

Untersuchung von Jetverteilungen mit  
einem Kegelalgorithmus bei hohen  $Q^2$

DIPLOMARBEIT

am Fachbereich Physik  
der Universität Hamburg

Vorgelegt von  
**Markos Maniatis**

Hamburg  
1998



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Das H1-Experiment</b>	<b>3</b>
1.1 Der Speicherring HERA . . . . .	3
1.2 Der H1-Detektor . . . . .	3
1.3 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter . . . . .	6
1.4 Das Triggersystem . . . . .	7
<b>2 Theoretische Grundlagen der tiefunelastischen Streuung</b>	<b>9</b>
2.1 Das Parton-Modell der tiefunelastischen Streuung . . . . .	10
2.2 QCD und die tiefunelastische Streuung . . . . .	13
<b>3 Das NLO-Programm DISENT</b>	<b>19</b>
3.1 Die Subtraktionsmethode . . . . .	20
3.2 Die Dipolfaktorisierung . . . . .	21
<b>4 Monte-Carlo-Generatoren</b>	<b>23</b>
4.1 LEPTO . . . . .	23
4.2 ARIADNE . . . . .	25
4.3 Das Lund-String-Hadronisationsmodell . . . . .	27
<b>5 Jets und Jetalgorithmen</b>	<b>29</b>
5.1 Der Kegeralgorithmus . . . . .	32

<b>6</b>	<b>Vergleich der Daten mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Generatoren</b>	<b>35</b>
6.1	Wahl des Bezugssystems . . . . .	35
6.2	Definition der Jetvariablen . . . . .	36
6.3	Selektion der Daten . . . . .	38
6.4	Histogramme der Jetvariablen im Vergleich der Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren . . . . .	41
6.5	Auswirkung der Schnitte auf den Vergleich der Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren . . . . .	44
<b>7</b>	<b>Korrekturmethode</b>	<b>47</b>
7.1	Korrekturfaktormethode . . . . .	48
7.2	Matrixmethode . . . . .	49
7.3	Matrixmethode mit Vor- und Nachkorrektur . . . . .	50
<b>8</b>	<b>Korrektur der Daten auf Detektoreffekte</b>	<b>55</b>
8.1	Auswirkung der Schnitte auf den Vergleich der korrigierten Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren . . . . .	55
8.2	Betrachtung der Korrelationen . . . . .	58
8.3	Histogramme der Jetverteilungen im Vergleich der korrigierten Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren . . . . .	59
<b>9</b>	<b>Vergleich der korrigierten Daten mit NLO-Vorhersagen</b>	<b>63</b>
9.1	Korrelationen . . . . .	63
9.2	Histogramme der Jetverteilungen im Vergleich der korrigierten Daten mit den NLO-Vorhersagen . . . . .	64
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>69</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>71</b>

# Einleitung

Um die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD), experimentell zu überprüfen, sind tiefunelastische Streuereignisse von großer Bedeutung. Die Detektoren H1 und ZEUS der Speicherringanlage HERA am DESY erlauben einen experimentellen Zugang zu tiefunelastischen Streuereignissen in Elektron-Proton-Kollisionen bei einer Schwerpunktenenergie von 300 GeV. Dies bedeutet eine Erweiterung des bisher zugänglichen Bereichs in  $Q^2$  und  $x_{Bj}$  um mehrere Größenordnungen. Dieser Arbeit liegen die in den Jahren 1995 und 1996 im H1-Detektor aufgenommenen Daten entsprechend einer integrierten Luminosität von  $16 \text{ pb}^{-1}$  zugrunde.

Bei HERA sind erstmalig klare Jetstrukturen in der Elektron-Proton-Streuung zu erkennen. Hier werden die Jetverteilungen bei hohen  $Q^2$  untersucht und mit den Vorhersagen von QCD-Monte-Carlo-Generatoren verglichen. Als Jetalgorithmus wird dabei ein Kegalgorithmus verwendet. Diese systematische Untersuchung erlaubt es, die Beschreibung des hadronischen Endzustandes durch die Generatoren experimentell zu prüfen. Die Betrachtung zweier verschiedener Generatoren, ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5, ermöglicht es, Modellabhängigkeiten in der Beschreibung der Jetverteilungen festzustellen.

Über die Monte-Carlo-Generatoren ist es möglich, Hadronisations- und Detektoreffekte in den Jetverteilungen zu untersuchen und entsprechend die gemessenen Verteilungen auf diese Effekte zu korrigieren. Die auf Detektoreffekte korrigierten Verteilungen werden mit den Vorhersagen der Generatoren verglichen. Dies ist u.a. eine Voraussetzung für die systematische Anpassung von Modellparametern an die Daten. Eine Korrektur sowohl der Detektor- als auch der Hadronisationseffekte erlaubt es, die Jetverteilungen mit den Vorhersagen der Störungsrechnung der QCD zu vergleichen. Das Modell DISENT berechnet die Streureaktion bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  und wird den korrigierten Daten gegenübergestellt. Dies bedeutet eine experimentelle Überprüfung der störungstheoretischen QCD.



# Kapitel 1

## Das H1-Experiment

### 1.1 Der Speicherring HERA

An der am DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron) gelegenen Hadron-Elektron-Ring - Anlage HERA werden Protonen und Elektronen<sup>1</sup> auf Energien von 820 GeV bzw. 27,5 GeV beschleunigt. Die Protonen und Elektronen zirkulieren gegenläufig in getrennten Speicherringen in einem 6,3 km langen Tunnel. In jeden Speicherring lassen sich simultan 220 Teilchenpakete (engl. *Bunches*) füllen, die in einem zeitlichen Abstand von 96 ns im Strahlrohr angeordnet sind. Vier Experimentierhallen sind an diesem Speicherring aufgebaut. Bei H1 und ZEUS werden die hochenergetischen Teilchen zur Kollision gebracht und bei HERMES und HERA-B kollidieren die Elektronen bzw. Protonen mit einem stationären Target. Die Anordnung dieser Experimente am Speicherring ist in Abbildung 1.1 skizziert. In dieser Arbeit werden Daten analysiert, die in den Jahren 1995 und 1996 im H1-Detektor gewonnen wurden. Im Schwerpunktsystem von Elektron und Proton kollidieren diese mit einer Energie von  $\sqrt{s} = 300$  GeV. Der maximal mögliche Viererimpulsübertrag des Elektrons beträgt etwa  $Q^2 = 9 \times 10^4 \text{ GeV}^2$ .

### 1.2 Der H1-Detektor

Die Abbildung 1.2 zeigt den größten Teil der Detektorkomponenten von H1. Konventionellerweise wird im Detektor ein Koordinatensystem betrachtet, in dem der Protonstrahl die positive z-Achse definiert. Die Koordinatenachsen sind in der Abbildung eingezeichnet. Der Ursprung des Koordinatensystems ist im nominellen Wechselwirkungspunkt in der Mitte des Detektors zu verstehen. Der Schwerpunkt

---

<sup>1</sup>Seit Mitte '94 werden Positronen anstelle von Elektronen verwendet, um die Lebensdauer des Strahles zu erhöhen. Hier wird im Sinne des Stückelberg-Feynman-Bildes der Teilchen und Antiteilchen immer von Elektronen gesprochen.

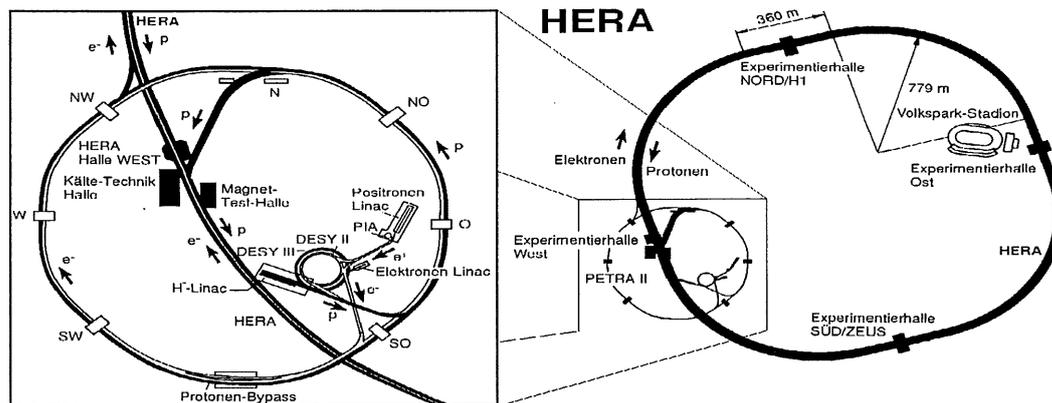


Abbildung 1.1: Die Speicherringanlage HERA mit den verschiedenen Experimenten und eine Vergrößerung der Vorbeschleunigeranlage am DESY.

von Proton und Elektron bewegt sich in Richtung der positiven z-Achse, weswegen diese auch als Vorwärtsrichtung bezeichnet wird<sup>2</sup>.

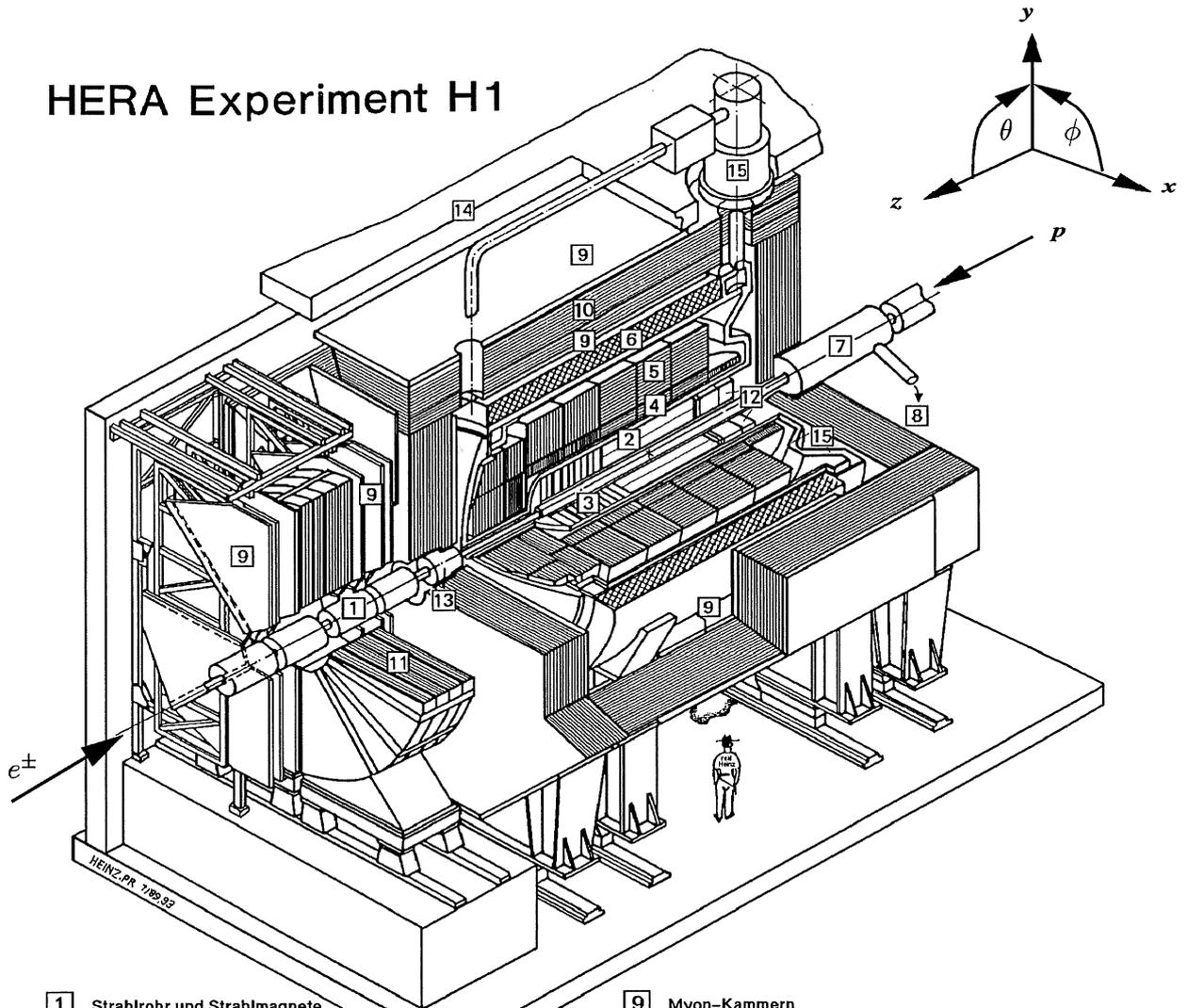
Im Gegensatz zu anderen Experimenten mit gleichen Strahlenergien, wie etwa in der  $e^+e^-$  - Streuung, erfordert die Elektron-Proton-Streuung einen asymmetrischen Detektoraufbau. Im folgenden wird ein kurzer Überblick über die Komponenten des H1-Detektors gegeben; eine detaillierte Beschreibung findet sich in [1] und [2].

Um den nominellen Wechselwirkungspunkt befindet sich das Spurkammersystem (2), (3) bestehend aus Drift- und Proportionalkammern. Mit Hilfe dieses Spurkammersystems kann die Bahn der gestreuten Teilchen bestimmt werden. In Zentral- und Vorwärtsrichtung ist dieses vom Flüssig-Argon-Kalorimeter (*Liquid Argon Calorimeter, LArC*) umgeben. Die Komponenten der Innenseite des LArC (4) dienen dem Nachweis elektromagnetischer und die Komponenten der Außenseite (5) dem Nachweis hadronischer Schauer. Eine supraleitende Spule (6) von 6 m Durchmesser und 5,75 m Länge erzeugt in den eingeschlossenen Detektorkomponenten ein homogenes Magnetfeld von 1,15 T entlang der Proton-Elektron Achse. Dadurch können über gekrümmte Bahnen geladener Teilchen deren Transversalimpulse bestimmt werden. Das feldrückführende Eisenjoch (10) ist mit Streamer-Röhren versehen (daraus folgt die Bezeichnung "instrumentiertes Eisen"), die dem Nachweis von Myonen und dem Vermessen der im hadronischen Teil des LArC unvollständig absorbierten Energie dienen.

Das LArC wird im Rückwärtsrichtung durch das SPACAL (12) (*SPAGHETTI CALORIMETER*) und in extremer Vorwärtsrichtung durch das PLUG Kalorimeter (13) ergänzt. Insgesamt können so Energiedepositionen in einem Polarwinkelbe-

<sup>2</sup>Labor- und Schwerpunktsystem hängen über einen Boost von  $\gamma_{CM} = 2,86$  entlang der Protonrichtung zusammen.

