 [2] haben eigene QCD-Analysen in zweiter Ordnung der Störungstheorie (*Next-to-Leading Order* (NLO)) durchgeführt, um eine optimale Interpretation ihrer Daten im Rahmen der QCD zu finden und Aussagen über die Gluondichte im Proton zu treffen. Ausgangspunkt der Anpassungen war das durch die *DGLAP*-Gleichungen gegebene System von gekoppelten Integro-Differentialgleichungen für die Gluondichte und den Singulett  $\Sigma(x)$ - sowie Nicht-Singulett  $\Delta(x)$ -Teil von  $F_2$ , siehe auch Abschnitt 2.2. Im *DIS*-Schema entspricht das einer Zerlegung von  $F_2$  gemäß  $F_2 = 5/18 x \Sigma(x) + 1/6 x \Delta(x)$ . Die Lösung der

<sup>5</sup>Das Nukleon soll nur aus den drei Flavours ( $u, d, s$ ) bestehen. Die Charm-Quark-Beiträge werden dann über die Abstrahlung von Gluonen in den Fusions-Prozessen  $\gamma g \rightarrow c\bar{c}$ ,  $\gamma g \rightarrow c\bar{c}g$  erzeugt. Für die Charm-Quark-Masse wurde  $m_c = 1.5 \text{ GeV}$  angenommen.

Daten	$F_2^p(H1, NMC, BCDMS)$	354 $F_2$ -Punkte
$x\Sigma(x)$	$a_S x^{b_S} (1-x)^{c_S} (1+d_S x)$	$a_S = 1.15, b_S = -0.11, c_S = 3.10, d_S = 3.12$
$\Delta(x)$	$a_N x^{b_N} (1-x)^{c_N} (1+d_N x)$	$a_N = 1.14, b_N = 0.65, c_N = 4.66, d_N = 8.68$
$xg(x)$	$a_G x^{b_G} (1-x)^{c_G}$	$a_G = 1.86, b_G = -0.22, c_G = 7.12$

Tabelle 5.4: Zusammenstellung der Annahmen der H1-QCD-Analyse. Die Normierung des Singulett-Anteils  $a_S$  ist mit der Gluondichteverteilung  $xg$  über die Impulssummenregel  $\int_0^1 [xg(x) + x\Sigma(x)] dx = 1$  gekoppelt mit einer Fixierung des durch die Gluonen getragenen Impulsanteils für  $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$  auf 0.44 [140].

DGLAP-Gleichungen erfolgte von beiden HERA-Experimenten mit unterschiedlichen Annahmen, u.a. über die Form der Partonverteilungen, das  $Q_0^2$  und die Behandlung der Charm-Quark-Beiträge. Die von H1 bei  $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$  gewählten Bedingungen für die QCD-Analyse und die erhaltenen Parameter sind in der Tabelle 5.4 zusammengestellt. Für die DGLAP-Gleichungen wurden die drei leichten Quark-Flavours betrachtet mit  $\Sigma = u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}$  und  $\Delta(x) = u + \bar{u} - \Sigma/3$ . Charm-Quark-Beiträge wurden dynamisch über die Beschreibung von Photon-Gluon-Fusions-Prozessen, siehe oben, generiert. Die NLO-Berechnungen erfolgten im  $\overline{MS}$ -Renormierungsschema. Der freie QCD-Skalenparameter  $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}$  für 4 Flavours wurde nicht fixiert und als Parameter in der Anpassung verwendet. Ergebnis der Anpassung ist  $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 225 \text{ MeV}$ , was einen zu anderen Analysen vergleichbaren Wert darstellt [141].

Das Ergebnis der NLO-QCD-Analyse ist in der Abb. 5.16 zusammen mit den gemessenen  $F_2$  -Daten von H1, NMC und BCDMS dargestellt. Die neuesten Ergebnisse der E665-Kollaboration [69] wurden nicht eingezeichnet. Ein derartiger Vergleich wurde jedoch von NMC durchgeführt, der eine gute Übereinstimmung der Protonstrukturfunktionswerte von NMC, BCDMS, SLAC und E665 sowie den Übergang zu den 1995 von ZEUS und H1 publizierten Daten zeigt [142]. Die  $x$ -Abhängigkeit der Protonstrukturfunktion kann im Rahmen der durch die DGLAP-Gleichungen gegebenen logarithmischen  $Q^2$ -Evolution der Partonverteilungen gut beschrieben werden. Mit den H1- sowie mit den ZEUS-Daten des Jahres 1993 konnten keine Hinweise auf Abweichungen vom DGLAP-Mechanismus beobachtet werden.

Das Verhalten der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  bei kleinsten  $x$  und  $Q^2$  wird gegenwärtig intensiv untersucht. Die für die HERA-Daten des Jahres 1994 von H1 durchgeführte Strukturfunktionsanalyse gestattete die Erweiterung auf den Bereich  $5 \cdot 10^{-5} \leq x \leq 0.32$  und  $1.5 \leq Q^2 \leq 5000 \text{ GeV}^2$  basierend auf einem Datensatz von  $2.2 \text{ pb}^{-1}$  [143]. Die vorläufigen Ergebnisse bestätigen die beiden ersten Publikationen und stimmen gut mit der in der vorliegenden Arbeit behandelten Messung der Strukturfunktion überein. Durch die höhere verfügbare Statistik konnten zudem sehr detaillierte Untersuchungen der Effektivitäten und der Energiekalibrationen durchgeführt werden, die auf eine Reduktion der systematischen Fehler auf kleiner 10% und der Unsicherheit der Luminositätsmessung auf 1.5% (für  $Q^2 > 6.5 \text{ GeV}^2$ ) führten. Ein ebenfalls vorläufige NLO-QCD-Analyse [143], die nur die  $F_2$  -Daten mit  $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$  einschloß, lieferte überraschenderweise auch eine gute Beschreibung von  $F_2$  bis hin zu  $Q^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$ . Die mit den DGLAP-Gleichungen erreichte gültige Beschreibung der gemessenen Strukturfunktion auch bis hin zu sehr kleinen  $x$  und  $Q^2$  gibt auch für die 94er H1-Daten keine Hinweise auf zusätzlich erforderliche Terme wie sie z.B. der BFKL-Gleichung [54] zugrundeliegen.



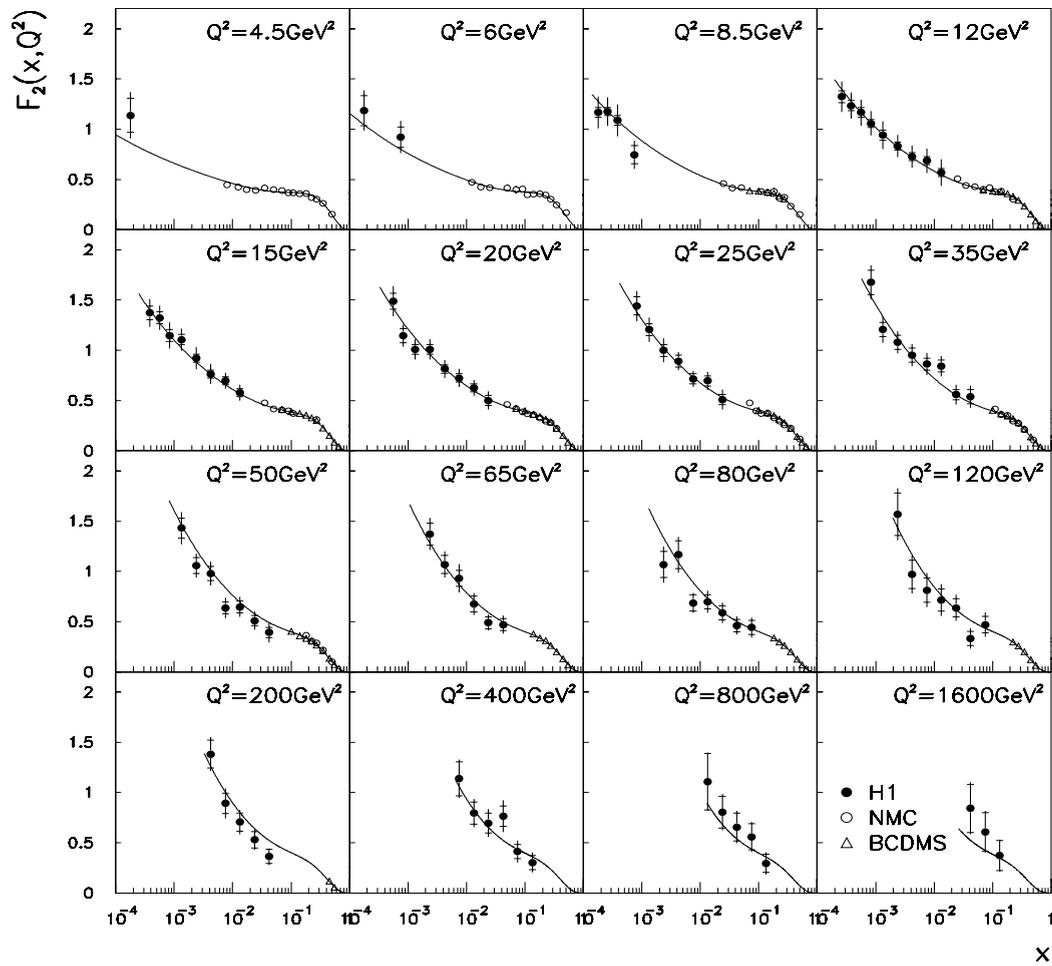


Abbildung 5.16: Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  gemessen von H1 und den Experimenten mit ruhendem Target BCDMS sowie NMC mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern (äußere Fehlerbalken). Zusätzliche Normierungsunsicherheiten wurden nicht berücksichtigt. Die Kurven entsprechen dem Ergebnis der NLO-QCD-Analyse von H1 [2], siehe Text.

## Kapitel 6

# Bestimmung der Gluondichte bei kleinen $x$

### 6.1 Skalenverletzung und Gluondichte

Die Gluonen tragen etwa die Hälfte des Protonimpulses. Trotzdem ist die Bestimmung der Gluondichte im Proton in tief inelastischen Streuexperimenten kompliziert, da in niedrigster Ordnung der QCD-Störungstheorie das Photon nicht an das Gluon koppelt. Im Quark-Parton-Modell hängt die Strukturfunktion nicht von  $Q^2$  ab, sie ist invariant gegenüber der Impulsskala  $Q^2$  (Skalenverhalten). Abweichungen von der Invarianz von  $F_2$  gegenüber Änderungen der  $Q^2$ -Skala, die sogenannten *Skalenverletzungen*, werden durch Prozesse höherer Ordnungen der QCD-Störungstheorie verursacht, s. a. Abschnitt 2.3. In der ersten Ordnung (*Leading Order* (LO)) werden durch Gluonbremsstrahlung und Bildung von  $q\bar{q}$ -Paaren aus Gluonen logarithmische Skalenverletzungen von  $F_2$  erzeugt. Die Anstiege von  $F_2$  mit  $\ln Q^2$  weisen eine deutliche  $x$ -Abhängigkeit auf: die Skalenverletzungen werden zu kleinen  $x$ -Werten hin größer. Für  $x \lesssim 0.12$  sind die Skalenverletzungen positiv: mit wachsenden  $Q^2$ -Werten wird über die Erzeugung von Quark-Antiquark-Paaren immer mehr Impuls von hohen zu niedrigen  $x$  umverteilt und die Strukturfunktion wächst zu kleinen  $x$  hin an.

Bei kleinen  $x < 10^{-2}$  dominiert die Bildung von Seequark-Paaren aus Gluonen gegenüber Beiträgen aus Gluonbremsstrahlungsprozessen. Eine Analyse der Skalenverletzungen, die durch die Anstiege  $dF_2/d\ln Q^2$  quantifiziert werden können, gestattet so einen indirekten Zugriff auf den Gluonanteil des Protons bei konstanten  $x$ -Werten. Die Anwendung eines von *Prytz* vorgeschlagenen LO-Näherungsverfahrens [144] durch H1 führte zur ersten Messung einer zu kleinen  $x$  hin stark anwachsenden Gluondichte im Proton, die jedoch noch mit großen Fehlern behaftet war [4].