# HERA Experiment H1



- |   |   |    |  |
|---|---|----|--|
| 1 | Strahlrohr und Strahlmagnete                      | 9  | Myon-Kammern                             |
| 2 | Zentrale Spurkammern                              | 10 | Instrumentiertes Eisen (Streamer-Röhren) |
| 3 | Vorwärtsspurkammern und Übergangsstrahlungsmodule | 11 | Myon-Toroid-Magnet                       |
| 4 | Elektromagnetisches Kalorimeter (Blei)            | 12 | warmes elektromagnetisches Kalorimeter   |
| 5 | Hadronisches Kalorimeter (Edelstahl)              | 13 | Vorwärts-Kalorimeter                     |
| 6 | Supraleitende Spule (1.2T)                        | 14 | Betonabschirmung                         |
| 7 | Kompensationsmagnet                               | 15 | Flüssig-Argon-Kryostat                   |
| 8 | Helium-Kälteanlage                                |    |  |
- } Flüssig-Argon

Abbildung 1.2: Ansicht des H1-Detektors bei HERA mit einem großen Teil der Detektorkomponenten. Das Labor-Koordinatensystem ist eingezeichnet, wobei der Ursprung im Zentrum des Detektors liegt.

reich von  $0,6^\circ < \theta < 177,5^\circ$  gemessen werden, wobei das LArC einen Bereich von  $4^\circ < \theta < 155^\circ$  abdeckt.

In der Abbildung nicht eingezeichnet sind ein Elektronendetektor (Elektronntagger) bei  $z = -33$  m und ein Photondetektor (Photontagger) bei  $z = -103$  m. Der Elektronntagger weist Elektronen unter sehr kleinen Streuwinkeln nach. Aus Bremsstrahlungsprozessen  $ep \rightarrow ep\gamma$  lassen sich hier die Elektronen in Koinkidenz mit den Photonen im Photontagger nachweisen. Aus dem theoretisch sehr genau berechenbaren Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses läßt sich die Luminosität des Detektors bestimmen. Im extremen Vorwärtsbereich bei  $z = 63$  m,  $z = 81$  m und  $z = 90$  m sind Protonspektrometer (**F**orward **P**roton **S**pectrometer, FPS) angebracht, die elastisch gestreute Protonen bei sehr kleinen Impulsüberträgen  $Q^2$  nachweisen.

In der folgenden Analyse werden Ereignisse berücksichtigt, die ausschließlich im LArC detektiert wurden. Darum wird dieses Kalorimeter näher erläutert.

### 1.3 Das Flüssig-Argon-Kalorimeter

In Abbildung 1.3 ist die Anordnung der 8 Räder des LArC zu erkennen. Das LArC wird als Sampling-Kalorimeter bezeichnet, da es aus abwechselnd angeordneten Schichten passiven Absorbermaterials und dem eigentlichen Nachweis dienenden, mit flüssigem Argon gefüllten, Lücken besteht. Die Absorberplatten bestehen im inneren elektromagnetischen Teil aus 2,4 mm starken Bleiplatten und im äußeren hadronischen Teil aus 1,9 mm starken Stahlplatten.

Über die mit flüssigem Argon (Siedepunkt  $87,5K$ ) gefüllten Lücken wird eine Spannung von 1,5 kV angelegt. Nach dem Prinzip einer Ionisationskammer wird in mehreren zu Zellen zusammengefaßten Kammern die durch Schauer gebildete Ladungsmenge ausgelesen. Insgesamt 44352 Zellen können getrennt ausgelesen werden. Das Kalorimeter ist nicht kompensierend, d.h. die Signalantworten von Elektronen und Hadronen gleicher Energie sind verschieden. Dies muß in der Energieerkennung berücksichtigt werden. Zur Rekonstruktion der Energiedeposition eines Teilchens werden benachbarte signalgebende Zellen nach einem festgelegten Schema zu *Clustern* zusammengefaßt. Ein Cluster wird als elektromagnetisch identifiziert, wenn seine Energie mindestens 1 GeV beträgt und mehr als 80% im elektromagnetischen Teil auftreten. Cluster, deren Energie oberhalb 1 GeV liegen und nicht die elektromagnetischen Forderungen erfüllen, werden als hadronisch identifiziert. Ebenfalls werden hadronische Cluster durch eine Energie von weniger als 1 GeV und einem Clusterschwerpunkt von mindestens  $1/3$  nuklearen Strahlungslängen innerhalb des hadronischen Teils ausgezeichnet.

Die im nominellen Wechselwirkungspunkt gestreuten Elektronen durchqueren den elektromagnetischen Teil des Kalorimeters je nach Polarwinkel mit  $X_0 = 20$  bis 30 Strahlungslängen bei einer Energieauflösung von  $\sigma(E_e)/E_e = 12\%/\sqrt{E_e} \oplus 1\%$ . Der hadronische Teil umfaßt  $\lambda = 4,5$  bis 7 nukleare Strahlungslängen und bietet eine

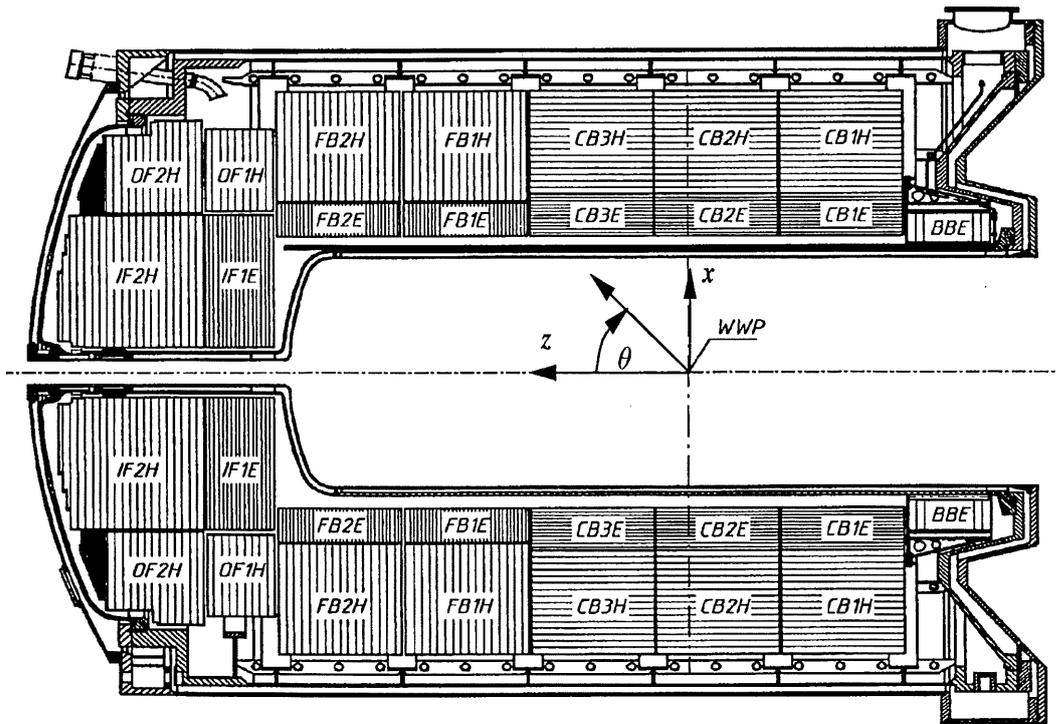


Abbildung 1.3: Längsschnitt des Flüssig-Argon-Kalorimeters ( $xz$ -Ebene). Die Bezeichnungen an den jeweiligen Komponenten der acht Räder haben folgende Bedeutung: **B** = barrel (engl. für „Faß“), **C** = central, **F** = forward, **I** = inner, **O** = outer. **E** bezeichnet eine elektromagnetische, **H** eine hadronische Komponente.

Energieauflösung von  $\sigma(E_h)/E_h = 50\%/\sqrt{E_h} \oplus 2\%$ . Die absolute Energieskala hadronischer (elektromagnetischer) Energiedepositionen ist besser als 4% (3%). Es lassen sich Energie-Impuls-Vierervektoren bilden, die vom nominellen Wechselwirkungspunkt des Detektors in die Clusterschwerpunkte des LArC zeigen. Ausschließlich diese als masselos angenommenen Vierervektoren gehen in die weitere Analyse ein.

## 1.4 Das Triggersystem

Die interessanten Elektron-Proton-Ereignisse werden überdeckt von Untergrundereignissen aus Kollisionen mit Restgasmolekülen im Strahlrohr, den Wänden des Strahlrohrs und Synchrotronstrahlungen. Die Durchquerungen von Proton- und Elektronbunches erfolgen entsprechend ihres zeitlichen Abstandes mit etwa 10 MHz unter optimalen Bedingungen des Speicherrings. Der Untergrund hat dabei eine Rate von etwa 10 kHz und interessierende  $ep$ -Streuungen erfolgen mit etwa 20 - 30 Hz. Die Selektion dieser Ereignisse trifft das *Triggersystem*.

Die vorläufige Entscheidung über die Aufnahme der Signale eines Ereignisses erfolgt mit einer Verzögerung von im Mittel  $2,4 \mu\text{s}$  für jede Bunchdurchquerung. Dabei wer-

den vorerst alle Daten gespeichert. Erst bei einer positiven Entscheidung entsteht eine Totzeit des Detektors von etwa 1 ms. In dieser Zeitspanne entscheiden weitere Triggermechanismen über die endgültige Aufnahme des Ereignisses auf Magnetband. Kriterien für die Aufnahme eines Ereignisses sind der rekonstruierte Kollisionspunkt, insbesondere dessen z-Komponente, die Ausprägung elektromagnetischer und hadronischer Schauer und Nachweise im Flugzeit-System, die bei zu früher Auslösung auf eine Kollision außerhalb des Zentrums des Detektors hinweisen.

## Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen der tiefunelastischen Streuung

In diesem Kapitel soll die theoretische Beschreibung der tiefunelastischen Streuung (*Deep Inelastic Scattering, DIS*) von Elektronen an Protonen skizziert werden. Da an das Elektron nur die Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung koppeln, läßt sich der allgemeine Feynman-Graph der Streureaktion  $e^+ + p \rightarrow e^+(\bar{\nu}_e) + X$  nach Abbildung 2.1 darstellen. Die im folgenden verwendeten Bezeichnungen und kinematischen Variablen sind der Tabelle 2.1 zu entnehmen.

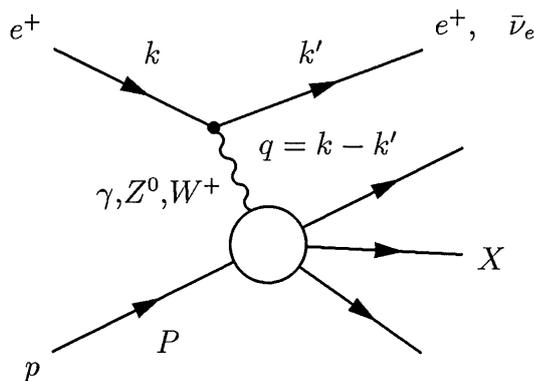


Abbildung 2.1: Feynmangraph der unelastische Elektron-Proton-Streuung

Der Austausch der Bosonen  $W^+$  und  $Z^0$  ist im hier untersuchten energetischen Bereich stark unterdrückt und wird deshalb nicht berücksichtigt.

Wenn der hadronische Endzustand  $X$  als Ganzes betrachtet wird, genügen zur vollständigen Beschreibung der Kinematik der Streuung zwei unabhängige Größen, etwa Polarwinkel  $\theta$  und Energie  $E$  des gestreuten Leptons oder  $Q^2$  und  $x$ . Eine einfache Beschreibung der tiefunelastischen Streuung liefert die Quantenelektro-

Bezeichnung der Variablen	Variable
Viererimpuls des ein-, auslaufenden Leptons	$k, k'$
Viererimpuls, Masse des Protons	$P, M$
Gesamtenergie im Schwerpunktsystem	$\sqrt{s}$
Energie des einlaufenden Leptons im Laborsystem	$E = \frac{Pk}{M}$
Energie des auslaufenden Leptons im Laborsystem	$E' = \frac{Pk'}{M}$
Streuwinkel des Leptons im Laborsystem	$\theta$
Viererimpulsübertrag	$q = k - k'$
Quadrat des Viererimpulsübertrags	$Q^2 = -q^2 \approx 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$
Invariantes Massenquadrat der Hadronen im Endzustand	$W^2 = (P + q)^2$
Invariante Björkeren Skalenvariable	$x = \frac{Q^2}{2 \cdot P \cdot q}$
Invariante Inelastizität (entspricht im Ruhesystem des Protons dem relativen Energieübertrag des Elektrons auf das Proton.)	$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k}$

Tabelle 2.1: Kinematische Variablen der Elektron-Proton-Streuung.

dynamik (QED) in führender Ordnung in der Entwicklung nach Potenzen der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$ . In diesem Bild koppelt das virtuelle Photon  $\gamma$  an die Ladungsverteilung innerhalb des Protons  $p$ . Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion lautet<sup>1</sup>:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha}{xQ^4} [y^2 x F_1(Q^2, x) + (1 - y) F_2(Q^2, x)]. \quad (2.1)$$

$F_1(Q^2, x)$  und  $F_2(Q^2, x)$  sind die Strukturfunktionen des Protons. Eine Herleitung dieser Gleichung aus dem Matrixelement der Reaktion findet sich in [3].

Im *Parton-Modell* wird die Gleichung 2.1 unabhängig von Strukturfunktionen aus den Eigenschaften von postulierten Konstituenten im Nukleon, den sogenannten Partonen, hergeleitet. Über eine Messung der Strukturfunktionen lassen sich so diese Eigenschaften verifizieren.

## 2.1 Das Parton-Modell der tiefinelastischen Streuung

Das Parton-Modell geht zurück auf [4] [5] [6] [7]. Folgenden Annahmen über die Struktur von Hadronen werden getroffen:

- Ein hinreichend schnelles Hadron sieht wie ein Bündel von Partonen aus, die sich alle mehr oder weniger in dieselbe Richtung bewegen wie das Hadron.

<sup>1</sup>Massen von Lepton und Nukleon werden vernachlässigt

Dabei teilen sich die Partonen den Dreierimpuls des Hadrons

- Harte Reaktionen, also Reaktionen mit hohem Impulsübertrag, können inkohärent über die Beiträge aller Reaktionen mit den einzelnen Partonen summiert werden.

Diese Annahmen des Parton-Modells werden auf die Elektron-Nukleon-Streuung angewendet. Es soll dabei vorausgesetzt werden, daß die Partonen des Nukleons Fermionen sind. Um der ersten Annahme des Parton-Modells gerecht zu werden, wird die Streureaktion in einem Bezugssystem betrachtet, in dem der Impuls des Nukleons sehr groß ist. Bei HERA handelt es sich dabei um das Laborsystem<sup>2</sup>. Die zweite Annahme des Parton-Modells erlaubt es, die unelastische Streuung am Nukleon als elastische Streuung an den einzelnen Partonen zu berechnen und deren Beiträge zu summieren.

Für die elastische Streuung eines Elektrons an *einem* Fermion der Ladung  $Q_q \cdot e$  und Masse  $m_q$  lautet der invariante Wirkungsquerschnitt [8]:

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \cdot s \cdot \left(1 - y + \frac{1}{2}y^2\right) Q_q^2 \quad (2.2)$$

Der Index q steht für die Quarks, mit denen die Fermionen später identifiziert werden. Die Parton-Masse kann gegenüber der Energie im Schwerpunktsystem von Lepton und Parton  $\sqrt{s_q}$  vernachlässigt werden. Um die Beiträge aller Partonen zu berücksichtigen, wird die Partondichtefunktion  $f_j(x)$  eingeführt.  $f_j(x) dx$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, ein Parton vom Typ j mit relativem Impulsanteil im Intervall dx anzutreffen. Die Summe über die Beiträge aller Partonen beträgt somit:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha_{em}}{xQ^4} \cdot s \cdot x \cdot \left(1 - y + \frac{1}{2}y^2\right) \sum_j Q_j^2 f_j(x) \quad (2.3)$$

Nun lassen sich die Gleichungen 2.1 und 2.3 vergleichen. Zum einen zeigt sich, daß die Strukturfunktionen des Protons im Parton-Modell nur von  $x$  und nicht mehr von  $Q^2$  abhängen. Da  $x$  dimensionslos ist, wird dieses von Bjorken vorhergesagte Verhalten Bjorken-Skalenverhalten genannt. Das Skalenverhalten ist experimentell gut bestätigt [9].<sup>3</sup> Zum anderen zeigen sich folgende Zusammenhänge zwischen den Strukturfunktionen und den Parton-Dichten:

$$F_2(x) = x \sum_j Q_j^2 f_j(x) \quad (2.4)$$

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \quad (2.5)$$

<sup>2</sup>Das erst in Abschnitt 6.1 eingeführte Breit-System ist ebenfalls geeignet.

<sup>3</sup>Für große Werte von  $Q^2$  zeigt sich allerdings eine Abweichung, die aber im Rahmen der Quantenchromodynamik zu verstehen ist.

Die zweite Gleichung wird Callan-Gross-Relation genannt. Die Messung der Strukturfunktionen bestätigt diese Relation. Damit wird der Fermionen Charakter der Partonen bestätigt. Eine Identifikation der Partonen mit den Quarks liegt deshalb nahe. Im *Quark-Parton-Modell (QPM)* wird diese Identifikation vollzogen, um die daraus resultierenden Vorhersagen wieder den Strukturfunktionen gegenüberstellen zu können. Die Abbildung 2.2 zeigt die Streuung im QPM an einem Quark im Proton. Im Quark-Parton-Modell wird die Partondichte auf die einzelnen Quarks

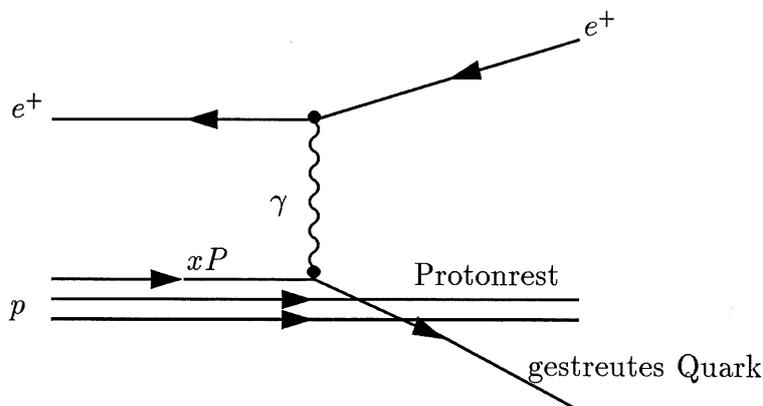


Abbildung 2.2: Tiefunelastische Streuung beschrieben als elastische Streuung an einem Parton. In diesem Feynmangraphen sind nur die statischen Valenz-Quarks eingezeichnet. Im Quark-Parton-Modell sind als weitere Partonen die virtuell gebildeten See-Quarks mit einzubeziehen.

aufgeteilt. Dabei ist es erforderlich, neben den statischen *Valenz-Quarks* im Proton auch virtuelle *See-Quarks* zu berücksichtigen, die als Quark-Antiquark Paare auftreten.  $u(x) dx$  bezeichnet etwa die Wahrscheinlichkeit, ein  $u$ -Quark im Nukleon mit relativem Impuls im Intervall  $dx$  anzutreffen. Wenn nur die leichten  $u$ - und  $d$ -Quarks und ihre Antiquarks berücksichtigt werden, läßt sich Gleichung 2.4 für die Elektron-Proton und die Elektron-Neutron Streuung schreiben als:

$$F_2^{ep}(x) = x \left[ \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) \right] \quad (2.6)$$

$$F_2^{en}(x) = x \left[ \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) \right] \quad (2.7)$$

Andererseits sollte die Impulssumme im Nukleon

$$\int_0^1 dx x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] \quad (2.8)$$

dicht bei 1 liegen, wenn die beiden Quarks und ihre Antiquarks tatsächlich den größten Teil des Impulses tragen.

Aus den Gleichungen 2.6 und 2.7 folgt

$$F_2^{eN} = \frac{1}{2}(F_2^{ep} + F_2^{en}) = \frac{5}{18} x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] \quad (2.9)$$

und die Impulssumme 2.8 läßt sich über Gleichung 2.9 durch die Strukturfunktion  $F_2^{eN}$  ausdrücken:

$$\frac{18}{5} \int_0^1 F_2^{eN}(x) dx \quad (2.10)$$

Aus der Messung der Strukturfunktionen am *Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)* wurde der Wert des Integrals zu  $0,50 \pm 0,05$  bestimmt [10]. Nach diesem überraschenden Ergebnis wird etwa die Hälfte des Impulses von weiteren Konstituenten im Nukleon getragen. Die **Quantenchromodynamik (QCD)** beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Quarks durch Gluonen, den Eichbosonen der starken Kraft. Die Gluonen können so den offen bleibenden Impuls des Nukleons tragen, koppeln aber wegen der fehlenden elektrischen Ladung nicht direkt an das Photon.

## 2.2 QCD und die tiefunelastische Streuung

Die Beschreibung der tiefunelastischen Lepton-Nukleon-Streuung durch die QED soll nun um QCD-Prozesse ergänzt werden. Dies ist erforderlich, wie sich bereits an der nicht ausgeglichenen Impulsbilanz der Konstituenten des Nukleons im QPM (siehe Abschnitt 2.1) aufzeigen ließ.

Die QCD ist nach dem Vorbild der QED als eine Eichtheorie aufgebaut. Dabei bezieht sich die Eichinvarianz auf die Farbladung, die als weiterer Freiheitsgrad aller Partonen auftritt. Experimentell zeigt etwa das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für die Produktion von Quark-Antiquark-Paaren bzw. Myonpaaren in der  $e^+e^-$ -Vernichtung

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_C \sum Q_q^2 \quad (2.11)$$

einen notwendigen Faktor von  $N_C = 3$ , also eine dreifache Wertung jedes Quarks. Dem entsprechend wird eine Invarianz unter der Gruppe der *speziellen unitären Transformationen*  $SU(3)_C$  der Farbladungen gefordert. *Speziell* bedeutet, daß die Determinante der Transformationmatrizen gleich 1 gesetzt wird. Insbesondere wird dadurch der kurzen Reichweite der starken Wechselwirkung Rechnung getragen [8]. Die lokale Invarianz unter  $SU(3)_C$ -Transformationen erfordert, entsprechend des Photons der QED, als Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung 8 Eichbosonen, die Gluonen. Die Gluonen tragen selbst auch Farbladung, so daß sie über einen 3- bzw. 4-Gluon-Vertex auch miteinander koppeln können.

Bei genügend hohen Impulsüberträgen erlaubt es die QCD, Wirkungsquerschnitte für die Kopplung von Quarks und Gluonen störungstheoretisch zu berechnen [11]. Analog zur QED stellen Feynman-Graphen eine Vorschrift dar, um die *Matrixelemente* der Prozesse aufzustellen. Anstelle des Kopplungsparameters  $\alpha$  tritt in der QCD der Parameter  $\alpha_S$ . Jeder Quark-Gluon oder 3-Gluon Vertex trägt mit einem Faktor  $\sqrt{\alpha_S}$  bei. Durch Bilden des Betragsquadrats der Summe der Matrixelemente und Multiplizieren mit einem Phasenraumfaktor kommt man zum Wirkungsquerschnitt. Das Ergebnis, die Störungsreihe, ist eine Entwicklung nach Potenzen des

Kopplungsparameters  $\alpha_s$ . Zu jeder Ordnung tragen also nicht nur die Quadrate der Matrixelemente einzelner Graphen, sondern auch Interferenzterme aus dem Produkt verschiedener Graphen bei.

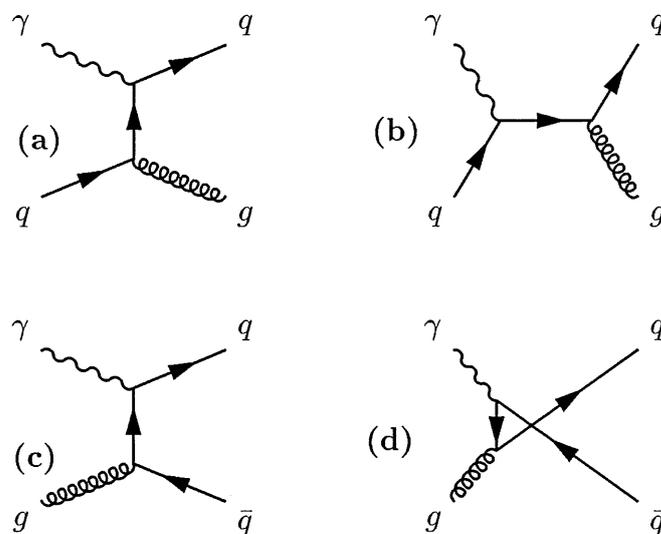


Abbildung 2.3: Feynmangraphen der tiefunelastischen Elektron-Proton-Streuung in erster Ordnung  $\mathcal{O}(\alpha_s)$ . (a) und (b) werden als QCD-Compton, (c) und (d) als Boson-Gluon-Fusion bezeichnet.

Die Abbildung 2.3 zeigt Graphen der tiefunelastischen Streuung, deren Quadrate in die Störungsreihe als Terme erster Ordnung eingehen. Diese Terme sind von *führender* Ordnung (*Leading Order, LO*), da ganz allgemein für einen bestimmten Prozeß der erste nichtverschwindende Term in der Störungsreihe als LO bezeichnet wird<sup>4</sup>. Das virtuelle Photon  $\gamma$  entstammt dem elektromagnetischen Vertex am Elektron. In den Fällen (a) und (b), die als **QCD-Compton-Prozesse (QCD-C)** bezeichnet werden, koppelt das Photon  $\gamma$  an ein Quark des Protons. Die Graphen (c) und (d) werden als **Boson-Gluon-Fusion (BGF)** bezeichnet, da hier ein Gluon des Protons mit dem elektroschwachen Eichboson in ein Quark-Antiquark-Paar fusioniert. Zur Beschreibung der Kinematik von Endzuständen mit zwei auslaufenden Partonen sind neben den Größen  $x$  und  $Q^2$ , welche die gesamte Kinematik der DIS festlegen, wenn der partonische Endzustand als Ganzes betrachtet wird, drei weitere Variablen erforderlich. Nützlich ist es, in diesem Zusammenhang die lorentzinvarianten Größen  $x_p$  und  $z_p$  einzuführen:

$$x_p = \frac{x}{\xi} = \frac{Q^2}{Q^2 + \hat{s}}, \quad z_p = \frac{P \cdot p_p}{P \cdot p} \quad (2.12)$$

<sup>4</sup>Entsprechend wird mit *Next to Leading Order (NLO)* der auf die führende Ordnung folgende Term bezeichnet.

Die Größe  $\xi$  bezeichnet dabei den Anteil des Impulses des einlaufenden Partons im Nukleon,  $\hat{s}$  das invariante Massenquadrat beider auslaufenden Partonen und  $p_p$  den Viererimpuls eines auslaufenden Partons (Index  $p = q, \bar{q}$  oder  $g$ ). Als dritte unabhängige Variable läßt sich etwa  $\phi$ , der Azimutwinkel eines Partons zur Ebene des streuenden Leptons, wählen. Der Wirkungsquerschnitt ist im allgemeinen fünffach differentiell:

$$\frac{d^5\sigma}{dx dQ^2 dx_p dz_p d\phi} \quad (2.13)$$

Im Schwerpunktsystem der beiden auslaufenden Partonen hängt  $z_p$  mit dem Polarwinkel  $\theta_p^*$  zwischen dem einlaufenden und einem auslaufenden (Index  $p$ ) Parton zusammen:  $z_p = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta_p^*)$ . Wenn die beiden auslaufenden Partonen mit  $p_1$  und  $p_2$  bezeichnet werden, gilt die Relation  $z_{p_1} + z_{p_2} = 1$ .