**Näherungslösung nach *Prytz*** Die Evolution der Partonverteilungsfunktionen in  $\ln Q^2$  kann in der QCD-Störungstheorie durch die *DGLAP*-Integro-Differentialgleichungen beschrieben werden, siehe Gl. (2.60) und (2.61). Die Zerlegung von  $F_2^p$  in eine Singulett  $\Sigma(x, Q^2)$ - sowie eine Nicht-Singulett  $\Delta(x, Q^2)$ -Funktion,  $F_2 = 5/18 x\Sigma + 1/6 x\Delta$ , führt gemäß Gleichung (2.70) zu dem Ausdruck

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 dy \left(\frac{x}{y}\right) \left[ \left( \frac{5}{18} \Sigma\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) + \frac{1}{6} \Delta\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) \right) P_{qq}(y) \right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{18} 2N_f g\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qG}(y) \right]. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Betrachtet man die in der Abbildung 6.1 dargestellte  $x$ -Abhängigkeit der einzelnen Beiträge zur Ableitung  $dF_2/d\ln Q^2$  bei  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  in erster Ordnung der QCD-Störungstheorie, erscheint es gerechtfertigt, die Beiträge  $\sim P_{qq}(y)$  im Bereich  $x < 10^{-2}$  zu vernachlässigen. Der Einfluß der Valenzquarks ist nur für  $x > 0.1$  bedeutsam. Die von den Valenzquarks abgestrahlten Gluonen generieren ein Verhalten der Ableitungen von  $dF_2/d\ln Q^2 < 0$ . Für  $x \cong 0.12$  ist  $dF_2/d\ln Q^2 = 0$ . Die Beiträge auf Grund der Gluonbremsstrahlungsprozesse, die vorrangig durch die Seequarks induziert werden, heben sich mit der Bildung von Seequarkpaaren aus Gluonen auf. Der Anstieg von  $F_2$  mit  $\ln Q^2$  wird dann im wesentlichen durch die Gluonen erzeugt. Für  $x < 10^{-2}$  führt der Term  $\sim P_{qG}$  in Gl. 6.1 zu positiven Skalenverletzungen. Für die in der Abb. 6.1 verwendete LO-Parametrisierung hat der mit Gluonbremsstrahlung verbundene erste Term  $\sim P_{qq}$  nur noch Anteile von etwa 6% bei  $x = 10^{-4}$  bzw. 11% bei  $x = 10^{-2}$ . Eine Vernachlässigung dieser Beiträge würde dann die Ableitung  $dF_2/d\ln Q^2$  bei

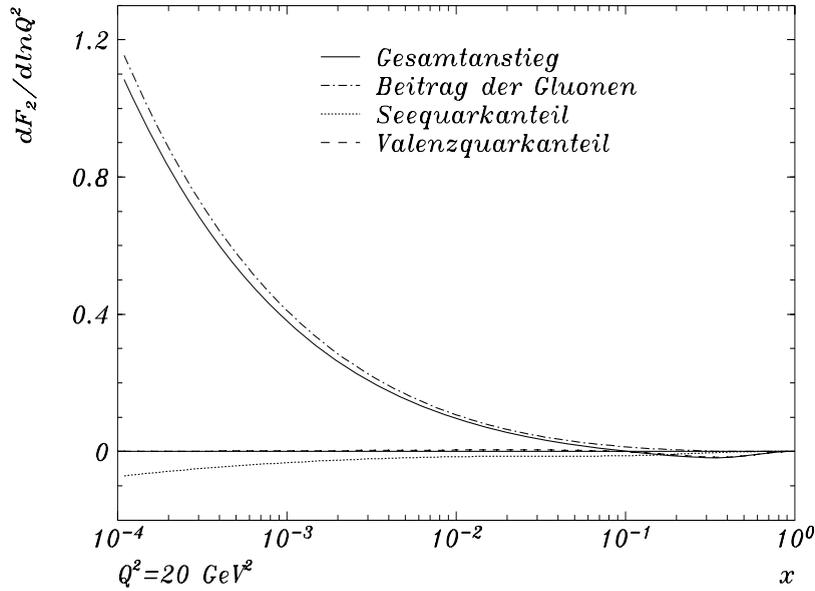


Abbildung 6.1: Der Anstieg der Protonstrukturfunktion mit  $\ln Q^2$ ,  $dF_2/d\ln Q^2$  als Funktion von  $x$ . Gezeigt werden die einzelnen Anteile zum Gesamtanstieg, der sich aus den mit den Valenzquarks sowie Seequarks verbundenen Gluonbremsstrahlungsprozessen und der durch die Gluonen generierten Bildung von  $q\bar{q}$ -Paaren zusammensetzt. Die Berechnung erfolgte mit einer LO-QCD-Parametrisierung von [138] für  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$ .

einem festen  $Q^2$ -Wert mit der Gluondichte  $xg$  im Proton in Relation setzen. Unter dieser Annahme ergibt sich für  $N_f = 4$  sich in erster Ordnung der QCD-Störungstheorie

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} \cong \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \frac{20}{9} \int_x^1 dy \left(\frac{x}{y}\right) g\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qG}(y) \quad (6.2)$$

mit der im Abschnitt 2.3 eingeführten Splitting-Funktion  $P_{qG}(y) = 1/2[(1-y)^2 + y^2]$ . Eine Substitution  $y = 1 - z$  führt zu einem Umschreiben des Integrals in der Form

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} \cong \frac{10}{9} \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \int_0^{1-x} dz \left(\frac{x}{1-z}\right) g\left(\frac{x}{1-z}, Q^2\right) P_{qG}(1-z). \quad (6.3)$$

Bei kleinen  $x$  kann die Gluondichte  $G(x) = xg(x)$  um  $z = 1/2$  entwickelt werden:

$$G\left(\frac{x}{1-z}\right) \cong G(2x) + (z-1/2)G'(2x) + (z-1/2)^2G''(2x)/2. \quad (6.4)$$

Wegen der Symmetrie der Splitting-Funktion  $P_{qG}$  um  $z = 1/2$  verschwindet der Beitrag  $\sim (z-1/2)G'(2x)$  zum Integral für  $x \rightarrow 0$  und die Anteile nächst höherer Ordnungen werden im Vergleich zum Beitrag von  $G(2x)$  vernachlässigt. Für die obere Integrationsgrenze wird für den betrachteten  $x$ -Bereich  $(1-x) \approx 1$  angenommen. Näherungsweise ergibt sich folglich:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} &\cong \frac{10}{9} \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} 2xg(2x, Q^2) \int_0^1 dz P_{qG}(1-z) \\ &= \frac{10}{27} \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} G(2x, Q^2). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Die Gluondichte  $G(2x) = 2xg(2x)$  an der Stelle  $2x$  kann demzufolge durch eine Messung des Anstiegs  $dF_2(x, Q^2)/d \ln Q^2$  der Protonstrukturfunktion  $F_2$  am Punkt  $x$  näherungsweise in der ersten Ordnung der QCD-Störungstheorie für den Bereich  $x < 10^{-2}$  berechnet werden [144].

In einer numerischen Untersuchung wurde die nach Gl. (6.5) bestimmte Gluondichte mit den Ergebnissen exakter LO-QCD-Analysen der Skalenverletzungen verglichen. Hierfür wurden zwei aktuelle Parametrisierungen von GRV sowie CTEQ verwendet. Für die beiden gewählten Funktionen lieferte die Näherungslösung nach *Prytz* jeweils eine um etwa 10% konstant zu hohe Gluondichte in dem Bereich  $x < 10^{-2}$ . Für größere  $x$ -Werte treten stärkere Unterschiede auf bzw. ab  $x > 10^{-1}$  ist die Methode nicht mehr anwendbar.

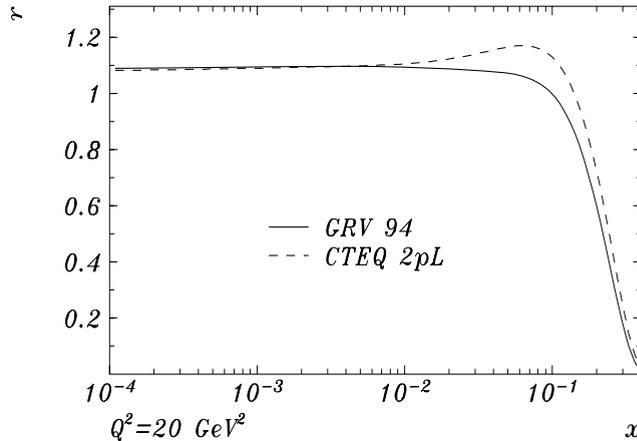


Abbildung 6.2: Verhältnis  $r = G^{Prytz}/G^{LO}$  der mit der Näherungslösung nach *Prytz* bestimmten Gluondichte  $G^{Prytz}$ , siehe Gl. (6.5), zu den LO-Parametrisierungen  $G^{LO}$  von GRV und CTEQ [86] für  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$ .

In der ersten Ordnung der QCD-Störungstheorie wird somit durch die Näherungslösung nach *Prytz* eine in den Annahmen überschaubare sowie einfach zu handhabende Abschätzung der Gluondichte im Proton auf der Grundlage einer Messung der  $x$ -Abhängigkeit der Ableitungen  $dF_2/d \ln Q^2$  gegeben. Ein anderes Näherungsverfahren wurde z.B. von *Ellis*, *Kunszt* und *Levin* vorgeschlagen [145], ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

## 6.2 Berechnung der Ableitungen von $F_2(x, Q^2)$

Die Analyse der Skalenverletzungen basierte auf der vom H1-Experiment 1995 veröffentlichten Messung der Strukturfunktion [1]. Für die Bildung der Ableitungen wurden die bei festem  $Q^2$  gemessenen  $x$ -Abhängigkeiten von  $F_2$  auf die Form

$$F_2(x, Q^2) = c_1(x) + c_2(x) \ln(Q^2/GeV^2) \quad x = \text{fixiert} \quad (6.6)$$

gebracht. Die Werte  $dF_2/d\ln Q^2 = c_2(x)$  wurden aus Geradenanpassungen bestimmt, wobei die mit den totalen Fehlern gewichteten  $F_2$ -Punkte betrachtet wurden. Die Annahme einer linearen  $\ln Q^2$ -Abhängigkeit ist gemäß der im Abschnitt 5.7 vorgestellten Parametrisierung für  $Q^2 = 20 GeV^2$  innerhalb von 10% korrekt.

Zum systematischen Fehler von  $dF_2/d\ln Q^2$  tragen verschiedene Ursachen bei, die im allgemeinen zu einer nicht unabhängigen Beeinflussung der  $x$ -Abhängigkeit der Ableitungen führen. Daher wurden alle, insgesamt 26 Fehlerquellen in ihrer Auswirkung auf  $dF_2/d\ln Q^2$  untersucht. Zusätzlich wurde die Abhängigkeit von der noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion  $F_L$  betrachtet. Im Gegensatz zu den  $F_2$ -Werten, bei denen der Einfluß von  $F_L$  durch einen einfachen Faktor korrigiert werden kann, siehe Gl. 5.10, ist das für die Ableitungen nicht mehr transparent. Für die Abschätzung dieser Unsicherheit wurde ein Fehler für  $R$  von  $\delta R = \pm R$ , siehe Abschnitt 5.3, angenommen. Für die  $F_2$  bedeutet das Veränderungen von maximal 6% für hohe  $y$ -Werte, die zu Änderungen von bis zu 10% der Ableitungen führen können, siehe Anhang B.2.

Fehlerquelle	zu variierende Methode/n bzw. Detektorkomponente/n
Messung der Elektronenergie $E'_e$	BEMC, BBE, LAr
Messung des Elektronstreuwinkels $\theta_e$	BEMC, BBE, LAr
Messung der Energie der Hadronen $E_{LAr}$	LAr
Abschätzung der Untergrundereigniszahlen	BEMC, BBE, LAr
Abhängigkeit vom Fragmentationsmodell	$\Sigma$ -Methode, Elektron-Methode im BBE
Berechnung der radiativen Korrekturen	je Elektron- und $\Sigma$ -Methode
Einfluß zusätzlicher Ineffektivitäten	jede Methode extra
Berechnung der globalen Ineffektivitäten	je Elektron- und $\Sigma$ -Methode
Berechnung der Binzentrumkorrekturen	alle Punkte
Abhängigkeit von der Strukturfunktion	alle Punkte
Berechnung der Akzeptanzkorrekturen	alle Punkte

Tabelle 6.1: Zusammenstellung der Fehlerquellen für die Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$ . Die letzten drei systematischen Fehlerquellen betreffen unabhängig von der gewählten Methode alle  $F_2$ -Werte. Der in die Akzeptanzberechnungen eingehende statistische MC-Fehler wurde wie eine zusätzlich auftretende statistische Unsicherheit betrachtet.

Die große Anzahl verschiedener Fehlerquellen ergibt sich aus der für H1 spezifischen Kombination von Detektorkomponenten (BEMC-, BBE- und LAr-Kalorimeter), Rekonstruktionsmethoden (Elektron- und  $\Sigma$ -Methode) sowie Datensätzen (nominaler und verschobener Wechselwirkungspunkt), siehe Tabelle 6.1. Eine vollständige Angabe der einzelnen Beiträge  $\delta$  der  $F_2$ -Messung von H1 unter Berücksichtigung der Vorzeichen enthält Anhang B.1. Die Berechnung der um  $\delta$  systematisch verschobenen  $F_2$ -Werte erfolgte dann entsprechend der

Formel:

$$F_2' = \frac{1}{1 + \delta} \cdot F_2 . \quad (6.7)$$

Die resultierenden positiven oder negativen Verschiebungen der Ableitungen ergaben sich aus der Differenz der mittleren Anstiegswerte aus Geradenanpassungen, die nur die statistischen  $F_2$ -Fehler berücksichtigten. Die einzelnen Beiträge wurden gemäß diesem Vorzeichen in positive und negative Fehler unterschieden, die, wenn mehrere Anteile vorlagen, wie z.B. BEMC-, BBE- und LAr-Anteile an der Messung der Elektronenergie  $\delta E_e'$ , jeweils quadratisch addiert wurden. Korrelationen zwischen einzelnen Fehlerquellen, z.B. einer Unsicherheit von  $\theta_e$  und  $E_e'$ , wurden vernachlässigt. Die relativen Anteile zum systematischen Fehler der Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$  infolge der Unsicherheiten der  $F_2$ -Messung gemäß Tab. 6.1 sind im Anhang B.2 zusammengestellt.

Das endgültige Ergebnis der Analyse der logarithmischen Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$  findet sich in der Tabelle 6.2 mit den statistischen und den gemittelten systematischen Fehlern bzw. ist in Abb. 6.3 dargestellt. Die aufgeführten Werte spiegeln das in der Abbildung 5.14 beobachtete Ansteigen der  $F_2$  mit  $\ln Q^2$  für konstante  $x$  sowie die  $x$ -Abhängigkeit der Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$  wider und bestätigen mit wesentlich verbesserten statistischen und systematischen Fehlern das von H1 erstmalig 1993 publizierte  $Q^2$ -Verhalten von  $F_2$  in dem Bereich  $3 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 10^{-2}$  und  $8.5 \leq Q^2 \leq 60 \text{ GeV}^2$  [4].

Die analysierten Anstiege  $dF_2/d\ln Q^2$  sind zusammen mit den vom ZEUS-Experiment auf der Basis der 1993er Daten veröffentlichten Werten in der Abb. 6.3 dargestellt. Die ebenfalls eingezeichneten NMC-Datenpunkte wurden aus den jüngst publizierten  $F_2$ -Werten der NMC-Kollaboration [142] mit dem oben beschriebenen Verfahren gewonnen, vgl. Gl. (6.6).