In diesen Variablen ausgedrückt lautet das Matrixelement des QCD-C-Prozesses [12]:

$$|M_{fi}^{QCD-C}|^2 = 32\pi^2 (Q_{q,i}e)^2 \alpha\alpha_S \frac{3}{4} \left( \frac{(1-x_p)^2 + (1-z_q)^2 + 2x_p z_q}{(1-x_p)(1-z_q)} \right) \quad (2.14)$$

Folgende kinematischen Konfigurationen der einlaufenden (initial, Index  $i$ ) und auslaufenden (final, Index  $f$ ) Quarks  $p_q$  und Gluonen  $p_g$  führen zu Divergenzen:

$$\begin{aligned} p_{g,f} \text{ kollinear zu } p_{q,i} &\Rightarrow z_g \rightarrow 0 & z_q \rightarrow 1 \\ p_{g,f} \text{ kollinear zu } p_{q,f} &\Rightarrow x_p \rightarrow 1 \\ p_{g,f} \text{ weich} &\Rightarrow x_p, z_q \rightarrow 1 \end{aligned}$$

Das Matrixelement der BGF lautet [12]:

$$|M_{fi}^{BGF}|^2 = 32\pi^2 (Q_{q,i}e)^2 \alpha\alpha_S \frac{3}{4} \left( \frac{1 - 2x_p(1-x_p) - 2z_q(1-z_q)}{z_q(1-z_q)} \right) \quad (2.15)$$

Entsprechend ergeben sich hier folgende Divergenzen:

$$\begin{aligned} p_{q,f} \text{ kollinear zu } p_{g,i} &\Rightarrow z_q \rightarrow 0 \\ p_{\bar{q},f} \text{ kollinear zu } p_{g,i} &\Rightarrow z_{\bar{q}} \rightarrow 0 & z_q \rightarrow 1 \\ p_{q,f} \text{ weich} &\Rightarrow z_q \rightarrow 1 \\ p_{\bar{q},f} \text{ weich} &\Rightarrow z_q \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Die kollinearen Divergenzen, bei denen ein auslaufendes Quark oder Gluon kollinear zu einem einlaufenden Parton verläuft, können in die Partondichtefunktion  $f(\xi)$  absorbiert werden: Die Integration über den verfügbaren Phasenraum des auslaufenden Quarks bzw. Gluons wird durch eine *Faktorisierungsskala*  $\mu_f$  auf den nicht kollinearen Teil eingeschränkt und somit der divergente Teil der Integration *regularisiert*. Nach einer Variablentransformation  $(x_p, z_q) \rightarrow (p_\perp, y)$  sind die Matrixelemente des

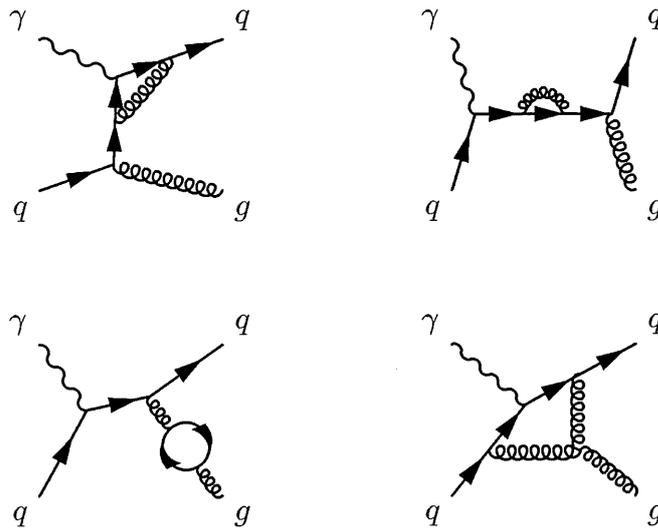


Abbildung 2.4: Feynmangraphen mit virtuellen Korrekturen für die Erzeugung von zwei Partonen.

QCD-C-Prozesses und der BGF umgekehrt proportional zum Transversalimpuls des auslaufenden Quarks  $\sim 1/p_{\perp}^2$  und für den Wirkungsquerschnitt gilt:

$$d\sigma \sim \int_{\mu_f^2}^{p_{\perp, \max}^2} \frac{dp_T^2}{p_T^2} \approx \log \frac{Q^2}{\mu_f^2} \quad (2.16)$$

Die Partondichtefunktion erhält damit ebenfalls eine Abhängigkeit von der Skala  $\mu_f$ :  $f(\xi) \rightarrow f(\xi, \mu_f)$ . In [19] wird gezeigt, daß die divergenten Terme  $\log(Q^2/\mu^2)$  durch eine Umdefinition der Partondichten kompensiert werden können und darüber hinaus vom eigentlichen Prozeß unabhängig sind. Damit ist gewährleistet, daß die meßbaren Wirkungsquerschnitte von der Faktorisierungsskala  $\mu_f$  unabhängig sind.

Die restlichen Divergenzen heben sich nach dem Theorem von Kinoshita, Lee und Nauenberg [13] gegen die Divergenzen der virtuellen Graphen zur selben Ordnung  $\alpha_S$  heraus. Dies sind im Fall der Prozesse QCD-C und BGF Graphen mit insgesamt einem auslaufenden Parton einschließlich einer inneren Schleife.

Die Abbildung 2.4 zeigt Beispiele der Graphen der Prozesse QCD-C und BGF mit zusätzlichen virtuellen Korrekturen deren Amplituden zur Ordnung  $\alpha_S^2$  beitragen. Bei Graphen mit inneren Schleifen, wie in dieser Abbildung, muß über den Schleifenimpuls der virtuellen Quarks und Gluonen integriert werden. Diese Integrale führen zu weiteren Divergenzen, wenn die Integration nicht nach einem festzulegenden Schema regularisiert wird. Durch diese weitere Regularisierung werden die berechneten Wirkungsquerschnitte allerdings abhängig vom festgelegten Schema und einer willkürlichen Energieskala  $\mu_R$ , die zur Regularisierung eingeführt werden muß. In

der *Renormierungstheorie* wird gezeigt, daß die Regularisierung durch eine Renormierung des Kopplungsparameters kompensiert werden kann. Auf diese Weise wird das unphysikalische Verhalten beim Regularisieren der Divergenzen vermieden. Das Schema zur Regularisierung der Divergenzen wird als *Renormierungsschema* und die Energieskala  $\mu_R$  als *Renormierungsskala* bezeichnet.

Der renormierte Kopplungsparameter ist durch das Renormierungsschema bestimmt und von der Renormierungsskala abhängig. Die Forderung, daß die Wirkungsquerschnitte nicht von dieser Skala  $\mu_R$  abhängen, führt zu einer Differentialgleichung für den Kopplungsparameter, der sogenannten *Renormierungsgruppengleichung*. Die Lösung variiert, je nachdem bis zu welcher Ordnung  $\alpha_s^n$  die Störungsreihe berechnet wurde. Zur Ordnung  $\alpha_s^2$  lautet die Lösung:

$$\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} = \frac{1}{(11 - \frac{2}{3}N_f) \ln(\mu_R^2/\Lambda^2)} - \frac{(102 - \frac{38}{3}N_f) \ln(\ln(\mu_R^2/\Lambda^2))}{(11 - \frac{2}{3}N_f)^3 \ln^2(\mu_R^2/\Lambda^2)}. \quad (2.17)$$

$N_f$  bezeichnet die Anzahl der in der Streureaktion energetisch zugänglichen Quark-Sorten. Die Größe  $\Lambda$  ist vom Renormierungsschema abhängig und läßt sich nicht aus der QCD bestimmen. Damit  $\alpha_s(\mu_R)$  eine stetige Funktion ist, wird  $\Lambda$  in Abhängigkeit von  $N_f$  definiert. In dieser Arbeit wird  $N_f = 5$  und die Renormierungsskala  $\mu_R = Q$  gesetzt.

Der Kopplungsparameter  $\alpha_s$  zeigt damit seine bekannte Abhängigkeit vom Impulsübertrag  $Q^2$ : Das Verschwinden der Kopplung für  $Q^2 \rightarrow \infty$  führt zur *asymptotischen Freiheit*, der Anstieg für  $Q^2 \rightarrow 0$  erklärt das Phänomen des *Confinement* (engl. Einsperrung) aller Farbladungen in Hadronen. Die asymptotische Freiheit rechtfertigt auch die Annahme des Parton-Modells, daß bei großen Impulsüberträgen die Kopplung zwischen den Partonen vernachlässigt werden kann und somit inkohärent über die Beiträge summiert werden darf.

Anzumerken ist, daß die Abhängigkeit des Kopplungsparameters von der Renormierungsskala auch in der QED bekannt ist; allerdings wächst dort die Kopplungsstärke mit zunehmenden  $Q^2$ .

Ein Erfolg der QCD ist es, die Abhängigkeit der Partondichten und somit der Strukturfunktionen von  $Q^2$  verständlich zu machen [15]. Bei immer größeren Impulsüberträgen  $Q^2$  können immer kleinere Strukturen aufgelöst werden; virtuelle Quark-Antiquarkpaare kleinerer Impulsanteile gehen in die Streuung ein. Es ist deshalb zu erwarten, daß die Strukturfunktionen mit zunehmenden  $Q^2$  bei kleinen  $x$  größer und bei großen  $x$  kleiner sind, als vom Quark-Parton-Modell vorhergesagt. Dieses Verhalten der Strukturfunktionen  $F_1(Q^2, x)$  und  $F_2(Q^2, x)$  ist experimentell gut bestätigt [16]. Eine quantitative Beschreibung der  $Q^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktionen mit Hilfe der Altarelli-Parisi-Gleichung ist in [17] zu finden.

Mit Kenntnis der umdefinierten Partodichten  $f_i(\xi, \mu_f^2)$  und den aus den Feynman-Regeln der QCD bestimmten Wirkungsquerschnitten für die Streuung an einem einzelnen Parton vom Typ  $i$  läßt sich der gesamte Wirkungsquerschnitt einer be-

stimmten Konstellation des hadronischen Endzustandes  $X$  berechnen:

$$\sigma_{ep \rightarrow eX} = \sum_i \int d\xi f_i(\xi, \mu_f^2) \cdot \sigma_i^X(\xi, \mu_f^2). \quad (2.18)$$

Die Summe über die Wirkungsquerschnitte aller möglichen Endzustände  $X$  bildet den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$ .

Bei großen Werten  $\alpha_S$  ist eine Beschreibung der QCD durch die Störungsrechnung nicht mehr sinnvoll. Große Werte  $\alpha_S$  ergeben sich bei kleinen  $Q^2$  entsprechend großer Abstände ( $r > 1$  fm) der Farbladungen. In der nichtstörungstheoretischen QCD wird angenommen, daß aufgrund der Selbstwechselwirkung der Eichbosonen die Kraft zwischen Farbladungen unabhängig vom Abstand  $r$  ist und das Potential linear mit  $r$  anwächst [8]:

$$V(r) = -\frac{4\alpha_S}{3r} + \kappa \cdot r \quad (2.19)$$

Der Parameter  $\kappa$  wurde experimentell bestimmt zu  $\kappa \approx 0,9$  GeV/fm. Aufgrund dieses starken Anwachsens der starken Kraft entlang der gedachten Verbindungslinie zwischen den Farbladungen ist es bei Abständen  $r > 1$  fm energetisch günstiger, daß neue Farbladungen aus dem Vakuum gebildet werden. Dieser Effekt, als *Hadronisation* bezeichnet, wird dafür verantwortlich gemacht, daß einzelne Farbladungen unbeobachtbar sind und sich Quarks und Gluonen immer in Hadronen manifestieren. Das *Lund-String-Modell*, ein phänomenologisches Modell zur Hadronisation, wird in Abschnitt 4.3 erläutert.

# Kapitel 3

## Das NLO-Programm DISENT

Das Programm DISENT berechnet die Wirkungsquerschnitte tiefunelastischer Prozesse bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  der Störungsrechnung. Die grundlegende Vorgehensweise, insbesondere die Behandlung der Singularitäten in den Matrixelementen, werden im folgenden kurz skizziert. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [20] und [21] und den dort angegebenen Referenzen.

Die allgemeine Struktur des Wirkungsquerschnitts in NLO lautet

$$\sigma = \sigma^{LO} + \sigma^{NLO}, \quad (3.1)$$

wobei  $\sigma^{LO}$  und  $\sigma^{NLO}$  die integrierten Wirkungsquerschnitte über den gesamten Phasenraum einer betrachteten Observablen bezeichnen. Der Wirkungsquerschnitt in LO mit allgemein  $m$  Partonen mit Viererimpulsen  $p_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) im partonischen Endzustand läßt sich aus

$$\sigma^{LO} = \int_m d\sigma^B \quad (3.2)$$

mit der *Born-Näherung*

$$d\sigma^B = d\Phi^{(m)}(\{p_k\}) \cdot |M_m(\{p_k\})|^2 \cdot F_J^{(m)}(\{p_k\}) \quad (3.3)$$

gewinnen.  $M_m$  bezeichnet das Matrixelement und  $d\Phi^{(m)}$  den Phasenraum der Observablen. Diese beiden Faktoren sind vom betrachteten Prozeß abhängig. Die Funktion  $F_J^{(m)}$  bezeichnet die Observable in Abhängigkeit von den  $m$  Vierervektoren der Partonen. Diese Funktion beinhaltet auch die möglicherweise experimentell erforderlichen Schnitte. Die betrachtete Observable sollte *infrarot*-sicher sein, d.h. invariant bezüglich weicher und kollinearere Abstrahlungen sein. Dies ist für die hier betrachteten Jetvariablen erfüllt (siehe Kapitel 5). Prinzipiell lassen sich so die Wirkungsquerschnitte in LO berechnen. Im allgemeinen wird die Berechnung des Integrals nicht analytisch möglich sein, ist aber einer numerischen Integration zugänglich, wobei die Funktion  $F_J^{(m)}$  in einem separaten Programmteil definiert werden kann.

In NLO sind zwei weitere Beiträge zum gesamten Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  zu berücksichtigen. Zum einen ist das die Abstrahlung eines zusätzlichen Partons, so daß sich

ein Endzustand von insgesamt  $m + 1$  Partonen ergibt  $d\sigma^R$ , und zum anderen die virtuelle Korrektur zum partonischen Endzustand von  $m$  Partonen  $d\sigma^V$ :

$$\sigma^{NLO} = \int_{m+1} d\sigma^R + \int_m d\sigma^V \quad (3.4)$$

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma^R$  und  $d\sigma^V$  lassen sich aus der Gleichung 3.3 gewinnen, wenn die Ersetzung  $|M_m|^2 \rightarrow |M_{m+1}|^2$  für den reellen und  $|M_m|^2 \rightarrow |M_m|_{virtuell}^2$  für den virtuellen Beitrag vorgenommen wird. Diese Amplituden führen zu ultravioletten, weichen und kollinearen Divergenzen. Die ultravioletten Divergenzen, die durch die Integration über den beliebig anwachsenden Schleifenimpuls entstehen, lassen sich durch Renormierung beseitigen. Es verbleiben die weichen und kollinearen Divergenzen, die sich nicht innerhalb der jeweiligen Beiträge  $d\sigma^R$  und  $d\sigma^V$  herausheben. Die Betrachtung von Observablen, die von weichen und kollinearen Abstrahlungen unabhängig sind, gewährleistet aber, daß sich die Divergenzen gegenseitig herausheben. In der Praxis führt die Berechnung des gesamten Wirkungsquerschnitts  $\sigma^{NLO}$  allerdings zu Problemen, da sich die Integrale im allgemeinen nicht analytisch lösen lassen und sich deshalb nicht erkennen läßt, wie sich die divergenten Beiträge kompensieren.

### 3.1 Die Subtraktionsmethode

Ein Verfahren, um die beiden divergenten Integralbeiträge gegenseitig verrechnen zu können und damit endliche Wirkungsquerschnitte zu erhalten, ist die *Subtraktionsmethode*. Dazu wird ein neuer differentieller Beitrag  $d\sigma^A$  eingeführt und die Gleichung 3.4 umgeschrieben, indem derselbe Beitrag subtrahiert und wieder addiert wird:

$$\sigma^{NLO} = \int_{m+1} [d\sigma^R - d\sigma^A] + \int_{m+1} d\sigma^A + \int_m d\sigma^V \quad (3.5)$$

Um nun die divergenten Beiträge aus dem ersten Integral der Gleichung 3.4 zu lösen und mit dem zweiten verrechnen zu können, muß der Ausdruck  $d\sigma^A$  folgende Forderungen erfüllen:

- Damit das erste Integral in Gleichung 3.5 endlich wird, muß der Beitrag  $d\sigma^A$  dieselben Divergenzen enthalten, wie der reelle Beitrag  $d\sigma^R$ . Dieses Integral kann daraufhin numerisch gelöst werden.
- Der Beitrag  $d\sigma^A$  muß über den Phasenraum des Partons analytisch integrierbar sein, das in NLO zusätzlich auftritt. Die beiden letzten Integrale in Gleichung 3.5 lassen sich dann zusammenfassen zu:

$$\sigma^{NLO, \{m\}} = \int_m [d\sigma^V + \int_1 d\sigma^A] \quad (3.6)$$

Die Pole, die aus der analytischen Integration  $\int_1 d\sigma^A$  hervorgehen, kompensieren dann die aus dem virtuellen Beitrag  $d\sigma^V$ .

Der reelle Beitrag  $d\sigma^R$  hat folgende Struktur:

$$d\sigma^R = d\Phi^{(m+1)} \cdot |M_{m+1}(\{p_k\})|^2 \cdot F_J^{(m+1)}(\{p_k\}) \quad (3.7)$$

wobei  $d\Phi^{(m+1)}$  und  $|M_{m+1}|^2$  vom Prozeß und  $F_J^{(m+1)}$  von der betrachteten Observablen abhängen. Der Beitrag  $d\sigma^A$  läßt sich als Näherung an Gleichung 3.7 konstruieren. Um allerdings beliebige Observablen eines bestimmten Prozesses berechnen zu können, muß  $d\sigma^A$  von  $F_J^{(m+1)}$  unabhängig sein. Um die Subtraktionsmethode darüber hinaus zur Berechnung beliebiger Prozesse verwenden zu können, muß  $d\sigma^A$  auch vom Matrixelement  $M_{m+1}$  unabhängig sein. Zur Konstruktion eines Beitrags  $d\sigma^A$  mit diesen Eigenschaften dient die Dipolfaktorisierung.

## 3.2 Die Dipolfaktorisierung

Der künstlich eingeführte Beitrag  $d\sigma^A$  kann unter Verwendung von Faktorisierungstheoremen als Wirkungsquerschnitt in der Born-Näherung mit universellen weichen und kollinearen Faktoren konstruiert werden. Allerdings gelten diese Theoreme nur an den singulären Stellen exakt. Die Dipolfaktorisierung setzt die singulären Stellen des Matrixelements der  $m + 1$  Partonen mit dem Matrixelement der  $m$  Partonen in Beziehung:

$$|M_{m+1}(p_1, \dots, p_{m+1})|^2 = |M_m(\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_{m+1})|^2 \otimes V_{ij} + \dots \quad (3.8)$$

Die Punkte der rechten Seite stehen für weitere Terme, die nicht singulär sind, wenn  $p_i \cdot p_j \rightarrow 0$ . Die sogenannte *Dipol-Splitting-Funktion*  $V_{ij}$  bezeichnet universelle, prozeßunabhängige singuläre Faktoren. Das Symbol  $\otimes$  steht für Farb- und Helizitätskorrelationen. Die modifizierten Viererimpulse  $\tilde{p}_i$  erfüllen die Energie-Impulserhaltung  $p_1 + \dots + p_{m+1} = \tilde{p}_1 + \dots + \tilde{p}_m$ .

Die Gleichung 3.8 ist die gesuchte Form, mit der sich der Beitrag  $d\sigma^A$  prozeßunabhängig schreiben läßt. Zum einen enthält der Beitrag  $d\sigma^A$  alle Singularitäten und erlaubt die Lösung des ersten Integrals der Gleichung 3.5 und zum anderen ermöglicht die Gleichung 3.8 eine Faktorisierung des Phasenraums des zusätzlich in NLO auftretenden Partons. Dies gestattet auch die Berechnung der beiden letzten Integrale der Gleichung 3.5 nach Gleichung 3.6.

U  
S  
z  
n  
v  
n  
d  
z  
I  
s  
i  
b  
s  
s  
C  
I  
M  
[  
d  
  
4  
  
D  
o  
t  
I  
I

# Kapitel 4

## Monte-Carlo-Generatoren

Über die Störungsrechnung lassen sich die harten Partonen der tiefunelastischen Streuung berechnen. Experimentell sind allerdings diese Partonen keiner Messung zugänglich, sondern nur die im Detektor gemessenen Spuren und Energiedepositionen der Hadronen. Monte-Carlo-Generatoren simulieren das gesamte Experiment von den Partonen über den Partonschauer und die Hadronisation bis zu den Hadronen in Computer-Programmen. Über eine weitere Programmkomponente lassen sich die Detektoreigenschaften simulieren. Diese Generatoren sind somit die Schnittstelle zwischen Theorie und Experiment.

In dieser Arbeit werden die Generatoren LEPTO (Version 6.5) und ARIADNE (Version 4.08) vorgestellt. Die Beschreibung dieser Generatoren folgt den Ausführungen in [26], [27]. Sie unterscheiden sich in der Kalkulation des Partonniveaus: LEPTO basiert auf dem Matrixelement der Streuung in erster Ordnung  $\alpha_S$  und berücksichtigt Effekte höherer Ordnung durch ein Partonschauer-Modell. ARIADNE beschreibt die Parton-Kaskade durch das Farbdipol-Modell (*Colour Dipol Model, CDM*).

In beiden Generatoren wird die Hadronisation der Partonen durch das *Lund-String-Modell* beschrieben. Dieses Modell ist in ein zusätzliches Programm namens *JETSET* [28] eingebunden. Das Programm *H1SIM* simuliert schließlich die gesamte Messung des hadronischen Endzustandes im H1-Detektor.

### 4.1 LEPTO

Die Grundidee dieses Generators ist es, die Streureaktion bis zur ersten Ordnung  $\alpha_S$  über das Matrixelement zu berechnen und Effekte höherer Ordnung durch Partonschauer zu berücksichtigen.

#### Das Matrixelement

In 0. Ordnung  $\alpha_S^0$  wird die Kinematik der Elektron-Proton-Streuung durch die Va-

riablen  $x$  und  $Q^2$  ausgedrückt, in den Prozessen 1. Ordnung  $\alpha_S$  mit zwei auslaufenden Partonen, QCD-C und BGF, werden die kinematischen Größen  $x_p$ ,  $z_q$  sowie  $\phi$  hinzugenommen (Die Definition dieser Variablen erfolgt in Abschnitt 2.2).

In LEPTO läßt sich angeben, welche Partondichtefunktion zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte herangezogen werden soll. In dieser Arbeit wird die Dichte MRS-H [29] verwendet, die an die bei HERA-Experimenten gemessenen Strukturfunktionen angepaßt wurde.

Die Divergenzen in den Prozessen 1. Ordnung  $\alpha_S$  werden durch geeignete Schnitte vermieden. Dazu wird in LEPTO das  $z\hat{s}$ -Schema gewählt. In diesem Schema werden die Variablen  $z_q$  und  $\hat{s}$  eingeschränkt, um die Polstellen in den Wirkungsquerschnitten der BGF und QCD-C zu vermeiden (siehe Abschnitt 2.2):

$$\begin{aligned} \epsilon < z_q < 1 - \epsilon \\ \hat{s} > \hat{s}_{min} \end{aligned}$$

Die Größe  $\epsilon$  bezeichnet dabei eine kleine Zahl und die Wahl eines minimalen Massenquadrats  $\hat{s}_{min}$  entspricht der Einschränkung der Größe  $x_p$ :

$$\hat{s} = Q^2\left(\frac{1}{x_p} - 1\right) \Rightarrow x_p < \frac{Q^2}{\hat{s}_{min} + Q^2}$$

Die einzelnen Schritte zur Kalkulation eines Ereignisses sollen im folgenden erläutert werden.

- Die beiden kinematischen Variablen  $x$  und  $Q^2$  werden nach der Verteilung  $\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} / \sigma_{tot}$  gewürfelt.
- Als nächstes wird das Ereignis auf eine der drei möglichen Prozesse QPM, QCD-C oder BGF festgelegt. Wenn die Wahrscheinlichkeiten für diese Prozesse mit  $P_q$ ,  $P_{qg}$  und  $P_{q\bar{q}}$  bezeichnet werden, wobei als Index die auslaufenden Partonen ( $g$ : Gluon und  $q, \bar{q}$  Quark, Antiquark) angeschrieben wurden, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für einen Prozeß nach dem QPM aus  $P_q = 1 - P_{qg} - P_{q\bar{q}}$ . Um die Ereignisse korrekt auf diese drei möglichen Prozesse zu verteilen, müssen die Wahrscheinlichkeiten  $P$  als Funktion der im letzten Schritt festgelegten Größen  $x$  und  $Q^2$  berechnet werden. Diese Wahrscheinlichkeiten werden für die Prozesse QCD-C und BGF aus der Integration der entsprechenden Wirkungsquerschnitte 2.13 über die drei Variablen  $x_p$ ,  $z_p$  und  $\phi$  und anschließende Division durch den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$  gewonnen.
- Wurde im letzten Schritt ein QCD-C- oder BGF-Ereignis gemäß der Wahrscheinlichkeiten  $P_{qg}$  und  $P_{q\bar{q}}$  gewählt, folgt die Bestimmung der drei noch offenen Freiheitsgrade  $x_p$ ,  $z_p$  und  $\phi$ . Jeder dieser Freiheitsgrade wird nacheinander gewürfelt, wobei die Wahrscheinlichkeitsverteilung wieder aus

den differentiellen Wirkungsquerschnitten folgt. Dazu wird der Wirkungsquerschnitt über den Phasenraum der noch nicht festgelegten Variablen integriert.

Nachdem die Kinematik eines Ereignisses festgelegt wurde, werden die Viererimpulse des Leptons und der Quarks bzw. Gluonen berechnet.

### Der QCD-Partonschauer

Die Beschreibung der Prozesse höherer Ordnung erfolgt in LEPTO über das Partonschauer-Modell. Diese Schauer werden nach der *Leading-Log-Approximation* berechnet, wobei die führenden Logarithmen der QCD-Störungsreihe berücksichtigt werden. Beschrieben durch die GLAP-Gleichung basieren diese Schauer auf den Prozessen  $q \rightarrow qg$ ,  $g \rightarrow gg$  und  $g \rightarrow \bar{q}q$ , aus denen die einzelnen Partonen der Kalkulation des Matrixelements unabhängig voneinander in Schauer übergehen.

Es wird zwischen Schauern im Anfangsstadium (*initial state*) und Endstadium (*final state*) unterschieden, je nachdem ob dieser vor oder nach dem Vertex am elektroschwachen Boson generiert wird.

Da das Partonschauer-Modell auf Näherungen beruht, hat es eine Reihe von Nachteilen: Die Trennung in Anfangs- und Endstadium des Schauers bedeutet eine Vernachlässigung von Interferenzen beider Schauer und ist nicht eichinvariant. Die Leading-Log-Approximation gewährleistet zwar eine gute Beschreibung weicher und kollinearere Partonen, aber weniger gut wird die Emission harter Partonen unter großen Winkeln beschrieben. Aus diesem Grund wird in LEPTO die Kombination aus vorausgehender exakter Berechnung des Matrixelements in erster Ordnung  $\alpha_s$ , die eine gute Beschreibung dieser Partonen liefert, mit der darauf folgenden Schauerbildung gewählt.

## 4.2 ARIADNE

ARIADNE beschreibt die Partonen in einer Kaskade nach dem Farbdipol-Modell (*Colour Dipol Model, CDM*). Die Partonen werden im Gegensatz zum LEPTO-Generator nicht als unabhängig voneinander betrachtet.

### Das Farbdipol-Modell

Analog zu einem Dipol der Elektrodynamik wird ein Dipol zwischen den Farbladungen des gestreuten Quarks, beschrieben durch das QPM, und dem Protonrest betrachtet. Dieser Dipol kann anstelle eines Photons in der Elektrodynamik über einen Bremsstrahlprozeß ein Gluon emittieren. Das emittierte Gluon bildet mit den beiden Ausgangspartonen jeweils einen neuen unabhängigen Farbdipol aus, der unabhängig vom anderen erneut ein Gluon aussenden kann. Die Iteration dieses Verfahrens liefert eine Parton-Kaskade, die den Ausgangspunkt der darauf folgenden Hadronisation darstellt.