Abbildung 6.3 zeigt die bedeutende Erweiterung des Meßbereichs durch die HERA-Experimente gegenüber NMC. Sowohl von H1 als auch ZEUS werden starke Skalenverletzungen für  $x < 10^{-2}$  beobachtet. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Experimenten in diesem von Normierungsfehlern freien Vergleich bedeutet, daß beide Experimente dieselbe

$x$	$\frac{dF_2}{d\ln(Q^2)}$	$\sigma_{stat}$	$\sigma_{syst}$	Zahl der Punkte
0.000383	0.51	0.14	0.09	3
0.000562	0.65	0.18	0.10	3
0.000825	0.46	0.06	0.06	7
0.001330	0.28	0.06	0.11	6
0.002370	0.21	0.03	0.06	9
0.004210	0.20	0.03	0.03	10
0.007500	0.08	0.02	0.03	11
0.013300	0.06	0.02	0.02	12
0.023700	0.06	0.02	0.02	10
0.042100	0.06	0.03	0.02	9
0.075000	0.04	0.04	0.04	5
0.133000	0.04	0.11	0.03	3

Tabelle 6.2: Die logarithmischen Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$  mit statistischen und gemittelten systematischen Fehlern sowie die Zahl der angepaßten Datenpunkte. Die Werte für  $3.8 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33 \cdot 10^{-2}$  wurden in [2] veröffentlicht.

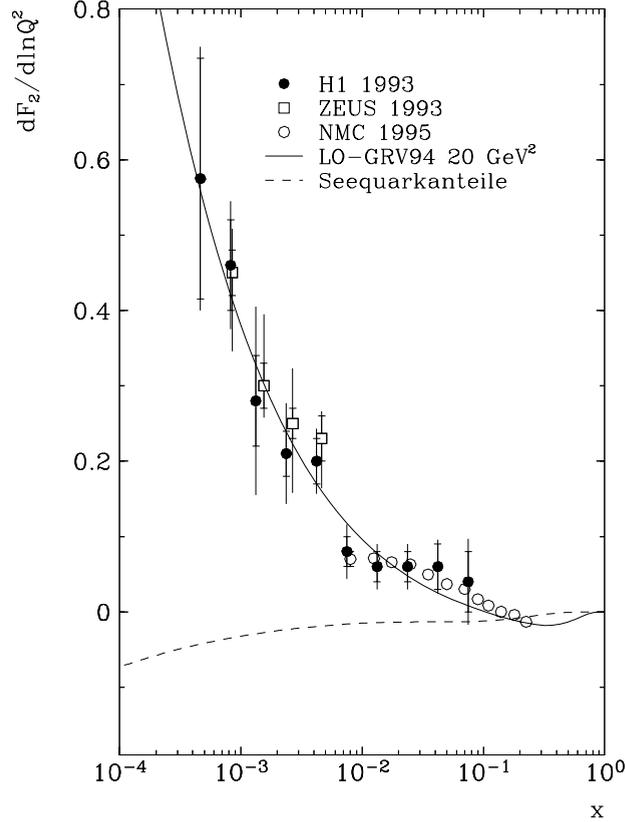


Abbildung 6.3: Die Anstiege  $dF_2/d \ln Q^2$  aus den Strukturfunktionsmessungen der Experimente H1 sowie von ZEUS [139] basierend auf den Daten des Jahres 1993 und der NMC-Kollaboration des Jahres 1995 [142]. Die durchgezogene Kurve entspricht den mit der GRV-Parametrisierung berechneten Werten  $dF_2/d \ln Q^2$  bei  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  in erster (LO) Ordnung der Störungstheorie. Die experimentellen Werte werden mit statistischen (innere Fehlerbalken) und totalen Fehlern gezeigt. Die geringen, von den Seequarks erzeugten Beiträge zum Anstieg wurden ebenfalls eingezeichnet.

$Q^2$ -Abhängigkeit von  $F_2$  gemessen haben. Diese Aussage gilt auch für die aus den H1-Daten bestimmten Ableitungen in dem Bereich  $10^{-2} < x < 10^{-1}$  und die NMC-Punkte. Bereits ab etwa  $x \sim 6 \cdot 10^{-2}$  kann ein signifikantes Abweichen vom Skalenverhalten festgestellt werden, so daß für kleine  $x$  eine hohe Gluondichte im Proton erwartet werden kann. In der Abb. 6.3 wird ferner ein Vergleich der experimentell mittels linearer Näherungen gebildeter Anstiege mit einer Vorhersage gezeigt, die gemäß Gl. (6.1) aus den *DGLAP*-Gleichungen unter Verwendung der GRV-Parametrisierung erhalten wurde. Bei kleinen  $x$ -Werten werden die HERA-Daten gut durch die für  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  berechnete GRV-Kurve beschrieben.

Neben den Ableitungen von  $F_2$  nach  $\ln Q^2$  wurden auch die logarithmischen Ableitungen  $d \ln F_2/d \ln Q^2$  und  $d \ln F_2/d \ln(1/x)$  bestimmt. Die Ableitung  $d \ln F_2/d \ln Q^2$  ist bei großen  $x$  ( $> 0.2$ ) eine geeignete Größe zum Test der QCD und zur Bestimmung von  $\alpha_s$ , da in diesem  $x$ -Bereich Gluonbeiträge vernachlässigbar sind [146]. Für  $F_2 \sim x^{-\alpha}$  gilt  $d \ln F_2/d \ln(1/x) = \alpha$  und die logarithmischen Ableitungen bestimmen direkt den Exponenten der  $x$ -Abhängigkeit. Sie waren von Bedeutung für die näherungsweise Berechnung der Gluondichte nach *Ellis*,

*Kunzt* und *Levin* [145], die in dieser Arbeit jedoch nicht vorgestellt wird und auch nicht von H1 publiziert wurde. Die Analyse aller Ableitungen wurde nach dem oben angegebenen Verfahren durchgeführt. Eine Zusammenstellung der Resultate findet sich in der Tabelle 6.3.

$x$	$\frac{d \ln F_2}{d \ln Q^2}$	$\sigma_{stat}$	$\sigma_{syst}$
0.000383	0.41	0.11	0.09
0.000562	0.47	0.13	0.09
0.000825	0.41	0.05	0.05
0.001330	0.24	0.05	0.08
0.002370	0.21	0.03	0.05
0.004210	0.21	0.03	0.04
0.007500	0.11	0.03	0.03
0.013300	0.08	0.03	0.03
0.023700	0.11	0.04	0.07
0.042100	0.15	0.05	0.08
0.075000	0.09	0.08	0.13
0.133000	0.13	0.31	0.36

$Q^2 / GeV^2$	$\frac{d \ln F_2}{d \ln(1/x)}$	$\sigma_{stat}$	$\sigma_{syst}$
8.5	0.19	0.07	0.06
12	0.21	0.02	0.08
15	0.25	0.02	0.07
20	0.25	0.02	0.05
25	0.28	0.02	0.07
35	0.26	0.02	0.06
50	0.36	0.03	0.10
65	0.40	0.04	0.10

Tabelle 6.3: Zusammenstellung der Ableitungen  $d \ln F_2 / d \ln Q^2$  und  $d \ln F_2 / d \ln(1/x)$  mit statistischen und systematischen Fehlern. Die Werte von  $d \ln F_2 / d \ln Q^2$  für  $3.8 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33 \cdot 10^{-2}$  wurden in [2] veröffentlicht.

### 6.3 Bestimmung der Gluondichte

Die Gluondichte im Proton kann durch eine QCD-Analyse der Skalenverletzungen exakt bestimmt werden. Bei kleinen  $x < 10^{-2}$  werden diese vorrangig durch die Splittingprozesse der Gluonen verursacht, so daß im Sinne der Näherung nach *Prytz* (s. Abschnitt 6.1) von der Größe der Abweichungen vom Skalenverhalten auf die Größe der Gluondichte im Proton geschlossen werden kann.

Die Berechnung der Gluondichte für  $10^{-4} < x < 10^{-2}$  erfolgte gemäß der in Gl. (6.5) gegebenen Näherung, die die Skalenverletzungen der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  direkt mit  $\alpha_s(Q^2) \cdot G(2x, Q^2)$  in Beziehung setzt. Aus kinematischen Gründen entsprechen die steigenden  $x$ -Werte, für die die Ableitungen  $dF_2(x, Q^2)/d \ln Q^2$  gebildet wurden, anwachsenden mittleren  $Q^2$ -Werten. Im Rahmen der hier verwendeten linearen Näherung ist die Ableitung  $dF_2/d \ln Q^2$  nur noch eine Funktion von  $x$ , woraus  $\alpha_s(Q^2) \cdot G(x, Q^2) = c(x)$  folgt. Gemäß Gl. (6.5) wird somit die  $Q^2$ -Abhängigkeit der Gluondichte über die Festlegung von  $\alpha_s(Q^2)$  fixiert. Die Gültigkeit der Beziehung  $\alpha_s(Q^2) \cdot G(x, Q^2) = c(x)$  wurde an Hand von verschiedenen LO-Parametrisierungen verifiziert und ist bei  $x \sim 10^{-3}$  besser als 10% erfüllt. Das hat die bemerkenswerte Konsequenz, daß die bei  $20 GeV^2$  steil erscheinende Gluondichte bei kleineren  $Q^2$ -Werten flach ist.

Die bei  $Q^2 = 20 GeV^2$  berechnete Gluondichte  $xg(x, Q^2)$  wird in der Abb. 6.4b gezeigt und mit dem Resultat der LO-QCD-Analyse von H1 verglichen. Die einfache Interpretation des Anstiegs von  $F_2$  mit  $\ln Q^2$  als ein Maß für die Gluondichte geht in höherer Ordnung der Störungstheorie verloren bzw. erfordert die Hinzunahme von numerischen Korrekturen,

die von der Form der Strukturfunktion selbst abhängen. Daher wurde die Bestimmung der Gluondichte aus den Skalenverletzungen in einem Näherungsverfahren auf die erste Ordnung beschränkt und nicht die ebenfalls von *Prytz* vorgeschlagene NLO-Methode [144] angewandt.

Die Extraktion der Gluondichte in NLO erfolgte bei H1 ausschließlich mittels einer QCD-Analyse, die im Abschnitt 5.7 beschrieben wurde. Das Ergebnis der NLO-QCD-Anpassung von H1 ist in Abb. 6.4a dargestellt. Die Fehlerbehandlung innerhalb der vollständigen QCD-Analyse basierte auf den hier diskutierten einzelnen Beiträgen zum systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung. Bei der näherungsweise Berechnung von  $xg$  wurde der Wert  $\Lambda = 185 \text{ MeV}$  verwendet, der sich aus der LO-QCD-Analyse von H1 ergab. Eine Variation von  $\Lambda$  um  $\pm 80 \text{ MeV}$  führt zu einer Änderung der Näherungswerte von  $xg$  von etwa 10%. Die Übereinstimmung der nach dem *Prytz*-Verfahren erhaltenen Gluondichte mit dem Resultat der vollständigen QCD-Analyse ist gut. Berücksichtigt man allerdings die bisher vernachlässigten Korrekturen von  $-10\%$ , siehe Abbildung 6.2, ergibt sich aus der Analyse der Ableitungen, die frei von Normierungsunsicherheiten sind, eine im Vergleich zur globalen QCD-Anpassung etwas flachere Gluondichte.

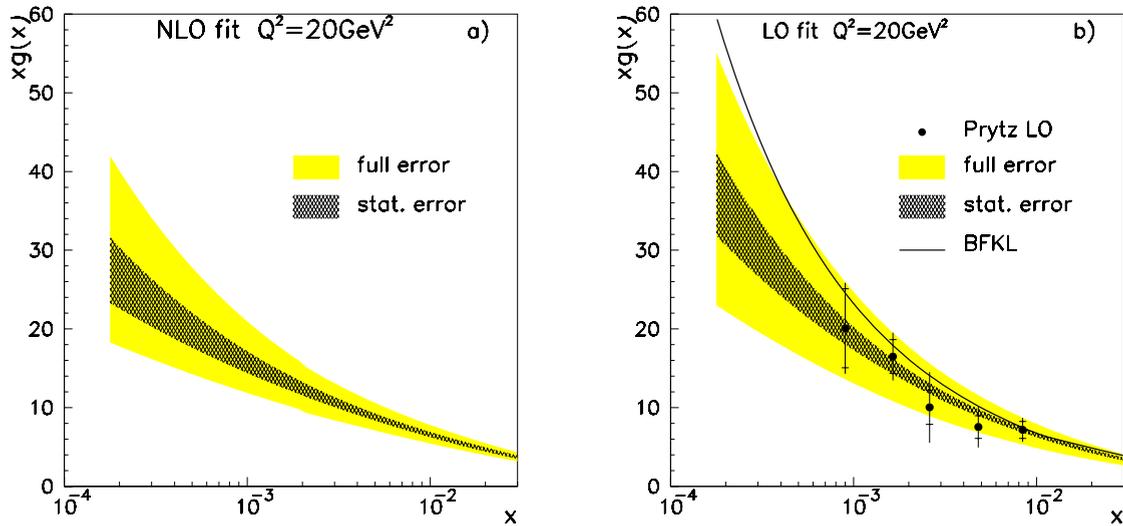


Abbildung 6.4: Die Gluondichte  $xg(x)$  bei  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  bestimmt a) durch eine im  $\overline{MS}$ -Faktorisierungsschema durchgeführte NLO-QCD-Analyse von H1 und b) durch eine LO-QCD-Analyse (schattierte Fläche) sowie eine kombinierten LO-BFKL – DGLAP-Analyse (durchgezogene Kurve) von H1 und den aus der vorliegenden Arbeit hervorgegangen, näherungsweise berechneten Werten, die mit statistischen und totalen Fehlern gezeigt werden. Die Abbildungen wurden aus [2] entnommen.

Bei sehr kleinen  $x$ -Werten wird die Gluondichte möglicherweise nicht mehr durch die DGLAP-Gleichungen, sondern durch die BFKL-Gleichung, siehe Abschnitt 2.3, beschrieben. Die Abb. 6.4b enthält das Resultat einer QCD-Analyse von H1, in der die Entwicklung von  $xg$  für  $Q^2 < 50 \text{ GeV}^2$  und  $x < 10^{-2}$  gemäß der BFKL-Gleichung implementiert wurde. Die aus dieser kombinierten Anpassung erhaltene Gluondichte ist bei  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  steiler als das konventionelle Resultat. Die Strukturfunktion selbst wurde in beiden Zugängen gleichwertig gut beschrieben.