Insgesamt lassen sich in der Kaskade drei verschiedene Arten von Dipolen bilden. Die zugehörigen Wirkungsquerschnitte folgen aus den Feynman-Graphen der QCD [27]:

$$\begin{aligned}
q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g &: \frac{d^2\sigma_{q\bar{q}}}{dx_q dx_{\bar{q}}} = \frac{2\alpha_S}{3\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \\
q(\bar{q})g \rightarrow qg(\bar{q})gg &: \frac{d^2\sigma_{qg}}{dx_q dx_g} = \frac{3\alpha_S}{3\pi} \frac{x_q^2 + x_g^2}{(1-x_q)(1-x_g)} \\
g_1g_2 \rightarrow g_1gg_2 &: \frac{d^2\sigma_{gg}}{dx_{g_1} dx_{g_2}} = \frac{3\alpha_S}{3\pi} \frac{x_{g_1}^2 + x_{g_2}^2}{(1-x_{g_1})(1-x_{g_2})}
\end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Größen  $x_p$  bezeichnen die Energieanteile des jeweiligen Dipol-Partons an der Schwerpunktenenergie  $\sqrt{S_{dip}}$  der Dipol-Partner:  $x_p = \frac{2E_p}{\sqrt{S_{dip}}}$ . Die Kinematik legt das Quadrat des Transversalimpulses des emittierten Partons fest:

$$p_{\perp}^2 = S_{dip} \left(1 - x_{p_1} + \frac{m_{p_1}^2 - (m_g + m_{p_2})^2}{S_{dip}}\right) \left(1 - x_{p_2} + \frac{m_{p_2}^2 - (m_g + m_{p_1})^2}{S_{dip}}\right) \quad (4.2)$$

Die Indizes  $p_1$  und  $p_2$  bezeichnen die beiden Dipol-Partonen und die Masse des emittierten Gluons  $m_g$  ist gleich 0. Wird neben  $p_{\perp}^2$  noch die Rapidität des emittierten Gluons eingeführt

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - x_{p_1}}{1 - x_{p_2}}, \quad (4.3)$$

so erfüllen die Wirkungsquerschnitte zur Emission eines Gluons nach einer Variablentransformation  $(x_{p_1}, x_{p_2}) \rightarrow (p_{\perp}^2, y)$  folgende Proportionalität:

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{\perp}^2 dy} \sim \frac{\alpha_S}{p_{\perp}^2} \quad (4.4)$$

Diese Gleichung ist analog zur Photonemission zweier sich entfernender entgegengesetzter Ladungen der Elektrodynamik. Daher rührt der Name Dipolstrahlung. In Abhängigkeit von  $y$  und der Skala  $p_{\perp}^2$  lassen sich die sogenannten *Sudakov-Formfaktoren* angeben, welche sich als Wahrscheinlichkeit dafür deuten lassen, ein Gluon bei der Skala  $p_{\perp}^2$  zu emittieren. Damit folgt die Wahrscheinlichkeit der Emission eines Gluons:

$$\frac{d^2P(p_{\perp}^2, y)}{dp_{\perp}^2 dy} = \frac{d^2\sigma(p_{\perp}^2, y)}{dp_{\perp}^2 dy} \cdot \exp\left[-\int_{p_{\perp}^2}^{p_{\perp}^{2max}} dp_{\perp}^{*2} \int_{y_{min}(p_{\perp}^{*2})}^{y_{max}(p_{\perp}^{*2})} dy^* \frac{d^2\sigma(p_{\perp}^{*2}, y^*)}{dp_{\perp}^{*2} dy^*}\right] \quad (4.5)$$

Der erste Faktor ist eine der drei Gleichungen 4.1 und der zweite der Sudakov-Formfaktor. Die Integration im Exponenten erfolgt über den gesamten zugänglichen Phasenraum der jeweiligen Iterationsstufe. Auf diese Weise sinkt die Skala  $p_{\perp}^2$  in jeder Stufe:  $p_{\perp,1}^2 > p_{\perp,2}^2 > p_{\perp,3}^2 \dots$ . In dieser Beschreibung der Parton-Kaskade ist der QCD-C-Prozeß automatisch enthalten. Die BGF ist hingegen durch eine Abstrahlung von Gluonen nicht zu beschreiben. Um auch die BGF durch das CDM zu beschreiben, wird die erste Iterationsstufe modifiziert. Die Modifikation besteht

darin, daß der Dipol des gestreuten Quarks mit dem Protonrest auch seinen Anti-Partner "emittieren" kann. Die Entscheidung über diesen zur BGF analogen Prozeß wird wieder über Sudakov-Formfaktoren getroffen. Im Fall eines BGF-Ereignisses werden in der nachfolgenden Iterationsstufe zwei Dipole, die von Quark und Anti-quark mit dem Protonrest, betrachtet.

Im Gegensatz zum Partonschauer-Modell wird im CDM nicht zwischen Anfangs- und Endstadium der Schauer unterschieden, und somit werden keine Interferenzterme vernachlässigt.

### 4.3 Das Lund-String-Hadronisationsmodell

Die Quarks und Gluonen, die aus der Streuung hervorgehen, können bei größeren Abständen nicht mehr störungstheoretisch beschrieben werden. Das Confinement der Farbladungen führt zu einer Transformation farbgeladener Partonen in Hadronen, die ein Farbsingulett bilden. Dieser Prozeß wird *Fragmentation* oder *Hadronisation* genannt.

Im Lund-String-Modell [31], [32] wird die Kraft zwischen Farbladungen als Spannung  $\kappa$  einer Saite (engl. *String*) beschrieben, deren potentielle Energie linear mit dem Abstand anwächst (siehe Abschnitt 2.2) <sup>1</sup>.

Bei ausreichender potentieller Energie des Strings, kann es zur Produktion neuer Quark-Antiquark-Paare aus dem Vakuum kommen. Dabei bricht der String in neue Strings auf, die unabhängig voneinander bei ausreichender Energie weiter aufbrechen können. Das Lund-String-Modell führt so in eine Kaskade von neuen Quark-Antiquark-Paaren, die in Hadronen zusammengefaßt werden.

Die grundsätzlichen Eigenschaften des Modells lassen sich in hochenergetischen  $e^+e^-$ -Vernichtungsreaktionen, aus denen ein Quark-Antiquark-Paar hervorgeht erläutern. Die Quarks werden vorerst als masselos betrachtet. Die sich auseinander bewegenden Quarks bewegen sich dann mit Lichtgeschwindigkeit und lassen sich in einem Raum-Zeit-Diagramm mit eindimensionalen Raum- und Zeitachsen als Lichtkegel darstellen. Innerhalb dieses Kegels werden neue Quark-Antiquark-Paare gebildet, die aufgrund der angreifenden Farbkräfte auseinander gezogen werden und sich mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegt als Subkegel darstellen lassen. Die Entstehungspunkte dieser neuen Paare werden als *Produktions-Vertices* bezeichnet. Nachdem mehrere  $q\bar{q}$ -Paare produziert wurden, bildet jedes Quark mit dem Antiquark des benachbarten Produktions-Vertex einen kurzen String der nicht weiter aufbricht. Es entstehen so gebundene Zustände von Mesonen. Alle Produktions-Vertices sind kausal unabhängig voneinander, da sie jeweils außerhalb benachbarter Subkegel entstehen. Es ist deshalb möglich, die Kaskade zur Produktion neuer  $q\bar{q}$ -Paare von jedem Vertex aus angefangen zu betrachten. Unter diesen Modellannahmen lassen

---

<sup>1</sup>Bei  $d\bar{d}$ - und  $c\bar{c}$ -Paaren wurde eine Spannung von  $\kappa \approx 0,9$  GeV/fm ermittelt.

sich die wesentlichen Eigenschaften der Hadronisation beschreiben.

Eine wichtige Folgerung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Bildung eines Mesons mit Longitudinalimpuls  $z$

$$f(z) = \frac{(1-z)^a}{z} \exp\left(-\frac{bm^2}{z}\right), \quad (4.6)$$

wobei  $m$  die Masse des Mesons bezeichnet. Die Parameter  $a$  und  $b$  werden an das Experiment angepaßt. Die Transversalimpulse der Mesonen werden als gaußförmig verteilt angenommen.

Um neben der Bildung von Mesonen auch die von Baryonen beschreiben zu können, wird neben der Produktion von Quark-Antiquark-Paaren die Produktion von Quark-Diquark-Paaren mit einem Verhältnis von 1:0,09 einbezogen. Auch Gluonen können im Lund-String-Modell berücksichtigt werden. In einem Ereignis, aus dem neben Quark und Antiquark ein Gluon hervorgeht, wird der String zwischen den beiden Quarks durch das Gluon transversal verzerrt. Dieser mit einem Knick versehene String kann daraufhin wie zwei lineare und unabhängige Strings behandelt werden. Die Winkelverteilung der aus diesem geknickten String gebildeten Hadronen unterscheidet sich von der eines linearen Strings.

# Kapitel 5

## Jets und Jetalgorithmen

Es wäre wünschenswert, direkt die im hadronischen Endzustand tiefunelastischer Streueignisse erzeugten harten Quarks und Gluonen beobachten zu können.

Die Störungsrechnung liefert eine Beschreibung dieser Partonen. Auf experimenteller Seite dagegen erlaubt es das Phänomen des Confinement nur, die Spuren und Energiedepositionen farbneutraler Hadronen im Detektor zu messen.

Um alle Niveaus einer Streureaktion vom Parton- bis zum Detektorniveau einheitlich beschreiben und miteinander vergleichen zu können, werden die Teilchen jedes Niveaus zu Jets zusammengefaßt. In Abbildung 5.1 ist der Zusammenhang zwischen den Niveaus und den zugehörigen Jets schematisch dargestellt (nach [22]).

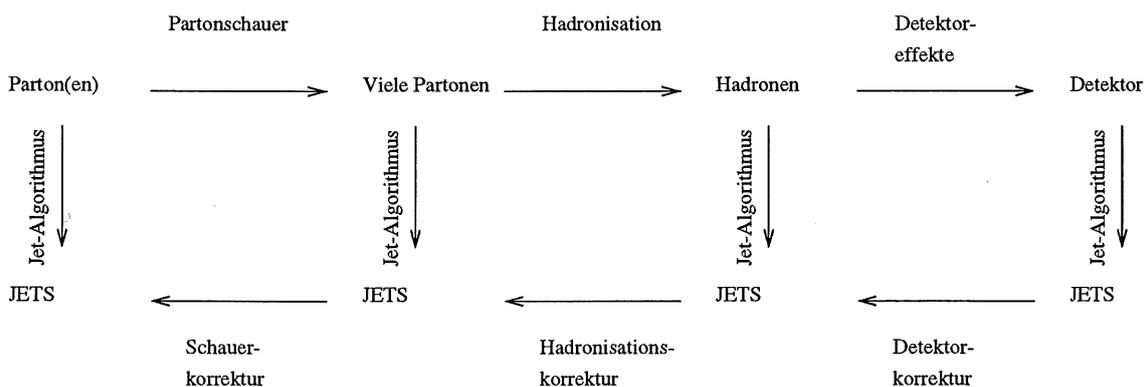


Abbildung 5.1: Schema der Niveaus von den Partonen bis zum Detektor. Skizziert ist auch der Zusammenhang der Niveaus mit den zugehörigen Jets; die Korrekturen verbinden die Jets der unterschiedlichen Niveaus

In Abhängigkeit vom zusammenfassenden Algorithmus sind Jets zunächst willkürliche neue Größen eines Ereignisses. Sie sollten, um physikalisch aussagekräftig zu sein, aber die folgenden Bedingungen erfüllen :

- Jets sollten auf Detektor-Niveau eindeutig definiert und einfach zu bestimmen sein.

- Jets sollten auch in der Beschreibung der Partonen gemäß der Störungsrechnung eindeutig definiert und berechenbar sein.
- Die Jets sollten auf jedem Niveau eng mit den Quarks und Gluonen des Endzustandes korrespondieren, denen ja das eigentliche Interesse gilt.

Diese Bedingungen schränken die Wahl möglicher Jetalgorithmen ein. Wenn in den Algorithmus als Parameter etwa die maximale Energie der Teilchen eines Ereignisses eingeht, lassen sich die beiden ersten Bedingungen nicht erfüllen: In störungstheoretischer QCD werden bestimmte kollineare Divergenzen zweier masseloser Partonen dadurch vermieden, daß ein Parton in der Partondichte des Protons beschrieben wird (siehe Abschnitt 2.2) und dem anderen die gesamte Energie zugewiesen wird. Der Jetalgorithmus sollte demnach nicht zwischen der Energie eines Teilchens und der Energiesumme zweier kollinearere Teilchen unterscheiden. Ebenso ist auch auf Detektorniveau ein Teilchen maximaler Energie nicht eindeutig definiert, da zwei kollineare Teilchen in dieselbe Zelle des Detektors laufen und als ein Teilchen mit entsprechender Energiesumme aufgelöst werden.

Die Abbildungen 5.2 zeigen im Kalorimeter deponierte Energien zweier mit dem H1-Detektor aufgezeichneten Ereignisse. Die rekonstruierten Spuren in den eingezeichneten Koordinaten lassen im oberen Bild zwei ausgeprägte Jets erkennen. Das Elektron löst nur im elektromagnetischen Teil des LArC Signale aus. Die Energie-depositionen nahe der Strahlrohrachse gehen auf den Protonrest zurück. Das im unteren Bild skizzierte viel typischere Ereignis macht deutlich, daß eine Zuweisung der Cluster zu Jets sehr vom verwendeten Jetalgorithmus abhängen wird. Die Jetalgorithmen lassen sich in Cluster-Algorithmen wie den *JADE*-Algorithmus und in Kegeralgorithmen einteilen. In beiden Fällen werden *Auflösungsparameter* benötigt, mit deren Hilfe über die Zuweisung der Teilchen in einen Jet entschieden werden kann. Die Rechenvorschrift, nach der die aufgelösten Teilchen zu Jets zusammengefaßt werden, wird allgemein *Rekombinationsschema* genannt. In dieser Arbeit wird ein Kegeralgorithmus angewendet. Im Gegensatz zum *JADE*-Algorithmus wird der Protonrest im Kegeralgorithmus nicht berücksichtigt.

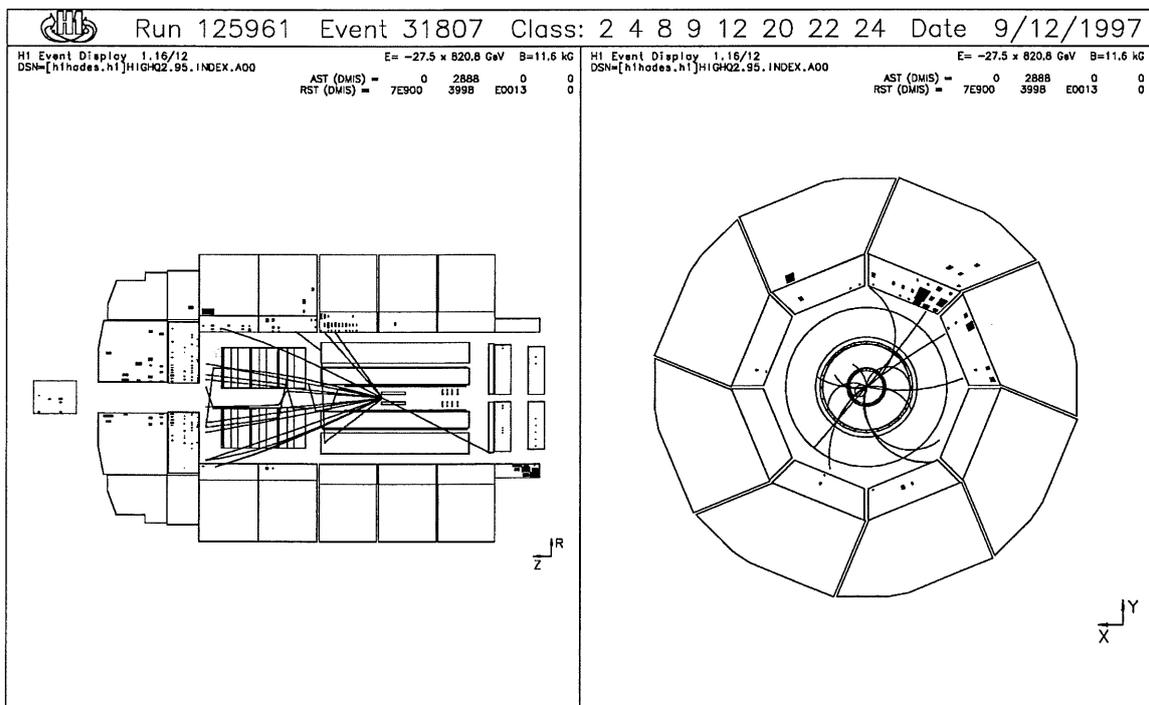
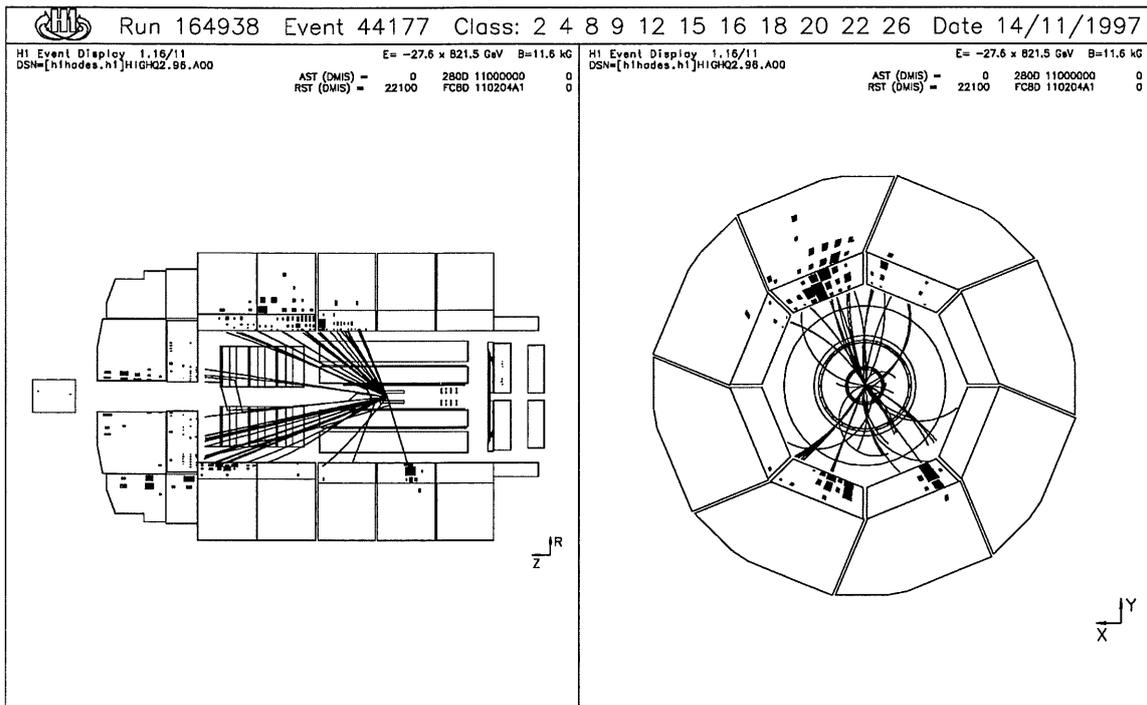


Abbildung 5.2: Zwei Ereignisse im H1-Detektor. Skizziert ist das Spurrkammersystem und das LArC. Die betrachteten Koordinaten sind in jedem Teilbild eingezeichnet. Schwarz markiert sind die Energiedepositionen im LArC. Im oberen Bild ist eine 2-Jet-Struktur zu erkennen. Das Elektron zeigt sich durch Auslösung im elektromagnetischen Teil und nicht im hadronischen Teil des LArC. Im unteren Bild ist die Zuweisung der Cluster zu Jets nicht eindeutig zu erkennen.

## 5.1 Der Kegelalgorithmus

Der Kegelalgorithmus wurde ursprünglich für symmetrische Teilchen-Antiteilchen-Experimente entworfen. In dieser Arbeit wird eine Variante der CDF-Kollaboration aus Proton-Antiproton-Ereignissen verwendet [24]. Dabei werden Kegel gebildet, welche die Teilchen innerhalb des Kegels so zusammenfassen, daß der transversale Energiefluß im Kegel maximal ist. Die beiden unabhängigen Auflösungsparameter sind der halbe Öffnungswinkel des Kegels  $R$  und die minimale transversale Energie innerhalb des Kegels  $\epsilon_{\perp, min}$  im gewählten Bezugssystem. In dieser Arbeit werden die Parameter auf  $R = 1$  und  $\epsilon_{\perp, min} = 5$  GeV fixiert. Für den Fall sich überlappender Kegel ist ein weiterer Parameter, der Überlapp-Quotient  $f_{ovl}$  nötig. Die genaue Definition des Kegelalgorithmus lautet wie folgt:

- Der Impulsvektor jedes Teilchens wird nacheinander als Achse eines Kegels mit halbem Öffnungswinkel  $R$  betrachtet. Die Achse ist durch die Koordinaten  $\eta_K$ , die Pseudorapidity, und  $\phi_K$ , den Azimutwinkel gegeben. Die Pseudorapidity  $\eta$  hängt mit dem Polarwinkel  $\theta$  über die Beziehung  $\eta = -\ln(\tan \frac{\theta}{2})$  zusammen. Alle Teilchen  $i$  innerhalb jedes betrachteten Kegels, d.h. mit  $\sqrt{(\eta_i - \eta_K)^2 + (\phi_i - \phi_K)^2} < R$  werden kombiniert. Das Rekombinationsschema gemäß der verwendeten *Snowmass-Konvention* [25] der Jets lautet:

$$E_{\perp}^{Jet} = \sum_i E_{\perp, i} \quad (5.1)$$

$$\eta^{Jet} = \frac{1}{E_{\perp}^{Jet}} \sum_i E_{\perp, i} \cdot \eta_i \quad (5.2)$$

$$\phi^{Jet} = \frac{1}{E_{\perp}^{Jet}} \sum_i E_{\perp, i} \cdot \phi_i \quad (5.3)$$

Wenn die so gebildete Jetachse und die ursprüngliche Kegelachse nicht übereinstimmen, wird die Jetachse als neue Kegelachse betrachtet und das Verfahren wiederholt. Führt die Iteration irgendwann auf eine Übereinstimmung und sind die innerhalb des Kegels enthaltenen Teilchen nicht bereits Teil eines bereits gefundenen *Proto-Jets*, dann definiert der so erhaltene Jet einen neuen *Proto-Jet*.

- Bilden benachbarte *Proto-Jets* einen Winkel zwischen  $R$  und  $2R$ , wird die Winkelmitte als weitere Kegelachse betrachtet und das eben geschilderte iterative Verfahren angewendet. Diese Vorgehensweise sichert Infrarotstabilität.
- *Proto-Jets* unterhalb der festgelegten transversalen Energieschwelle  $\epsilon_{\perp, min}$  werden verworfen.
- Auf dieser Stufe des Algorithmus können sich die Kegel mehrerer *Proto-Jets* überlappen:
  - Enthält die Überlapp-Region keine Teilchen, werden die *Proto-Jets* beibehalten.

- Liegen die Teilchen eines *Proto-Jets* alle innerhalb eines anderen *Proto-Jets*, wird der erste entfernt.
  - Enthalten zwei *Proto-Jets* gemeinsame Teilchen, wird der Anteil der Energie dieser Teilchen an der Gesamtenergie des Jets geringerer Energie bestimmt. Ist dieser Überlapp-Quotient größer als ein festgelegter Schwellenwert  $f$ , der in dieser Arbeit auf  $f_{ovl} = 0,75$  festgelegt wird, werden die Teilchen der Überlapp-Region dem *Proto-Jet* höherer Energie zugeordnet. Ist diese Quotient kleiner, wird jedes Teilchen dem *Proto-Jet* zugeordnet, der ihm im Winkel am nächsten liegt.
  - Wenn Teilchen innerhalb der Überlapp-Region neu zugewiesen wurden, werden die rekombinierten Größen der betreffenden *Proto-Jets* neu berechnet.
- Erneut werden *Proto-Jets* unterhalb der Energieschwelle  $\epsilon_{L,min}$  entfernt.
  - Die verbleibenden *Proto-Jets* sind die Jets des Ereignisses, wobei nicht notwendigerweise allen Teilchen Jets zugeordnet sind.

E  
V  
V  
M

Di  
sc  
Ve  
ve  
de  
de  
ge  
De  
ha  
du

Di  
NI  
K  
ke  
NI  
de  
de

6

Di  
da

# Kapitel 6

## Vergleich der Daten mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Generatoren

Die Monte-Carlo-Generatoren simulieren die tiefunelastischen Streueignisse einschließlich des Ansprechverhaltens des Detektors <sup>1</sup>. In diesem Kapitel erfolgt ein Vergleich der Daten mit den Generatoren ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 anhand verschiedener Jetvariablen. Übereinstimmung in der Beschreibung der Meßgrößen der Ereignisse ist ein Indiz für eine physikalisch korrekte Beschreibung innerhalb der Generatoren. Es ist allerdings zu beachten, daß sich fehlerhafte Beschreibungen von Teilprozessen der Ereignisse gegenseitig kompensieren können und so auf Detektorniveau trotz dieser Mängel Übereinstimmung erzielt werden kann. Fehlerhafte Modellannahmen in der Beschreibung des partonischen Endzustandes könnten durch ebenfalls fehlerhafte Hadronisationsmodelle kompensiert werden.

Die Daten lassen allein eine Beschreibung der Jetgrößen auf Detektorniveau zu. Die NLO-Vorhersagen dagegen beschreiben das Niveau der Partonen. Die Kenntnis der Korrespondenz zwischen diesen Niveaus durch die Generatoren eröffnet die Möglichkeit, die Daten auf Detektor- und Hadronisationseffekte zu *korrigieren* und mit den NLO-Vorhersagen zu vergleichen. Die Korrektur der Datenverteilungen, die Inhalt der drei folgenden Kapitel ist, macht allerdings eine hinreichend gute Beschreibung der Daten durch die Generatoren erforderlich.

### 6.1 Wahl des Bezugssystems

Die Streueignisse werden im *Breit-Bezugssystem* betrachtet. Im Breit-System hat das Lepton vor und nach der Streuung dieselbe Energie. Der Energieübertrag ist

---

<sup>1</sup>Die Detektorsimulation wird als Bestandteil der Generatoren betrachtet.

dann null; das Photon überträgt nur Dreierimpuls. Durch eine Drehung des Koordinatensystems läßt sich erreichen, daß die Dreierimpulse von Nukleon und virtuellem Photon antiparallel verlaufen. Die Impulsrichtung des Nukleons definiert die positive z-Achse im Breit-System. Vor der Anwendung des Jetalgorithmus werden die Vierervektoren aller Teilchen eines Ereignisses über Lorentz-Transformationen in das Breit-System transformiert. Für die Transformation ins Breit-System genügt die Kenntnis des Viererimpulsübertrags  $q$  des Leptons, der aus der Energie und den Koordinaten des Elektrons bestimmt wird.

Die Wahl des Bezugssystems wirkt sich auf die Untersuchung aus, da der verwendete Kegelalgorithmus von dieser Wahl abhängig ist. Dies läßt bereits der fixierte minimale Transversalimpuls  $\epsilon_{\perp, min}$  (Abschnitt 5.1) im Jetalgorithmus erkennen, durch den in zueinander gedrehten Bezugssystemen andere Teilchen erfaßt werden und damit die Abhängigkeit der Jets und der Jetgrößen vom Bezugssystem deutlich ist. Auch wenn lorentzinvariante Größen wie die invariante Masse zweier Jets betrachtet werden, beziehen sie sich doch auf das Bezugssystem, in dem die Jets gefunden werden. In einem Bezugssystem wie dem Breit-System, in dem das Proton und das virtuelle Photon die Längsachse bilden, müssen sich die Transversalimpulse der gestreuten Teilchen gegenseitig kompensieren<sup>2</sup>. Die Teilchen sind deshalb bezüglich des Azimutwinkels  $\phi$  stärker getrennt und lassen sich vom Kegelalgorithmus besser erfassen. Da die Transversalimpulse der Teilchen im Breit-System nicht vom Transversalimpuls des gestreuten Leptons abhängen, repräsentieren die Transversalimpulse in diesem System unmittelbar eine Eigenschaft zugrundeliegender QCD-Prozesse. Diese Vorzüge motivieren die Wahl dieses Bezugssystems.

## 6.2 Definition der Jetvariablen

Die Jetvariablen, die in dieser Arbeit untersucht werden, sollen im folgenden kurz beschrieben werden. Bis auf die Jetraten  $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$  beziehen sich alle vorgestellten Größen ausschließlich auf 2-Jet-Ereignisse; d.h. diese Größen werden nur dann gebildet, wenn der Jetalgorithmus genau 2 Jets identifiziert hat.

- $\theta_{fwd}$  und  $\theta_{bwd}$   
Mit  $\theta_{fwd}$  ist der kleinere und mit  $\theta_{bwd}$  der größere der Polarwinkel der zwei Jets im Breit-System gemeint.
- $m_{12}$   
Die Größe  $m_{12} = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$  bezeichnet die lorentzinvariante Masse beider Jets und  $p_1$  und  $p_2$  deren Viererimpulse. Bei mehreren Jets ist die Summe entsprechend über die Viererimpulse aller Jets zu bilden.
- $z_p$   
Die Lorentzinvariate  $z_p$  läßt sich im Photon-Parton-Schwerpunktsystem ver-

<sup>2</sup>Das gilt genaugenommen nur, wenn der Transversalimpuls des Protonrests vernachlässigt wird.

anschaulichen. Die Abbildung 6.1 zeigt ein 2-Jet-Ereignis in diesem Bezugssystem<sup>3</sup>.

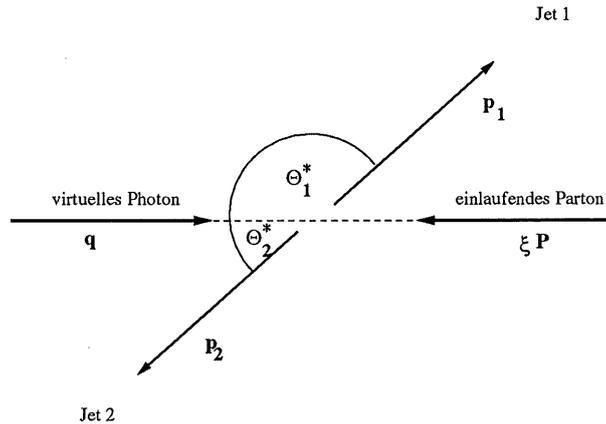


Abbildung 6.1: Ein 2-Jet-Ereignis im Photon-Parton-Schwerpunktsystem mit den Bezeichnungen der Viererimpulse.