Eine Zusammenfassung der mit verschiedenen Methoden und Experimenten erhaltenen Gluondichte wird in der Abb. 6.5 gegeben und zeigt übereinstimmend das Ansteigen von

$xg(x, Q^2)$  zu kleinen  $x$ -Werten hin. Die aus der vorliegenden Arbeit resultierende Gluondichte stimmt gut mit den Ergebnissen aus der LO-Analyse von Photon-Gluon-Fusions-Ereignissen überein, die vor kurzem von H1 publiziert wurde [147].

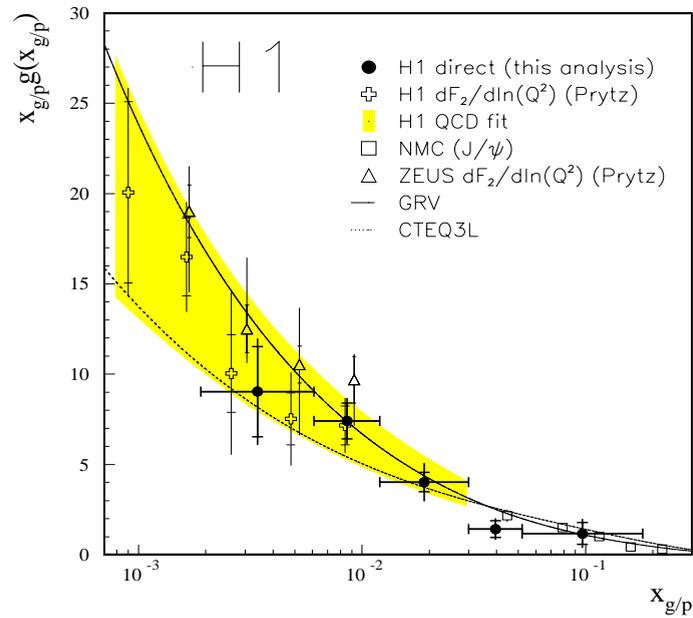


Abbildung 6.5: Vergleich der in erster Ordnung von  $\alpha_s$  bestimmten Gluondichten der Experimente H1, NMC und ZEUS mit Ergebnissen aus QCD-Analysen. Die für H1 angegebenen Werte nach dem Prytz-Verfahren stammen aus der vorliegenden Arbeit. Das Bild wurde aus [147] entnommen.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung der Strukturfunktion des Protons in tief inelastischen Elektron-Proton-Reaktionen, die 1993 mit dem H1-Experiment bei HERA aufgezeichnet wurden.

Die theoretischen Grundlagen der Lepton-Nukleon-Streuung werden ausgehend von kinematischen Überlegungen zu den Ideen des Quark-Parton-Modells und der Quantenchromodynamik (QCD) geführt. Die Vorstellungen über die Struktur des Protons unter den Annahmen der störungstheoretischen QCD werden ausführlich erläutert.

Die Bedeutung der HERA-Beschleunigeranlage für die Erweiterung des Meßbereichs der Protonstrukturfunktion  $F_2$  in  $x$  und  $Q^2$  wird im Vergleich zu ausgewählten Experimenten mit ruhendem Target dargestellt. Die Besonderheit der HERA-Experimente, sowohl den leptonischen als auch den hadronischen Endzustand nachweisen zu können, ermöglicht die redundante Messung der Ereigniskinematik. Das wird an Hand der Rekonstruktion tief inelastischer Ereignisse mit der Elektron-, der gemischten und der Doppelwinkel-Methode gezeigt. Für alle drei betrachteten Verfahren wurden die Auflösungen sowie die Detektorakzeptanzen berechnet, die die Bestimmung der Protonstrukturfunktion  $F_2(x, Q^2)$  mit allen drei Methoden ermöglichte.

Die Bestimmung von  $F_2$  erfordert die Korrektur elektroschwacher Beiträge höherer Ordnungen. In der Arbeit werden daher zwei Berechnungsmethoden der Strukturfunktion  $F_2$  verglichen. Die erhaltene gute Übereinstimmung sowohl für den mit der Elektron- als auch den mit der gemischten Analyse durchgeführten Vergleich belegt die korrekte Behandlung der radiativen Korrekturen, da sich diese beiden Verfahren stark durch die Größe der Korrekturfaktoren unterscheiden.

Erstmalig bei H1 ist bei der Berechnung von  $F_2$  ein Iterationsverfahren durchgeführt worden. Während der Einfluß dieses Verfahrens auf die  $F_2$ -Werte selbst kleiner als 5% blieb, erwies sich die Durchführung des ersten Iterationschrittes für die Beschreibung der Verteilungen der Meßgrößen durch die Monte-Carlo-Simulation als unbedingt erforderlich.

Die vollständige Analyse der systematischen Fehlerquellen lieferte in dem Gebiet  $8.5 \leq Q^2 \leq 65 \text{ GeV}^2$  und  $1.8 \cdot 10^{-4} \leq x \leq 1.33 \cdot 10^{-2}$  für die mit den drei betrachteten Rekonstruktionsverfahren berechnete Strukturfunktion systematische Unsicherheiten von 10-20% bei statistischen Fehlern von etwa 4%. Im Vergleich zu der ersten  $F_2$ -Publikation von H1 im Jahr 1993 ist die Protonstrukturfunktion  $F_2$  basierend auf einer Luminosität von  $L = 271 \text{ nb}^{-1}$  mit etwa halb so großen statistischen und systematischen Fehlern bestimmt worden.

Die Kombination der in der vorliegenden Arbeit mit der Elektronanalyse berechneten  $F_2$ -Werte für  $y > 0.15$  und  $8.5 \leq Q^2 \leq 65 \text{ GeV}^2$  mit den Ergebnissen einer auf dem  $\Sigma$ -Verfahren beruhenden Analyse führte zu der 1995 publizierten Protonstrukturfunktion von

H1. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Rekonstruktionsmethoden stellt eine wichtige Kontrolle der systematischen Fehler dar. Aus diesem Grund wurde die in dieser Arbeit mit der Doppelwinkel-Methode erhaltene  $F_2$  1995 von H1 mitveröffentlicht.

Die Messung der Protonstrukturfunktion mit den H1-Daten des Jahres 1993 bestätigt die Resultate des ersten Betriebjahres von HERA. Der komplizierte Verlauf der Strukturfunktion in  $x$  als auch die logarithmische Abhängigkeit in  $Q^2$  konnten einschließlich der Datenpunkte der Experimente NMC und BCDMS durch eine erstmals bei H1 durchgeführte phänomenologische Parametrisierung über 4 Größenordnungen sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$  beschrieben werden.

Die Abhängigkeit der Strukturfunktion von  $Q^2$  bei konstanten  $x$ -Werten kann durch von  $\ln Q^2$  abhängende Anstiege  $dF_2/d\ln Q^2$  beschrieben werden. Für die Analyse der  $x$ -Abhängigkeit der Skalenverletzungen wurden für die Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$  Geradennäherungen verwendet. Für die Bestimmung der systematischen Unsicherheit der Ableitungen erfolgte eine vollständige Analyse der einzelnen Fehlerquellen der Strukturfunktionsmessung unter Berücksichtigung der Fehlerkorrelationen zwischen benachbarten  $F_2$ -Punkten. Die in der Arbeit diskutierten einzelnen Beiträge zum systematischen Fehler der Strukturfunktionsmessung waren die Grundlage der Fehlerbehandlung der von H1 durchgeführten vollständigen QCD-Analyse.

In einem Vergleich, der frei vom Einfluß der relativen Normierung ist, zeigt sich, daß die vom ZEUS-Experiment gemessenen Skalenverletzungen und die in dem Bereich  $10^{-2} < x < 10^{-1}$  für die jüngsten NMC-Resultate berechneten Ableitungen mit der von H1 beobachteten  $Q^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktion sehr gut übereinstimmen. Die bedeutende Meßbereichserweiterung durch die HERA-Experimente im Vergleich zum NMC-Experiment zu kleinen  $x$ -Werten wird veranschaulicht.

Die beobachteten Abweichungen von der Invarianz der Strukturfunktion gegenüber Änderungen der  $Q^2$ -Skala liefern im Rahmen der ersten Ordnung  $\alpha_s$  der QCD-Störungstheorie in einem Näherungsverfahren eine Bestimmung der Gluondichte im Proton bei kleinen  $x < 10^{-2}$ . Die für  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  näherungsweise berechnete Gluondichte  $xg(x, Q^2)$  stimmt gut mit den in derselben Ordnung erhaltenen Ergebnissen einer von H1 durchgeführten QCD-Analyse der Skalenverletzungen und der Analyse von Photon-Gluon-Fusions-Ereignissen überein. Die in dieser Arbeit berechneten Ableitungen der Protonstrukturfunktion und die Gluondichte sind Bestandteil der entsprechenden H1-Publikation.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit werden durch vorläufige, präzisere Ergebnisse der Analyse der im Jahr 1994 aufgezeichneten Datenmenge von  $L = 2.2 \text{ pb}^{-1}$  bestätigt. Die 1995 veröffentlichten und die vorläufigen  $F_2$ -Daten von H1 werden durch die mit den *DGLAP*-Gleichungen gegebene  $\ln Q^2$ -Evolution über 4 Größenordnungen sowohl in  $x$  als auch in  $Q^2$  gut beschrieben. Es gibt bisher keine Hinweise auf zusätzlich erforderliche Terme bzw. andere dynamische Mechanismen, wie sie etwa der *BFKL*-Gleichung zugrundeliegen. Für die Verifizierung bestehender Modellvorstellungen ist daher ein noch präziserer experimenteller Zugang zum Bereich sehr kleiner Werte  $x < 10^{-4}$  sowie kleiner  $Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$  erforderlich.

Bereits die 1993 gemessene Strukturfunktion wurde jedoch durch die systematischen Fehler dominiert. Zur Erweiterung des Meßbereichs und Verkleinerung der systematischen Fehler wurden daher beginnend mit dem Jahr 1995 einige Detektorkomponenten ausgetauscht, die insbesondere dieses kinematische Gebiet betreffen: Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC wurde durch ein Blei-Glasfaser-Kalorimeter ersetzt, das sowohl einen elektromagnetischen als auch einen hadronischen Teil enthält. Die rückwärtige Vieldraht-Proportionalkammer BPC wurde durch eine Driftkammer ersetzt. Neu eingebaut

wurde ein Silizium–Detektor–Teleskop im rückwärtigen Bereich, das in seiner Endphase für den nominalen Wechselwirkungspunkt eine Spurmessung bis  $\theta_e \sim 176^\circ$  ermöglicht. Mit den neuen Detektoren werden vor allem im rückwärtigen Bereich eine verbesserte Elektronidentifikation und Meßgenauigkeit erwartet, die für die kommenden Strukturfunktionsanalysen einschließlich der bevorstehenden Messung der longitudinalen Strukturfunktion wichtig sind.

## Danksagung

Mein Dank gilt Herrn Prof. Paul Söding für die Möglichkeit, diese Dissertation am DESY Institut für Hochenergiephysik Zeuthen anfertigen und am internationalen wissenschaftlichen Leben teilnehmen zu können. In diesem Zusammenhang möchte ich mich ebenfalls für die wohlwollende Unterstützung innerhalb der H1–Kollaboration durch Herrn Prof. Joël Feltesse, Herrn Prof. John Dainton und Herrn Dr. Albert DeRoeck bedanken.

Die vorliegende Arbeit ist wesentlich durch die freundliche und offene Aufnahme in der Zeuthener H1–Gruppe um Herrn Dr. Max Klein gefördert worden, die sich durch eine fachlich sehr anregende und eine durch kritische Nachdenklichkeit geprägte Arbeitsatmosphäre auszeichnet. Mein besonderer Dank gilt daher allen Kollegen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Vor allem möchte ich mich hier herzlich bei Herrn Dr. Thomas Naumann und Herrn Dr. Max Klein bedanken, die es mir durch eine hervorragende Betreuung und zahllose Diskussionen, die die Schwierigkeiten einer so komplexen Analyse zeigten, erst ermöglichten, eine Arbeit auf dem mir noch vor drei Jahren fremden Gebiet der Elementarteilchenphysik anzufertigen. Herzlicher Dank gilt auch Herrn Dr. Peter Kostka für seine unermüdliche Hilfsbereitschaft, mich nicht nur mit fachlich ausgewogenem Rat zu unterstützen.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Dr. Gregorio Bernardi, Frau Dr. Ursula Bassler, Frau Dr. Gaby Rädcl, Herrn Dr. Christian Leverenz, Herrn Dr. Hans–Peter Wellich, Herrn Dr. Erich Peppcl und allen anderen Mitgliedern der ELAN–Arbeitsgruppe des H1–Experiments für die gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren. Bei Herrn Dr. Arif Akhundov möchte ich mich für die sorgfältige Berechnung der radiativen Korrekturen bedanken.

# Anhang A

## Systematische Fehler der Strukturfunktion

Zusammenstellung der Unsicherheiten der  $F_2$ -Messung für die Elektron-Methode und die gemischte Methode, wobei zwischen den Verschiebungen in positiver und negativer Richtung gemittelt wurde. Die Angaben erfolgen in Prozent für die aufgelisteten Fehlerquellen und den gegebenen Zentralwerten pro Bin ( $Q^2$ ,  $x$  und  $y$ ):

- ER: Der totale systematische Fehler pro Bin, der sich aus  $n$  einzelnen Fehlern  $\delta_i$  zusammensetzt,  $ER = \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}$ .
- IN: Für dieses  $x$ -Bin wurde (1) bzw. wurde nicht (0) die  $F_2$  gemessen.
- OV: Unsicherheit der globalen Effektivitätskorrektur.
- FR: Unsicherheit bezüglich des im  $\mathcal{MC}$  implementierten Fragmentationsmodells.
- SF: Unsicherheit der Akzeptanzberechnung bezüglich der im  $\mathcal{MC}$  implementierten Strukturfunktion.
- BG: Unsicherheit auf Grund der statistischen Subtraktion des  $\gamma p$ -Untergrunds.
- BS: Abhängigkeit von der Korrektur auf Binzentrum und -größe.
- RC: Unsicherheit auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen.
- EN: Unsicherheit der Kalibration der Energieskala des BEMC von 1.7%.
- TH: Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um 2 *mr*ad.
- LA: Unsicherheit der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr-Kalorimeters von 6%.
- YS: Unsicherheit der Reproduktion der hadronischen  $y$ -Werte von 3%.
- EF: Berücksichtigung der Ineffektivitäten der Elektronidentifikation bei kleinen Energien  $E'_e < 12$  GeV.
- ES: Unsicherheit der Beschreibung der Energieauflösung des BEMC von 2%.

## A.1 Systematische Fehler der Elektron-Methode

$$Q^2 = 8.5 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0002	0.5453	13.	1	4.	0.	3.	4.	2.	3.	9.	5.	0.	0.	3.	1.
0.0003	0.3719	11.	1	4.	0.	2.	1.	2.	2.	8.	4.	0.	0.	2.	1.
0.0004	0.2534	13.	1	4.	0.	2.	0.	2.	2.	11.	5.	0.	0.	0.	2.

$$Q^2 = 12 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0003	0.5250	10.	1	4.	0.	2.	3.	2.	3.	4.	5.	0.	0.	3.	2.
0.0004	0.3578	9.	1	4.	0.	2.	1.	2.	3.	4.	5.	0.	0.	2.	2.
0.0006	0.2438	9.	1	4.	0.	2.	0.	2.	2.	6.	4.	0.	0.	0.	3.
0.0008	0.1661	10.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	8.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0013	0.1030	12.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	10.	3.	0.	0.	0.	4.
0.0024	0.0578	16.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	14.	4.	0.	0.	0.	5.

$$Q^2 = 15 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.4472	8.	1	4.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	4.	0.	0.	2.	1.
0.0006	0.3048	8.	1	4.	0.	2.	0.	2.	3.	4.	3.	0.	0.	1.	1.
0.0008	0.2076	9.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	6.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0013	0.1288	11.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	8.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0024	0.0723	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	10.	5.	0.	0.	0.	2.
0.0042	0.0407	14.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	12.	5.	0.	0.	0.	2.

$$Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0006	0.4064	8.	1	4.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	3.	0.	0.	2.	3.
0.0008	0.2768	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	3.	4.	0.	0.	1.	1.
0.0013	0.1717	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	4.	0.	0.	0.	1.
0.0024	0.0964	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	4.	0.	0.	0.	2.
0.0042	0.0542	13.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	4.	0.	0.	0.	2.

$$Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.3460	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0013	0.2146	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0024	0.1204	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0042	0.0678	13.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0075	0.0381	18.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	15.	6.	0.	0.	0.	7.

$$Q^2 = 35 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.4844	7.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	2.	4.	0.	0.	0.	2.
0.0013	0.3005	8.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	4.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0024	0.1686	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	5.	3.	0.	0.	0.	1.
0.0042	0.0949	10.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	2.	0.	0.	0.	1.
0.0075	0.0533	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	10.	3.	0.	0.	0.	2.
0.0133	0.0300	6.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	0.	0.	0.	0.	0.	4.

$$Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0013	0.4293	9.	1	4.	0.	2.	0.	1.	3.	2.	4.	0.	0.	0.	5.
0.0024	0.2409	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	3.	4.	3.	0.	0.	0.	3.
0.0042	0.1356	9.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	7.	3.	0.	0.	0.	2.
0.0075	0.0761	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	11.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0133	0.0429	17.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	15.	3.	0.	0.	0.	7.

$$Q^2 = 65 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0023	0.1763	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	6.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0042	0.1763	8.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	6.	1.	0.	0.	0.	3.
0.0075	0.0990	12.	1	4.	0.	1.	0.	1.	2.	8.	5.	0.	0.	0.	3.
0.0133	0.0558	14.	0	4.	0.	1.	0.	1.	2.	12.	4.	0.	0.	0.	2.

## A.2 Systematische Fehler der gemischten Methode

$$Q^2 = 8.5 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0003	0.3719	17.	1	4.	10.	2.	2.	2.	2.	3.	7.	6.	7.	2.	1.
0.0004	0.2534	13.	1	4.	9.	2.	1.	2.	2.	3.	3.	5.	4.	0.	2.

$$Q^2 = 12 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.3578	15.	1	4.	9.	2.	1.	2.	2.	5.	4.	5.	7.	2.	2.
0.0006	0.2438	12.	1	4.	7.	2.	1.	2.	2.	4.	3.	3.	5.	0.	3.
0.0008	0.1661	10.	1	4.	6.	2.	0.	2.	2.	4.	3.	2.	3.	0.	2.
0.0013	0.1030	11.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	4.	3.	2.	6.	0.	2.
0.0024	0.0578	13.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	3.	2.	9.	0.	2.
0.0042	0.0325	14.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	6.	3.	4.	10.	0.	2.
0.0075	0.0183	17.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	4.	5.	3.	14.	0.	2.

$$Q^2 = 15 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0004	0.4472	16.	0	4.	9.	2.	1.	2.	2.	2.	3.	8.	7.	2.	3.
0.0006	0.3048	13.	1	4.	7.	2.	1.	2.	2.	3.	5.	3.	6.	1.	2.
0.0008	0.2076	11.	1	4.	6.	2.	0.	2.	2.	2.	3.	3.	5.	0.	2.
0.0013	0.1288	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	2.	0.	2.
0.0024	0.0723	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	3.	0.	2.
0.0042	0.0407	11.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	7.	0.	3.
0.0075	0.0228	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	5.	2.	8.	0.	4.
0.0133	0.0129	13.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	10.	0.	6.

$$Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0006	0.4064	13.	0	4.	7.	2.	1.	2.	2.	4.	5.	5.	5.	2.	3.
0.0008	0.2768	12.	1	4.	6.	2.	1.	2.	2.	2.	3.	5.	5.	1.	2.
0.0013	0.1717	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	4.	0.	1.
0.0024	0.0964	8.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	2.	0.	1.
0.0042	0.0542	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	1.	3.	0.	2.
0.0075	0.0304	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	7.	0.	2.
0.0133	0.0172	12.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	4.	2.	9.	0.	3.

$$Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.3460	10.	0	4.	6.	2.	0.	2.	2.	2.	3.	4.	4.	0.	1.
0.0013	0.2146	9.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	1.	3.	3.	0.	1.
0.0024	0.1204	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	2.	2.	0.	1.
0.0042	0.0678	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	3.	0.	2.
0.0075	0.0381	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	7.	0.	2.
0.0133	0.0215	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	1.	9.	0.	2.

$$Q^2 = 35 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0008	0.4844	15.	0	4.	6.	2.	0.	2.	2.	7.	7.	5.	5.	0.	1.
0.0013	0.3005	10.	1	4.	5.	2.	0.	1.	2.	2.	2.	5.	5.	0.	1.
0.0024	0.1686	8.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	3.	1.	2.	0.	1.
0.0042	0.0949	9.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	1.	4.	0.	1.
0.0075	0.0533	10.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	2.	7.	0.	1.
0.0133	0.0300	12.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	3.	10.	0.	2.
0.0237	0.0169	14.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	1.	1.	13.	0.	2.

$$Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0013	0.4293	13.	0	4.	5.	2.	0.	1.	2.	6.	4.	6.	6.	0.	2.
0.0024	0.2409	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	4.	0.	1.
0.0042	0.1356	7.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	2.	0.	1.
0.0075	0.0761	9.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	1.	2.	6.	0.	1.
0.0133	0.0429	14.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	2.	12.	0.	2.
0.0237	0.0241	17.	0	4.	3.	1.	0.	1.	2.	2.	2.	1.	15.	0.	3.

$$Q^2 = 65 \text{ GeV}^2$$

x	y	ER	IN	OV	FR	SF	BG	BS	RC	EN	TH	LA	YS	EF	ES
0.0023	0.1763	9.	1	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	1.	2.	3.	0.	3.
0.0042	0.1763	8.	1	4.	4.	1.	0.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	0.	2.
0.0075	0.0990	9.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	4.	2.	4.	0.	2.
0.0133	0.0558	11.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	2.	2.	8.	0.	2.
0.0237	0.0313	14.	1	4.	3.	1.	0.	1.	2.	3.	3.	2.	12.	0.	2.
0.0421	0.0176	18.	0	4.	5.	1.	0.	1.	2.	4.	1.	3.	15.	0.	3.

## Anhang B

# Systematische Fehler der Skalenverletzungen

### B.1 Systematische Fehler der von H1 publizierten $F_2$

Zusammenstellung der dominanten Unsicherheiten der Messung der Strukturfunktion  $F_2$  für die von H1 1995 publizierten Werte [148]. Die Angaben beziehen sich auf 1 normierte  $F_2$  – Werte und erfolgen unter Berücksichtigung der Vorzeichen der Verschiebungen.

- $\pm \delta E$ : Unsicherheit der Kalibration der elektromagnetischen Energieskala des BEMC von  $\pm 1.7\%$ , des BBE von  $\pm 5\%$  und des LAr–Kalorimeters von  $\pm 3\%$ .
- $\delta A$ : Statistischer Fehler der Akzeptanzberechnungen.
- $\pm \delta \theta_e$ : Mögliche Verschiebungen des Polarwinkels des gestreuten Elektrons um  $\pm 2 \text{ mrad}$  im Akzeptanzgebiet des BEMC und um  $\pm 5 \text{ mrad}$  im Bereich des LAr–Kalorimeters.
- $\delta FR$ : Unsicherheit bezüglich des im  $MC$  implementierten Fragmentationsmodells.
- $\delta SF$ : Unsicherheit bezüglich der im  $MC$  implementierten Strukturfunktion.
- $\delta BG$ : Unsicherheit auf Grund der statistischen Subtraktion des  $\gamma p$ –Untergrunds.
- $\delta RC$ : Unsicherheit auf Grund der Berechnung der radiativen Korrekturen.
- $\delta BS$ : Abhängigkeit von der Korrektur auf Binzentrum und –größe.
- $\delta EF$ : Berücksichtigung spezieller Ineffektivitäten der einzelnen Analyseverfahren.
- $\delta OV$ : Unsicherheit der globalen Effektivitätskorrektur.
- $\pm \delta E_{LAr}$ : Unsicherheit der Kalibration der hadronischen Energieskala des LAr–Kalorimeters von  $\pm 6\%$ .

$x$	$Q^2$	$+\delta E$	$-\delta E$	$\delta A$	$\delta FR$	$+\delta\theta_e$	$-\delta\theta_e$	$\delta SF$	$\delta BG$	$\delta RC$	$\delta BS$	$\delta EF$	$\delta OV$	$+\delta E_{LAr}$	$-\delta E_{LAr}$
.000178	4.5	-0.02	0.02	0.02	0.00	-0.04	0.04	0.05	0.06	0.05	0.03	0.07	0.04	0.00	0.00
.000178	6.0	-0.06	0.06	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.03	0.06	0.05	0.02	0.10	0.04	0.00	0.00
.000750	6.0	-0.10	0.10	0.02	0.00	-0.03	0.03	0.03	0.03	0.05	0.02	0.10	0.04	0.00	0.00
.000750	8.5	-0.09	0.09	0.02	0.00	-0.03	0.03	0.03	0.04	0.05	0.02	0.07	0.04	0.00	0.00
.000178	8.5	-0.05	0.03	0.02	0.00	-0.05	0.05	0.03	0.04	0.03	0.02	0.02	0.04	0.00	0.00
.000261	8.5	-0.04	0.04	0.02	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.01	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000383	8.5	-0.03	0.05	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000261	12.0	-0.03	0.02	0.02	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.03	0.03	0.02	0.02	0.04	0.00	0.00
.000383	12.0	-0.04	0.03	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.01	0.03	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000562	12.0	-0.05	0.04	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000825	12.0	-0.02	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	12.0	-0.03	-0.04	0.03	0.03	-0.02	-0.01	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.002370	12.0	-0.10	0.03	0.03	0.03	0.02	-0.04	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.004210	12.0	-0.15	0.07	0.03	0.03	0.03	-0.07	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.02
.007500	12.0	-0.17	0.07	0.04	0.03	0.04	-0.08	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	0.00
.013300	12.0	-0.17	0.07	0.04	0.03	0.05	-0.08	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	-0.01
.000383	15.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.02	0.03	0.02	0.01	0.04	0.00	0.00
.000562	15.0	-0.04	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.03	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.000825	15.0	-0.05	0.08	0.03	0.00	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	15.0	0.07	-0.08	0.03	0.03	-0.05	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.002370	15.0	0.09	-0.09	0.03	0.03	-0.04	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.004210	15.0	0.09	-0.10	0.03	0.03	-0.05	0.06	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.007500	15.0	0.08	-0.07	0.03	0.03	-0.03	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.013300	15.0	0.07	-0.10	0.04	0.03	-0.05	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.01	0.01
.000562	20.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.02	0.03	0.02	0.01	0.04	0.00	0.00
.000825	20.0	-0.05	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	20.0	-0.07	0.08	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	20.0	0.09	-0.08	0.03	0.03	-0.05	0.05	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.004210	20.0	0.08	-0.07	0.03	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.007500	20.0	0.08	-0.09	0.03	0.03	-0.06	0.06	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	0.00
.013300	20.0	0.07	-0.07	0.04	0.03	-0.03	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.01
.023700	20.0	0.07	-0.07	0.04	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.01

$x$	$Q^2$	$+\delta E$	$-\delta E$	$\delta A$	$\delta FR$	$+\delta\theta_e$	$-\delta\theta_e$	$\delta SF$	$\delta BG$	$\delta RC$	$\delta BS$	$\delta EF$	$\delta OV$	$+\delta E_{LAr}$	$-\delta E_{LAr}$
.000825	25.0	-0.03	0.02	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	25.0	-0.03	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	25.0	-0.03	0.05	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	25.0	0.10	-0.05	0.03	0.03	-0.03	0.04	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00
.007500	25.0	0.10	-0.10	0.04	0.03	-0.03	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.02	-0.02
.013300	25.0	0.10	-0.09	0.04	0.03	-0.04	0.05	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.03	0.02
.023700	25.0	0.08	-0.08	0.04	0.03	-0.02	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.07	-0.01	0.02
.000825	35.0	-0.05	0.02	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.001330	35.0	-0.05	0.04	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	35.0	-0.05	0.05	0.03	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	35.0	0.09	-0.11	0.04	0.03	-0.03	0.03	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.007500	35.0	0.09	-0.06	0.04	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.00
.013300	35.0	0.05	-0.04	0.04	0.03	-0.02	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
.023700	35.0	0.08	-0.11	0.04	0.03	-0.04	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	0.01	0.01
.042100	35.0	0.10	-0.11	0.05	0.03	-0.04	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.02	0.01
.001330	50.0	-0.02	0.01	0.03	0.00	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.002370	50.0	-0.05	0.02	0.04	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	50.0	-0.09	0.03	0.04	0.00	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.007500	50.0	0.09	-0.12	0.05	0.03	-0.03	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.01	0.00
.013300	50.0	0.08	-0.14	0.05	0.03	-0.04	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.00	-0.01
.023700	50.0	0.08	-0.06	0.05	0.03	-0.02	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	0.02	-0.02
.042200	50.0	0.09	-0.11	0.05	0.03	-0.04	0.01	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.06	0.05
.002370	65.0	-0.05	0.06	0.04	0.00	-0.01	0.01	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.004210	65.0	-0.04	0.07	0.05	0.00	-0.05	0.05	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.007500	65.0	-0.03	0.08	0.05	0.00	-0.04	0.04	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00
.13300	65.0	0.05	-0.10	0.06	0.03	-0.01	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00
.023700	65.0	0.08	-0.03	0.06	0.03	0.00	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	0.01	0.02
.042100	65.0	0.06	-0.04	0.07	0.03	0.01	-0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.05	-0.01	0.00

$x$	$Q^2$	$+\delta E$	$-\delta E$	$\delta A$	$\delta FR$	$+\delta \theta_e$	$-\delta \theta_e$	$\delta SF$	$\delta BG$	$\delta RC$	$\delta BS$	$\delta EF$	$\delta OV$	$+\delta E_{LAr}$	$-\delta E_{LAr}$
.002370	80.0	0.03	-0.04	0.04	0.00	-0.02	0.01	0.03	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.004210	80.0	0.09	-0.08	0.05	0.00	-0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.007500	80.0	0.15	-0.12	0.06	0.03	-0.01	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	0.00
.013300	80.0	0.09	-0.15	0.07	0.03	-0.05	0.02	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	-0.05
.023700	80.0	0.09	-0.14	0.07	0.03	-0.04	0.00	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	0.00	-0.01
.042100	80.0	0.13	-0.12	0.07	0.03	-0.04	0.05	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.04	-0.02	0.01
.075000	80.0	0.12	-0.06	0.07	0.03	0.01	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.06	-0.01	0.01
.002370	120.0	0.04	0.02	0.04	0.00	-0.02	0.02	0.04	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.004210	120.0	0.09	0.02	0.04	0.00	-0.01	0.01	0.03	0.02	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
.007500	120.0	0.10	-0.02	0.05	0.00	-0.01	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
.013300	120.0	0.09	-0.16	0.06	0.03	-0.03	0.03	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.02	-0.00
.023700	120.0	0.17	-0.16	0.07	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.04	-0.00
.042100	120.0	0.19	-0.25	0.08	0.03	-0.03	0.05	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.00
.075000	120.0	0.12	-0.19	0.08	0.03	-0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.03	-0.04	0.00
.004210	200.0	0.02	-0.03	0.03	0.00	-0.02	-0.03	0.03	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.02	-0.03
.007500	200.0	0.06	-0.10	0.03	0.00	-0.02	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.02	0.00
.013300	200.0	-0.01	0.06	0.05	0.03	0.02	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.00
.023700	200.0	-0.03	0.03	0.05	0.03	0.01	0.00	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.00	0.01
.042100	200.0	-0.04	-0.01	0.05	0.03	-0.01	0.01	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	-0.01	0.02
.013300	400.0	0.08	-0.04	0.03	0.00	0.02	0.00	0.03	0.02	0.02	0.03	0.04	0.00	0.01	0.03
.023700	400.0	0.16	-0.14	0.04	0.00	0.01	-0.05	0.02	0.02	0.02	0.03	0.01	0.00	-0.05	0.03
.007500	400.0	0.03	-0.01	0.03	0.03	-0.01	0.02	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.04	-0.04
.042100	400.0	0.18	-0.14	0.04	0.03	-0.02	0.04	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	-0.01
.075000	400.0	0.18	-0.15	0.04	0.03	-0.03	0.04	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.02	-0.02	0.02
.133000	400.0	0.20	-0.19	0.04	0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.01	-0.02	0.02
.023700	800.0	0.08	-0.08	0.05	0.00	0.04	-0.03	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00
.042100	800.0	0.11	-0.04	0.06	0.00	0.04	-0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.05	0.00	-0.02	0.00
.013300	800.0	0.02	-0.04	0.05	0.03	-0.02	0.01	0.03	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	0.06	-0.09
.075000	800.0	0.12	-0.08	0.06	0.03	-0.02	0.01	0.02	0.00	0.03	0.01	0.01	0.02	-0.01	-0.02
.133000	800.0	0.13	-0.13	0.06	0.03	-0.02	0.02	0.01	0.00	0.03	0.03	0.01	0.01	-0.02	0.04
.042100	1600.0	0.02	-0.01	0.08	0.00	0.00	-0.04	0.02	0.02	0.02	0.03	0.06	0.00	0.04	0.08
.075000	1600.0	0.01	-0.08	0.08	0.00	0.10	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.00	-0.04	0.05
.133000	1600.0	0.10	-0.19	0.09	0.03	0.00	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	0.01	0.01	-0.02	0.00

## B.2 Systematische Fehler der Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$

Zusammenstellung der relativen Anteile zum systematischen Fehler der auf 1 normierten Ableitungen  $dF_2/d\ln Q^2$ . Hierbei wurden alle im Anhang B.1 aufgelisteten Unsicherheiten berücksichtigt. Eine 20%ige Variation der im BEMC gemessenen Hadronen führte für die  $\Sigma$ -Methode in einem Bin zu einem 2% Effekt bzw. blieb in einigen Bins kleiner als 1% und wurde daher hier nicht weiter betrachtet. Die Fehler aus den Analysen mit verschobenen Wechselwirkungspunkt gingen entsprechend ihrem statistischen Anteil ein, 2/3 Satellit-Bunch-Ereignisse und 1/3 aus der entsprechenden speziellen Runperiode. Die Abhängigkeit von der noch nicht gemessenen longitudinalen Strukturfunktion wurde mit einem angenommenen Fehler für  $R$  von  $\delta R = \pm R(QCD; MRS H)$  zusätzlich betrachtet. Die einzelnen Beiträge, die entsprechend der im Abschnitt 6.2 beschriebenen Prozedur erhalten wurden, wurden in positive und negative Fehler unterschieden, die in der Tabelle als der erste bzw. der zweite Eintrag pro  $x$ -Wert angegeben werden.

$x$	$\delta A$	$\delta E$	$\delta E_{LA\tau}$	$\delta \theta_e$	$\delta BG$	$\delta FR$	$\delta RC$	$\delta OV$	$\delta BS$	$\delta EF$	$\delta SF$	$\delta R$
0.000383	0.050	0.088	0.000	0.012	0.091	0.000	0.077	0.040	0.020	0.035	0.020	0.078
0.000383	0.050	0.000	0.000	0.014	0.088	0.000	0.071	0.037	0.019	0.035	0.019	0.115
0.000562	0.047	0.039	0.000	0.009	0.084	0.000	0.075	0.042	0.021	0.042	0.021	0.060
0.000562	0.047	0.048	0.000	0.013	0.082	0.000	0.069	0.039	0.020	0.041	0.020	0.087
0.000825	0.018	0.038	0.000	0.054	0.036	0.000	0.001	0.040	0.008	0.083	0.009	0.034
0.000825	0.018	0.000	0.000	0.049	0.036	0.000	0.002	0.037	0.009	0.084	0.009	0.050
0.001330	0.034	0.192	0.000	0.047	0.000	0.101	0.136	0.229	0.019	0.034	0.014	0.041
0.001330	0.034	0.315	0.012	0.105	0.000	0.106	0.137	0.220	0.019	0.035	0.017	0.059
0.002370	0.033	0.085	0.000	0.077	0.021	0.090	0.123	0.160	0.032	0.031	0.026	0.032
0.002370	0.033	0.165	0.008	0.090	0.022	0.096	0.125	0.161	0.031	0.031	0.030	0.044
0.004210	0.030	0.020	0.037	0.061	0.020	0.051	0.076	0.077	0.038	0.018	0.022	0.023
0.004210	0.030	0.081	0.002	0.086	0.020	0.056	0.078	0.082	0.037	0.019	0.022	0.030
0.00750	0.072	0.207	0.011	0.085	0.028	0.045	0.068	0.088	0.035	0.037	0.029	0.025
0.00750	0.072	0.349	0.048	0.105	0.028	0.053	0.074	0.098	0.033	0.037	0.028	0.032
0.01330	0.082	0.255	0.053	0.082	0.025	0.002	0.025	0.068	0.037	0.063	0.038	0.017
0.01330	0.082	0.270	0.132	0.114	0.025	0.005	0.025	0.082	0.035	0.065	0.035	0.022
0.02370	0.095	0.317	0.024	0.121	0.036	0.026	0.045	0.130	0.047	0.045	0.031	0.007
0.02370	0.095	0.422	0.000	0.125	0.036	0.031	0.048	0.151	0.045	0.047	0.029	0.009
0.04210	0.133	0.324	0.041	0.039	0.025	0.005	0.025	0.120	0.036	0.075	0.025	0.004
0.04210	0.133	0.392	0.125	0.104	0.025	0.009	0.027	0.138	0.036	0.079	0.025	0.005
0.07500	0.375	1.122	0.028	0.139	0.022	0.014	0.028	0.189	0.108	0.094	0.025	0.003
0.07500	0.375	1.036	0.025	0.178	0.025	0.019	0.031	0.214	0.103	0.097	0.025	0.003
0.13300	0.807	0.380	0.016	0.078	0.000	0.026	0.026	0.008	0.055	0.008	0.008	0.003
0.13300	0.807	0.161	0.013	0.156	0.000	0.023	0.023	0.008	0.062	0.008	0.008	0.003

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Tief inelastische Lepton–Nukleon–Streuung . . . . .	6
2.2	Tief inelastische $ep$ –Streuung im Quark–Parton–Modell . . . . .	12
2.3	Quantenzahlen der Fermionen im Standard–Modell . . . . .	14
2.4	Grundlegende Parton–Splitting Prozesse . . . . .	20
2.5	Ein–Schleifen Leiter– und Interferenzdiagramme . . . . .	20
2.6	Schematischer Überblick über den Gültigkeitsbereich der verschiedenen Ent- wicklungsgleichungen in der $x, Q^2$ –Ebene . . . . .	24
2.7	Elektroschwache Korrekturen zum inklusiven Lepton–Quark–Streuquerschnitt	25
2.8	Notation der inklusiven, radiativen $ep$ –Streuung . . . . .	27
3.1	Die kinematische Ebene in $1/x$ vs $Q^2$ . . . . .	29
3.2	Die Beschleunigeranlage HERA . . . . .	30
3.3	Luminosität von HERA und H1 für 1992–94 . . . . .	32
3.4	Der Detektor H1 . . . . .	33
3.5	Luminosität des Jahres 1993 . . . . .	38
3.6	Definition der Variablen $E'_e, E_{\text{jet}}, \theta_e, \theta_h$ . . . . .	41
3.7	Isolinien der Energien und der Streuwinkel für die $ep$ –Kinematik . . . . .	43
4.1	Tief inelastisches Ereignis . . . . .	50
4.2	Elektronkandidaten des Mini–DST's . . . . .	52
4.3	ECRA– und DCLBP–Verteilungen . . . . .	54
4.4	$z$ –Vertex–Verteilung einschließlich der Satellit–Bunch–Anteile . . . . .	55
4.5	$z$ –Vertex–Verteilungen der endgültigen Datensätze . . . . .	56
4.6	Verteilung der Pilot–Bunch–Ereignisse in der $(x, Q^2)$ –Ebene . . . . .	57
4.7	Verteilungen der mit dem Elektrontagger identifizierten Photoproduktionser- eignisse . . . . .	59
4.8	$\chi^2$ –Test–Ergebnisse der BEMC–Energiekalibration . . . . .	61
4.9	$MC$ –Simulation der $\theta_e$ –Auflösung . . . . .	62
4.10	Auflösung der ausschließlich durch Zellenergien bestimmten hadronischen Größe $y_h$ . . . . .	64
4.11	Auflösung der auf Grund der Zellenergien und der Spurinformatoren bestimm- ten hadronischen Größe $y_h$ . . . . .	65
4.12	Auflösung der Skalenvariable $y$ rekonstruiert mit der Doppelwinkel–Methode	66
4.13	$y_h/y_e$ –Verteilungen für die Daten im Vergleich mit der $MC$ –Simulation . . . .	67
4.14	ECRA– und DCLBP–Effektivitäten . . . . .	69
4.15	$z$ –Vertex– und RVFIT–Effektivitäten . . . . .	70
5.1	Aufteilung des $(x, Q^2)$ –Phasenraums und tief inelastische Daten 1993 . . . . .	73

5.2	Vergleich der Auflösung und Migration verschiedener Rekonstruktionsmethoden . . . . .	76
5.3	Vergleich der Detektorakzeptanzen für verschiedene Rekonstruktionsmethoden	77
5.4	Vergleich der Signaturen von Ereignissen mit dem bisher diskutierten Verhalten und dem mit großen Rapiditätsgaps . . . . .	79
5.5	Vergleich der Detektorakzeptanzen für tief inelastische Ereignisse und Prozesse mit fehlender Aktivität in Vorwärtsrichtung. . . . .	80
5.6	Einfluß der radiativen Korrekturen auf die Elektronanalyse und die gemischte Methode . . . . .	83
5.7	Vergleich der $F_2$ –Berechnungsmethoden . . . . .	84
5.8	Einfluß der Iteration der Strukturfunktion auf die Verteilungen der Meßgrößen $E'_e$ , $\theta_e$ , $y_h$ und $\theta_h$ . . . . .	86
5.9	Vergleich der Verteilungen der gemessenen Größen $E'_e, \theta_e, y_h$ und $\theta_h$ mit der $MC$ –Simulation . . . . .	88
5.10	Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden . . . . .	92
5.11	Messung der Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ mit der Elektron–, der $\Sigma$ – und der Doppelwinkel–Methode . . . . .	93
5.12	Vergleich der von H1 1993 und 1995 publizierten $F_2$ –Messungen . . . . .	94
5.13	Vergleich der von H1, BCDMS und NMC gemessenen $F_2$ –Werte mit einer phänomenologischen Parametrisierung . . . . .	96
5.14	Beschreibung der $Q^2$ –Abhängigkeit von $F_2$ gemessen mit den Experimenten H1, ZEUS, BCDMS und NMC durch eine phänomenologische Parametrisierung	97
5.15	Vergleich der $F_2$ –Messungen von H1 und ZEUS mit QCD–Anpassungen . . .	100
5.16	Vergleich der $F_2$ –Messungen von H1, BCDMS und NMC mit dem Ergebnis der NLO–QCD–Analyse von H1 . . . . .	101
6.1	Zusammensetzung des Anstiegs $dF_2/d \ln Q^2$ aus den durch Seequarks, Gluonen und Valenzquarks erzeugten Beiträgen . . . . .	103
6.2	Verhältnis der mit der Näherungslösung nach <i>Prytz</i> bestimmten Gluondichte $xg(x, Q^2)$ zu aktuellen LO–QCD–Analysen . . . . .	104
6.3	Anstiege $dF_2/d \ln Q^2$ gemessen mit den Experimenten H1, ZEUS und NMC .	107
6.4	Bestimmung der Gluondichte $xg(x, Q^2)$ mit einem Näherungsverfahren und durch die NLO– sowie LO–QCD–Analyse von H1 . . . . .	109
6.5	Vergleich der in erster Ordnung $\alpha_s$ bestimmten Gluondichten der Experimente H1, NMC und ZEUS mit QCD–Anpassungen . . . . .	110

# Tabellenverzeichnis

3.1	HERA-Parameter . . . . .	31
3.2	Entwicklung charakteristischer HERA-Parameter 1992-94 . . . . .	31
4.1	Zusammenfassung der Selektionskriterien für Werte $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ . . . . .	68
4.2	Die im Vergleich zu der $\mathcal{MC}$ -Simulation erhaltenen globalen Effektivitäten . . . . .	71
4.3	BEMC-Trigger-Effektivitäten für kleine Energien und Streuwinkel . . . . .	71
5.1	Detektorakzeptanzen und Ereigniszahlen . . . . .	78
5.2	Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für die drei betrachteten Rekonstruktionsmethoden mit statistischen und systematischen Fehlern . . . . .	91
5.3	Parameter einer phänomenologischen Anpassung . . . . .	95
5.4	Zusammenstellung der Annahmen der H1-QCD-Analyse . . . . .	99
6.1	Zusammenstellung der Fehlerquellen für die Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ . . . . .	105
6.2	Ableitungen $dF_2/d\ln Q^2$ . . . . .	106
6.3	Zusammenstellung der Ableitungen $d\ln F_2/d\ln Q^2$ und $d\ln F_2/d\ln(1/x)$ . . . . .	108

# Literaturverzeichnis

- [1] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *A Measurement of the Proton Structure Function  $F_2(x, Q^2)$* , Nucl. Phys. **B 439** (1995) 471
- [2] H1 Collaboration, S. Aid et al., *The Gluon Density of the Proton at Low  $x$  from a QCD Analysis of  $F_2$* , Phys. Lett. **B354** (1995) 494
- [3] H1 Collaboration, I. Abt et al., *Measurement of the proton structure function  $F_2(x, Q^2)$  in the low- $x$  region at HERA*, Nucl. Phys. **B407** (1993) 515
- [4] H1 Collaboration, I. Abt et al., *Scaling violations of the proton structure function  $F_2$  at small  $x$* , Phys. Lett. **B321** (1994) 161
- [5] A. DeRoeck, M. Klein, Th. Naumann, E. Peppel, U. Stöflein, N. Wulff, *Analysis II of the Data of the Structure Function  $F_2(x, Q^2)$* , H1-Note 12/93-332 (1993)
- [6] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579;  
A. Salam, *Proceedings of 8th Nobel Symposium*, edited by N. Svartholm, Stockholm (1968);  
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264
- [7] Für einen Überblick der elektroschwachen Theorie des Standardmodells, siehe z.B  
C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts (1983)
- [8] J.D. Bjorken, *Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum*, Phys. Rev. **179** (1969) 1547
- [9] J. D. Bjorken in *Lepton-Hadron Processes at High Energy, Proceedings of the 11th Session of the Scottish Universities Summer School in Physics 1970*, J. Cumming, H. Osborn (eds.), Academic Press London (1971) 473
- [10] E. Derman, *Tests for a Weak Neutral Current in  $l^\pm + N \rightarrow l^\pm + \text{Anything}$  at High Energy*, Phys. Rev. **D7** (1973) 2755
- [11] *Proceedings of the HERA Workshop, Hamburg, October 12-14, 1987*, ed. R. D. Peccei (1988)
- [12] *Physics at HERA, Proceedings of the Workshop Hamburg, October 29-30, 1991*, eds. W. Buchmüller and G. Ingelman (1992)
- [13] W. Hollik, *Radiative Corrections in Deep Inelastic Scattering - Essentials for HERA Processes*, in [11], vol.2, 579
- [14] A. Akhundov et al., *Model Independent QED corrections to the Process  $ep \rightarrow eX$* , DESY 94-115 (1994), CERN-TH 7339/94 (1994)
- [15] J. Kuti, V. F. Weisskopf, *Inelastic Lepton-Nucleon Scattering and Pair Production in the Relativistic Quark-Parton Model*, Phys. Rev. **D4** (1971) 3418
- [16] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, New York (1984)

- [17] Eine interessante Zusammenstellung von Originalschriften findet sich z.B. in: R. N. Cahn and G. Goldhaber, *The Experimental Foundation of Particle Physics*, Cambridge University Press 1989
- [18] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Clarendon Press, Oxford (1984)
- [19] R. W. McAllister and R. Hofstadter, *Phys. Rev.* **102** (1956) 851
- [20] M. Breidenbach et al., *Observed Behaviour of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 935
- [21] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, *Phys. Lett.* **8** (1964) 214; G. Zweig, CERN preprint 8182/TH 401 (1964)
- [22] R. P. Feynman, *Very High-Energy Collisions of Hadrons*, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415; siehe auch in R. P. Feynman, *Photon - Hadron Interactions*, W. A. Benjamin, Inc., Advanced Book Program, Massachusetts (1972)
- [23] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton Scattering and the Structure of the Nucleon*, *Phys. Rev.* **185** (1969) 1975; J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *High-Energy Inelastic Neutrino-Nucleon Interactions*, *Phys. Rev.* **D1** (1970) 3151
- [24] Das am SLAC gemessene Verhältnis  $2xF_1/F_2$  ist zu finden in: D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts (1987)
- [25] Die Messung von Neutrino-Nukleon-Streuungen lieferte als Ergebnis  $\sigma_L/\sigma_T = 0.10 \pm 0.07$  für  $\nu = 50 \text{ GeV}$ : H. Abramowicz et al., *Phys. Lett.* **107B** (1981) 141; In Experimenten mit hochenergetischen Muonstrahlen mit  $60 < \nu < 160 \text{ GeV}$  wurde  $\sigma_L/\sigma_T = 0.0 \pm 0.1$  gemessen: J. J. Aubert et al., *Phys. Lett.* **121B** (1983) 87
- [26] C. G. Callan and D. Gross, *High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current*, *Phys. Rev. Lett.* **22** (1969) 156
- [27] TASSO Collaboration, R. Brandelik et al., *Evidence for planar events in  $e^+e^-$  annihilation at high energies*, *Phys. Lett.* **B86** (1979) 243
- [28] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285
- [29] A. J. Buras, *Asymptotic freedom in deep inelastic processes in the leading order and beyond*, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 199
- [30] Hier ist insbesondere die Entdeckung des *top*-Quarks Anfang 1995 durch die FERMILAB-Experimente D0 (Fermilab Preprint: Fermilab-Pub-95/028-E) und CDF (Fermilab Preprint: Fermilab-Pub-95/022-E) zu erwähnen, dessen Existenz bisher aus Konsistenzgründen in dem Standard-Modell gefordert wurde.
- [31] M. Klein, T. Riemann, *Electroweak Interactions Probing the Nucleon Structure*, *Z. Phys.* **C24** (1984) 151
- [32] CTEQ Collaboration, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD*, (1993)
- [33] S. L. Adler, *Phys. Lett.* **143** (1966) 1144
- [34] D. Gross and C. Llewellyn-Smith, *Nucl. Phys.* **14** (1969) 337
- [35] K. Gottfried, *Phys. Lett.* **18** (1967) 1154

- [36] Ein Überblick neuerer Ergebnisse findet sich z.B. in: J. Feltesse, DAPNIA-SSP-94-35 (1994), Invited talk at *27. International Conference on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, 1994*; *Review on Nucleon Structure Functions*, talk given at *XXV International Symposium on Multi-particle Dynamics 1995 Stara Lesnia, Slovakia, September 1995* (1995); F. Eisele, *Deep Inelastic Scattering*, Invited talk at *International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, 1995* (1995)
- [37] Eine sehr schöne Darstellung der Entwicklung der Theorie der starken Wechselwirkung findet sich in: Y. Nambu, *Quarks*, *Frontiers in Elementary Particle Physics*, World Scientific, Philadelphia (1985)
- [38] Das Originalschritttum über den Zeitraum 1961-64 im Zusammenhang mit *Gell-Mann's Theorie* ist zusammengestellt in: M. Gell-Mann, Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, W. A. Benjamin, Inc., New York (1964)
- [39] O. W. Greenberg, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 598;  
M. Han, Y. Nambu, *Phys. Rev.* **139B** (1965) 1006
- [40] G. t'Hooft, *Nucl. Phys.* **B33** (1971) 173; *Nucl. Phys.* **B35** (1971) 167;  
G. t'Hooft and M. Veltman, *An Example of a Gauge Field Theory in Proceedings of Colloquium on Renormalization of Yang-Mills Fields and Applications to Particle Physics, Marseille, 1972* (1972);  
D. Gross and F. Wilzcek, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1343;  
H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1346
- [41] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler, *Phys. Lett.* **47B** (1973) 365;  
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **31** (1973) 494;  
S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D8** (1973) 605
- [42] F. Bloch, A. Nordsieck, *Phys. Rev.* **52** (1937) 54
- [43] I. Antoniadis, L. Baulieu, C. Kounnas, *A Proof of the Factorization of Mass Singularities in the Bjorken Limit*, *Nucl. Phys.* **B168** (1980) 394
- [44] J. Kogut and L. Susskind, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 697, 706, 3391
- [45] Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, A. H. Müller and S. I. Troyan, *Basics of Perturbative QCD*, Edition Frontières, Gif-sur-Yvette Cedex, 1991
- [46] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, *Sov. Journ. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438 and 675;  
G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 298;  
Yu. L. Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641
- [47] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *Determination of the strong coupling constant from jet rates in deep inelastic scattering*, *Phys. Lett.* **B346** (1995) 415
- [48] D. Gross and F. Wilzcek, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 980;  
H. Georgi and H. D. Politzer, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 416  
Die 'Twist'-Definition wurde eingeführt von: D. J. Gross and S. B. Treiman, *Light-Cone Structure of Current Commutators in the Gluon-Quark-Model*, *Phys. Rev.* **D4** (1971) 1059
- [49] K. G. Wilson, *Non-Lagrangian Models of Current Algebra*, *Phys. Rev.* **179** (1969) 1499
- [50] A. De Rújula, S. L. Glashow, H. D. Politzer, S. B. Treiman, F. Wilzcek, and A. Zee, *Possible non-Regge behavior of electroproduction structure functions*, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 1649
- [51] A. De Rújula, H. Georgi, and H. D. Politzer, *Demythification of Electroproduction Local Duality and Precocious Scaling*, *Ann. Phys.* **103** (1977) 315

- [52] L. V. Gribov, *Gauge-Independent Approach to Hard Processes in QCD*, Nucl. Phys. **B168** (1980) 429
- [53] Für aktuelle Überblicke siehe z.B. in  
J. Bartels, J. Feltesse, *QCD at Low  $x$ : Summary*, in [12], vol.1, 131;  
*International Workshop on Deep Inelastic Scattering and Related Subjects, Eilat, Israel 6 - 11 February 1994* ed. A. Levy, World Scientific, Singapore (1994)
- [54] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov and V.S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45** (1977) 199;  
Y.Y. Balitsky and L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28** (1978) 822
- [55] A. Donnachie, P. Landshoff, Phys. Lett. **B236** (1992) 227; Z. Phys. **C61** (1994) 139
- [56] V. Fadin, *Next-to-Leading Order Corrections to the BFKL equation*, Seminarvortrag am 8. 12. 1995, IfH DESY/Zeuthen (1995)
- [57] L. V. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, *Singlet Structure Function at Small  $x$ : Unitarization of Gluon Ladders*, Nucl. Phys. **B188** (1981) 555;  
V. N. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, Phys. Rep. **100** (1983) 1
- [58] J. Bartels, J. Blümlein, G. Schuler, Z. Phys. **C50** (1991) 91
- [59] A. J. Askew, J. Kwiecinski, A. D. Martin, and P. Sutton, *QCD predictions for deep-inelastic structure functions at the DESY ep collider HERA*, Phys. Rev. **D 47** (1993) 3775
- [60] L. W. Mo, Y. S. Tsai, *Radiative Corrections to Elastic and Inelastic ep and  $\nu p$  Scattering*, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 205
- [61] C. F. Weizsäcker, Z. Phys. **88** (1934) 612; E. J. Williams, Phys. Rev. **45** (1934) 729
- [62] J. Blümlein, *Leading log radiative corrections to deep inelastic neutral and charged current scattering at HERA*. Z. Phys. **C47** (1990) 89;  *$O(\alpha^2 L^2)$  Radiative Corrections to Deep Inelastic ep Scattering for Different Kinematical Variables*, DESY 94-044 (1994)
- [63] J. Kripfganz, H. Perlt, *Elektroweak radiative corrections and quark mass singularities*, in [11], vol.2 , 645
- [64] T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3** (1962) 650;  
T. D. Lee, M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, Phys. Rev. **133B** (1964) 1549
- [65] J. Schwinger, *Quantum Electrodynamics. III. The Electromagnetic Properties of the Electron—Radiative Corrections to Scattering*, Phys. Rev. **76** (1949) 790
- [66] D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura, *The IR Divergence Phenomena and High-Energy Processes*, Ann. Phys. **13** (1961) 379
- [67] H. Spiesberger et al., *Radiative Corrections at HERA*, in [12], vol.2, 798
- [68] Weitere Details bzw. Experimente sind nachzulesen in: Particle Data Group, *Current Experiments in Elementary Particle Physics*, available on SPIRES database
- [69] A. V. Kotwal for E665 Collaboration, *Proton and Deuteron Structure Functions in Muon Scattering at 470 GeV*, to be published in *Proceedings of the XXXth Rencontres de Moriond, QCD and High Energy Interactions, Les Arcs, France, March 19-26, 1995*, FERMILAB-Conf-95/046-E (1995)
- [70] U. Stöblein, *Structure Function Measurements at HERA*, to be published in *Proceedings of QUARKS AND COLLIDERS, 19-25 February 1995, Lake Louise, Alberta Canada*, H1-Note 05/95-442 (1995)

- [71] B. H. Wiik, in [12], vol.1 , 1
- [72] M. Düren, *The HERMES Experiment: From the Design to the First Results*, DESY HERMES-95-02 (1995)
- [73] H. Bethe, W. Heitler, Proc. Roy. Soc. **A146** (1934) 83
- [74] H1 Collaboration, *Letter of intent for an Experiment at HERA*, preprint, June 28, 1985
- [75] H1 Collaboration, I. Abt et al., *The H1 Detector at HERA*, DESY 93-103 (1993)
- [76] J. Bán et al., *The H1 Backward Calorimeter BEMC and its Inclusive Electron Trigger*, DESY 95-177 (1995), submitted to Nucl. Ins. and Meth. **A**
- [77] T. Kurča, *The H1 Trigger for Neutral Current Deep Inelastic Scattering Events at Low  $Q^2$* , Dissertation, Universität Hamburg (1993)
- [78] E. Peppel, *Messung der Protonstrukturfunktion  $F_2$  unter besonderer Berücksichtigung des H1 - Rückwärtskalorimeters*, Dissertation, Universität Hamburg (1994)
- [79] J. Haack, *Kalibration der äußeren z-Driftkammer des HERA-Experimentes H1*, Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin (1994)
- [80] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *Experimental Study of Hard Photon Radiation Processes at HERA*, DESY 95-024 (1995), Z. Phys. **C66** (1995) 529
- [81] M. Klein, *On the  $Q^2$ ,  $x$  Range at HERA*, in [12], 71
- [82] S. Bentvelsen, J. Engelen, P. Kooijman, *Reconstruction of  $(x, Q^2)$  and extraction of structure functions in neutral current scattering*, in [12], 23
- [83] F. Jacquet and A. Blondel, *Detectors for charged current events in An ep facility for Europe*, ed. U. Amaldi (1979) 393
- [84] J. Blümlein, M. Klein, in *Proceedings Snowmass Workshop The physics of the next decade, August 1990*, PHE 90-17 (1990)
- [85] U. Bassler and G. Bernardi, DESY 94-231 (1994), Nucl. Instrum. Methods **A361** (1995) 197
- [86] H. Plothow-Besch, *PDFLIB: a library of all available parton density functions of the nucleon, the pion and the photon and the corresponding alpha(s) calculations*, Comp. Phys. Comm. **75** (1993) 396
- [87] G. Ingelman, *LEPTO6.1 - The Lund Monte Carlo for deep inelastic lepton-nucleon scattering*, in [12], vol.3 , 1366
- [88] A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, Computer Phys. Comm. **69** (1992) 155;  
A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, *HERACLES. An Event Generator for ep Interactions at HERA Including Radiative Processes*, in [12], vol.3 , 1294
- [89] L. Lönnblad, *ARIADNE version 4*, in [12], vol.3 , 1440
- [90] T. Sjöstrand, *PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual*, CERN-TH.7112/93 (1993);  
T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. **39** (1986) 347;  
T. Sjöstrand and M. Bengtsson, Comp. Phys. Comm. **43** (1987) 367
- [91] B. R. Webber, *HERWIG 5.4; HERWIG at HERA*, in [12], vol.3 , 1354
- [92] G. A. Schuler and H. Spiesberger, *DJANGO 1.0 - The interface for the event generators HERACLES and LEPTO*, in [12], vol.3 , 1419

- [93] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts: MRS( $D^0$ ,  $D^-$ ): Phys. Lett. **B306** (1993) 145; MRSH: Rutherford Appleton Lab. RAL-93/077, Univ. Durham DTP/93/86 (1993); MRSA: Phys. Rev. **D50** (1994) 6734
- [94] R. Brun et al., *GEANT3 User's Guide*, CERN-DD/EE 84-1, Geneva (1987)
- [95] F. Charles et al., *Deep Inelastic low and medium  $Q^2$  for 1993 data*, H1-Note 05/94-357 (1994)
- [96] J. F. Laporte, Berichte an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1993; U. Bassler et al., *Run selection for the H1 1993  $F_2$  analysis*, H1-Note 02/95-428 (1995)
- [97] G. Rädcl, A. DeRoeck, M. Klein, U. Stößlein,  *$F_2(x, Q^2)$  at low  $x_{Bj}$ , low  $Q^2$  from vertex-shifted data*, H1-06/94-363 (1994)
- [98] R. Beyer, P. Biddulph, U. Straumann, H1-07/94-370 (1994)
- [99] ELAN/Analysis I, U. Bassler et al., *A Global DIS Event Selection for the 1993 Structure Function Measurement*, H1-Note 02/95-429 (1995)
- [100] J. Heatherington et al. *A log likelihood method of combining individual ToF counter FTDC data for trigger independent background rejection*, H1-Note 03/94-349 (1994)
- [101] H1 Collaboration, S. Aid, *Measurement of the Total Photon Proton Cross Section and its Decomposition at 200 GeV Centre of Mass Energy*, DESY 95-162 (1995), Z. Phys. **C69** (1995) 27
- [102] H1 Collaboration, T. Ahmed et al, *Observation of Deep Inelastic Scattering at Low- $x$* , Phys. Lett. **B299** (1993) 385
- [103] N. H. Brook, A. DeRoeck and A. T. Doyle, *RAYPHOTON 2.0*, in [12], vol.3 , 1453
- [104] F. Charles, S. Reinshagen and P. Van Esch, *Photoproduction as background in deep inelastic scattering*, H1-Note 09/94-380 (1994)
- [105] H1 BEMC Group, C. Brune et al., *BEMC Calibration 1993*, H1-Note 04/94-352 (1994)
- [106] S. Reinshagen, Berichte an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994; *Messung der Strukturfunktion  $F_2$  bei kleinen Impulsüberträgen am H1-Experiment bei HERA*, Dissertation, Universität Hamburg (1995)
- [107] M. Goldberg, Bericht an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [108] T. Naumann, Bericht an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [109] K. Müller, *Measurement of the proton structure function  $F_2$  at low Bjorken  $x$  at the H1 experiment*, Dissertation, Universität Zürich (1994)
- [110] U. Bassler and G. Bernardi, *H1KINE : Reconstruction of kinematic variables inside H1REC: User's Guide*, H1-Software Note 51-06/95 (1995)
- [111] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., Nucl. Phys. **B429** (1994) 477
- [112] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Phys. Lett. **B315** (1993) 481; **B332** (1994) 228; **B338** (1994) 483
- [113] H1 FPS Group, *Proposal for a Forward Proton Spectrometer for H1* , H1-Note 10/94-381 (1994)
- [114] H. Jung, *The Monte Carlo Generator RAPGAP*, DESY 93-182 (1993), submitted to Comp. Phys. Comm.

- [115] T. Kurča, Bericht an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [116] J. F. Laporte, E. Evrard, Berichte an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [117] U. Bassler, Berichte an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [118] U. Stößlein, Berichte an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [119] A. Panitch, *Vertex reconstruction and BPC efficiency determinations for the 1993 structure function analysis*, H1-Note 08/94-373 (1994)
- [120] A. DeRoeck, Bericht an die ELAN-Arbeitsgruppe des H1-Experiments 1994
- [121] N. Wulff, *Tiefinelastische Elektron-Proton-Streuung bei kleinen  $x$ -Bjorken*, Dissertation, Universität Hamburg (1994)
- [122] A. Akhundov, persönliche Mitteilung 1994
- [123] U. Obrock, *Experimentelle Untersuchungen der Strahlungskorrekturen in der tief-inelastischen Elektron-Proton-Streuung bei HERA Energien*, Dissertation, Universität Dortmund (1994)
- [124] A. Arbuzov, D. Bardin, J. Blümlein, L. Kalinovskaya, T. Riemann, *HECTOR v.1.00 A program for calculation of QED, QCD and electroweak corrections to  $ep$  and  $l^\pm N$  deep inelastic neutral and charged scattering*, DESY 95-185, hep-ph/9511434 (1995)
- [125] J. P. Phillips, Dissertation, University of Manchester (1995), in litt.
- [126] H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *First Measurement of the Deep-Inelastic Structure of the Proton Diffraction*, Phys. Lett. **B348** (1995) 681; Nucl. Phys. **B 439** (1995) 471
- [127] G. Altarelli and G. Martinelli, *Transverse Momentum of Jets in Electroproduction from Quantum Chromodynamics*, Phys. Lett. **76B** (1978) 89
- [128] J. L. Miramontes, M. A. Miramontes, and J. Sánchez Guillén, *Evidence for higher twist from  $R = \sigma_L/\sigma_T$  data in deep-inelastic electron scattering*, Phys. Rev. **D40** (1989) 2184
- [129] M. Klein, *On the First Measurement of  $F_L$  at HERA*, H1-Note 08/94-374 (1994)
- [130] M. W. Krasny, W. Placzek, H. Spiesberger, *Determination of the Longitudinal Structure Function at HERA from Radiative Events*, in [12], vol.1 , 171
- [131] A. M. Cooper-Sarkar, G. Ingelman, K. R. Long, R. G. Roberts, D. H. Saxon, *Measurement of the longitudinal structure function and the small  $x$  gluon density of the proton*, Z. Phys. **C39** (1988) 281;  
A. M. Cooper-Sarkar, R. C. E. Devenish, M. Lancaster, *Measurement of  $F_L(x, Q^2)$  at low- $x$  and extraction of the gluon distribution*, in [12], vol.1 , 155
- [132] CERN Program Library Long Writeup D506, CERN, Geneva 1993
- [133] H1 Collaboration, S. Aid, *Transverse Energy and Forward Jet Production in the Low  $x$  Regime at HERA*, DESY 95-108 (1995)
- [134] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., Phys. Lett. **B316** (1993) 412
- [135] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Measurement of the Proton Structure Function  $F_2$  from the 1993 HERA Data*, Z. Phys. **C65** (1995) 379
- [136] BCDMS Collaboration, A.C. Benvenuti et al., *A High Statistic Measurement of the Proton Structure Functions  $F_2(x, Q^2)$  and  $R$  from Deep Inelastic Muon Scattering at High  $Q^2$* , Phys. Lett. **B223** (1989) 485

- [137] New Muon Collaboration, P. Amaudruz et al., *Proton and deuteron  $F_2$  structure functions in deep inelastic muon scattering*, Phys. Lett. **B295** (1992) 159
- [138] M. Glück, E. Reya and A. Vogt, Z. Phys. **C53** (1992) 127; Phys. Lett. **B306** (1993) 391; *Dynamical Parton Distributions of the Proton and Small- $x$  Physics*, DESY 94-206, DO-TH 94/24 (1994)
- [139] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Extraction of the gluon density of the proton at  $x$* , Phys. Lett. **B345** (1995) 576
- [140] New Muon Collaboration, M. Arneodo et al., *Quark and gluon distributions and  $\alpha_s$  from nucleon structure functions at low  $x$* , Phys. Lett. **B309** (1993) 222
- [141] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173
- [142] New Muon Collaboration, M. Arneodo et al., *Measurement of the proton and the deuteron structure functions,  $F_2^p$  and  $F_2^d$* , CERN-PPE/95-138 (1995), Phys. Lett. **B364** (1995) 107
- [143] H1 Collaboration, S. Aid et al., *Measurement of the Proton Structure Function  $F_2(x, Q^2)$  at HERA*, EPS-0470 (1995), H1 results presented at *International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, Belgium, July 1995*
- [144] K. Prytz, *Approximate determination of the gluon density at low  $x$  from the  $F_2$  scaling violations*, Phys. Lett. **B311** (1993) 286; *An Next-to-Leading Order Relation between the Low  $x$  from the  $F_2$  scaling violations and the Gluon Density*, **B332** (1994) 393
- [145] R.K. Ellis, Z. Kunszt and E.M. Levin, *The evolution of parton distributions at small  $x$* , Nucl. Phys. **B420** (1994) 517
- [146] BCDMS Collaboration, A.C. Benvenuti et al., *Test of QCD and a Measurement of  $\Lambda$  from Scaling Violations in the Proton Structure Function  $F_2(x, Q^2)$  at High  $Q^2$* , Phys. Lett. **B223** (1989) 490
- [147] H1 Collaboration, S. Aid et al., *A direct determination of the gluon density in the proton at low  $x$* , Nucl. Phys. **B449** (1995) 3
- [148] Elektronanalyse  $Q^2 \geq 80 \text{ GeV}^2$ : persönliche Mitteilungen von C. Leverenz und H.-P. Wellisch;  $\Sigma$ -Analyse: persönliche Mitteilung von U. Bassler;  
Für die Daten mit verschobenen Vertex wurden die Werte aus [97] entnommen;  
Für die Analyse der Satellit-Bunch-Ereignisse wurde zurückgegriffen auf: P. Marage, A. Panitch, F. Zomer,  *$F_2$  measurement at  $x$ -values around  $10^{-4}$ , using the satellite bunch*, H1—Note 07/94-369 (1994)