Die Größe  $z_p$  hängt mit den Polarwinkeln  $\theta_i^*$  im Photon-Parton-Schwerpunktsystem folgendermaßen zusammen:

$$z_p = \min_{i=1,2} \frac{P \cdot p_i}{P \cdot q} = \min_{i=1,2} \frac{1}{2} (1 - \cos \theta_i^*) \quad (6.1)$$

Die Größe  $P$  bezeichnet den Viererimpuls des Protons und  $q$  den des virtuellen Photons. Da die beiden Jets im Photon-Parton-System entgegengesetzt verlaufen, genügt  $z_p$  um die Polarwinkel beider Jets festzulegen. Zu berechnen ist  $z_p$  über die Variablen im Laborsystem, wenn angenommen wird, daß die Jets masselos sind:

$$z_p = \frac{\min_{i=1,2} E_i (1 - \cos \theta_i)}{\sum_{i=1,2} E_i (1 - \cos \theta_i)} \quad (6.2)$$

Für Ereignisse mit einer beliebigen Anzahl von Jets läßt sich die Größe  $z_p$  leicht verallgemeinern; der Index  $i$  ist über alle Jets zu erstrecken und  $z_p$  entspricht dem minimalen Polarwinkel der Jets bezüglich der Protonrichtung im Photon-Parton-Schwerpunktsystem.

- $x_p$

Die lorentzinvariante Größe  $x_p$  ist folgendermaßen über Bjorken-x definiert:

$$x_p = \frac{x}{\xi} = \frac{Q^2}{2\xi P q} \quad (6.3)$$

<sup>3</sup>Die beiden Jets liegen nur dann in exakt entgegengesetzter Richtung, wenn der Transversalimpuls des Protons vernachlässigt wird und vom Jetalgorithmus die Transversalimpulse der Teilchen vollständig in den Jets aufgenommen werden. Im Kegelalgorithmus werden nicht notwendigerweise alle Teilchen erfaßt, weswegen auch die letzte Bedingung im allgemeinen nicht exakt erfüllt ist.

wobei mit  $\xi$  der Impulsanteil des Partons am Protonviererimpuls  $P$  und mit  $q$  der Viererimpuls des virtuellen Photons bezeichnet wird. Im Photon-Parton-Schwerpunktsystem gilt:  $m_{12}^2 = (p_1 + p_2)^2 = (\xi P + q)^2$ . Für 2-Jet-Ereignisse läßt sich deshalb  $x_p$  über die Größen  $Q^2$  und  $m_{12}$  bestimmen:

$$x_p = \frac{Q^2}{Q^2 + m_{12}^2} \quad (6.4)$$

- $\langle p_{\perp} \rangle$

Diese Variable bezeichnet den mittleren Transversalimpuls der beiden gefundenen Jets:

$$\langle p_{\perp} \rangle = \frac{p_{\perp,1} + p_{\perp,2}}{2} \quad (6.5)$$

- $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$

Diese Raten werden aus der Anzahl der 2- bzw. 3- Jet-Ereignisse und der Gesamtzahl der Ereignisse in Abhängigkeit von  $Q^2$  gebildet. In jedem der hier betrachteten 5 Intervalle:

$$\begin{aligned} 200 \text{ GeV} &< Q_1^2 < 250 \text{ GeV} \\ 250 \text{ GeV} &< Q_2^2 < 400 \text{ GeV} \\ 400 \text{ GeV} &< Q_3^2 < 1000 \text{ GeV} \\ 1000 \text{ GeV} &< Q_4^2 < 3000 \text{ GeV} \\ 3000 \text{ GeV} &< Q_5^2 < 10000 \text{ GeV} \end{aligned}$$

wird die Anzahl der 2- bzw. 3-Jet-Ereignisse, die alle Schnitte erfüllen, durch die Zahl aller DIS-Ereignisse in demselben  $Q^2$ -Intervall dividiert.

## 6.3 Selektion der Daten

Aus den Daten, die in den Jahren 1995 und 1996 im H1-Detektor aufgenommen wurden, werden Ereignisse selektiert, die aus tiefunelastischen Kollisionen hervorgegangen sind. Darüber hinaus sind Untergrundereignisse aus Kollisionen mit Restgasmolekülen im Strahlrohr und dem Strahlrohr selbst auszuschließen. Im folgenden werden die kinematischen Schnitte erläutert, welche die Daten erfüllen müssen:

- Das Ziel dieser Arbeit ist es, Ereignisse bei hohen Impulsüberträgen  $Q^2$  zu untersuchen, d.h. es werden Ereignisse im Bereich

$$200 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 10\,000 \text{ GeV}^2$$

ausgewählt. Dabei wird die Größe  $Q^2$  aus der Energie  $E_e$  und dem Polarwinkel  $\theta_e$  des gestreuten Elektrons gewonnen. Die obere Grenze hat rein technische Gründe.

- Der Polarwinkelbereich des gestreuten Elektrons  $\theta_e$  wird so eingeschränkt, daß der von ihm erzeugte elektromagnetische Schauer vollständig im LArC enthalten ist:

$$10^\circ < \theta_e < 150^\circ$$

- Die Inelasizität  $y$ , die im Proton-Ruhesystem dem relativen Energieübertrag des Elektrons auf das Proton entspricht, wird auf den folgenden Bereich eingeschränkt:

$$0,1 < y < 0,7$$

Kleine Werte von  $y$  führen zu großen Unsicherheiten in der Bestimmung der Kinematik durch die Größen  $E_e$  und  $\theta_e$  und werden deshalb ausgeschlossen. Die Eingrenzung auf  $y < 0,7$  erzwingt einen minimalen Energieübertrag und unterdrückt damit QED-Strahlungskorrekturen wie auch Photoproduktionsergebnisse.

- Zur Vermeidung von Ereignissen, bei denen ein zu großer Teil an Energie in Richtung des einlaufenden Elektrons verloren geht, dient der folgende Schnitt:

$$\sum_i (E_i - p_{z,i}) > 30 \text{ GeV}$$

Dabei ist über alle Cluster im LArC einschließlich des Elektrons zu summieren. Bei idealer Auflösung des Detektors entspricht die Summe der doppelten Energie des einlaufenden Elektrons von 27,5 GeV. Ereignisse, die vermieden werden, sind solche aus Photoproduktion, bei denen das Elektron nicht im zentralen Detektor nachgewiesen wird und in negativer  $z$ -Richtung verloren geht und Kollisionen mit Restgasatomen. Die Summe  $\sum_i (E_i - p_{z,i})$  entspricht bei Streuungen an Restgasatomen etwa der Masse des Kerns, auf den das Proton trifft. Bei den Restgasen handelt es sich hauptsächlich um leichte Atome mit Kernmassen unterhalb 30 GeV. Zusätzlich werden durch diesen Schnitt Ereignisse tiefunelastischer Streuungen verworfen, bei denen das Elektron vor der Streuung kollinear Photonen abstrahlt.

- Ereignisse, bei denen die  $z$ -Koordinate des Streuvertex außerhalb des folgenden Bereichs liegt

$$-25 \text{ cm} < z_{\text{Vertex}} < 35 \text{ cm}$$

werden verworfen. Damit werden Kollisionen mit Restgasatomen und dem Strahlrohr unterdrückt.

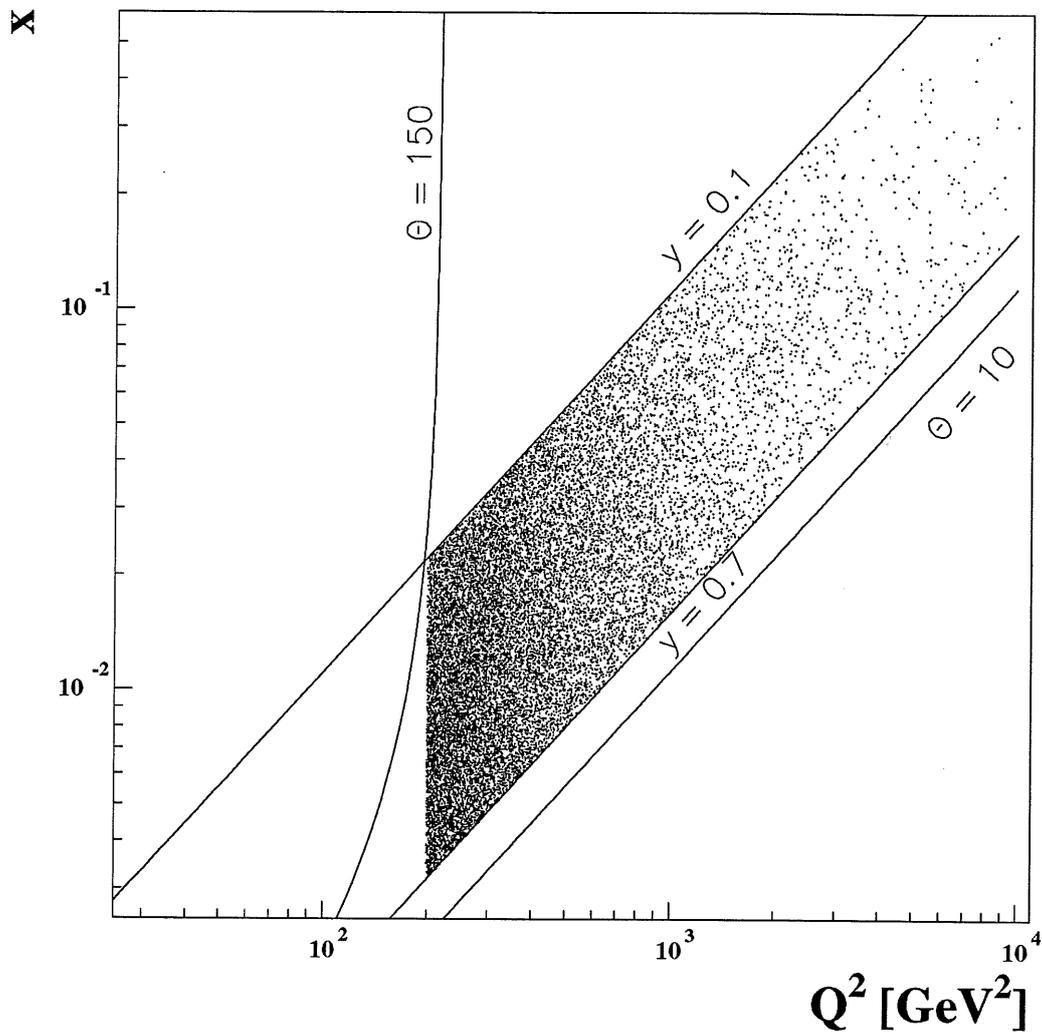


Abbildung 6.2: Darstellung der ausgewählten Ereignisse in der kinematischen Ebene. Eingezeichnet sind auch die Linien, die den jeweiligen kinematischen Schnitten entsprechen. Deutlich zu erkennen ist, daß der Schnitt  $10^\circ < \theta_e < 150^\circ$  bereits durch die anderen Schnitten erfüllt wird.

Nach diesen Schnitten verbleiben 17 649 DIS-Ereignisse, die in die folgende Untersuchung eingehen. Die Abbildung 6.2 zeigt die Verteilung dieser Ereignisse in der kinematischen  $Q^2$ - $x$ -Ebene und die Bereiche der hier vorgestellten kinematischen Schnitte.

## 6.4 Histogramme der Jetvariablen im Vergleich der Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren

In den folgenden Abbildungen 6.3 und 6.4 sind alle Histogramme der Daten und beider Monte-Carlo-Generatoren für die Kombination der Schnitte

$$p_{\perp}^{Jet1} > 7 \quad 10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$$

abgebildet. Der Schnitt  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  bedeutet dabei, daß mindestens einer der Jets diese Schwelle des Transversalimpulses überschreiten muß <sup>4</sup>. Der Schnitt  $10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$  verwirft ein Ereignis, wenn nicht alle Jets innerhalb dieses Polarwinkelbereichs im Laborsystem liegen <sup>5</sup>. Die Rechtfertigung für diese Schnittkombination ergibt sich erst aus der Korrektur auf Hadron- und Partonniveau und dem Vergleich mit den Monte-Carlo-Generatoren (Kapitel 8) und der NLO-Kalkulation DISENT (Kapitel 9) auf diesen Niveaus.

Als systematischer Fehler der Beschreibung der Daten wird die Unsicherheit der Energieskala von hadronischen Schauern im LArC (siehe Abschnitt 1.3) berücksichtigt. Dazu werden die absoluten Energiewerte aller Cluster um  $\pm 4\%$  verschoben und die Berechnung der Verteilungen mit diesen skalierten Energiewerten wiederholt. Die daraus folgenden systematischen Abweichungen in den jeweiligen Verteilungen wird quadratisch zum statistischen Fehler addiert und ergibt so den gesamten Fehler. Die Unsicherheit der Energieskala elektromagnetischer Schauer im LArC wird vernachlässigt. QED-Effekte, z.B. die Abstrahlung eines Photons des einlaufenden Elektrons, könnten durch den Monte-Carlo-Aufsatz DJANGO berücksichtigt werden, betragen aber nur etwa 2% und werden hier auch vernachlässigt. Um die Daten und die Ereignis-Generatoren mit einer unterschiedlichen Anzahl von Ereignissen miteinander vergleichen zu können, werden die Histogramme auf die Gesamtzahl der gemessenen bzw. generierten DIS-Ereignisse  $N_{DIS}$  normiert.

Generell zeigt sich in den Abbildungen 6.3 und 6.4, daß LEPTO die Daten nur mäßig beschreibt, wobei die Jetraten  $R_2(Q^2)$  (g) und  $R_3(Q^2)$  (h) eine deutliche Ausnahme bilden. ARIADNE zeigt im Rahmen der zur Verfügung stehenden Statistik und der systematischen Fehler eine recht gute Beschreibung der Daten, wobei aber die Jetraten durch ARIADNE unzureichend beschrieben werden. Die Modellabhängigkeit der Beschreibung der Daten muß daher als groß angesehen werden.

Die Verteilungen des Vorwärtsjets  $\theta_{fwd}$  (a) und der Variablen  $z_p$  (e) fallen im Bereich kleiner Werte stark ab. Das ist auf den Schnitt  $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$  und die Korrelation von Labor-, Breit- und Photon-Parton-Bezugssystem zurückzuführen. Das Abfallen der Verteilung  $\langle p_{\perp} \rangle$  (f) im ersten Bin ist eine Folge des Schnitts  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  GeV. Ohne diesen Schnitt ist ein steiler Anstieg in dieser Region zu verzeichnen. In der  $x_p$ -Verteilung (c) erscheinen die Ereignisse in LEPTO zu größeren  $x_p$ -Werten hin ver-

<sup>4</sup>Der Parameter  $\epsilon_{\perp, min} = 5$  GeV im Kegelalgorithmus impliziert ein minimales  $p_{\perp} = 5$  GeV aller Jets.

<sup>5</sup>Um einen Schnitt im Laborsystem anwenden zu können, werden die im Breit-System gefundenen Jets ins Laborsystem transformiert.

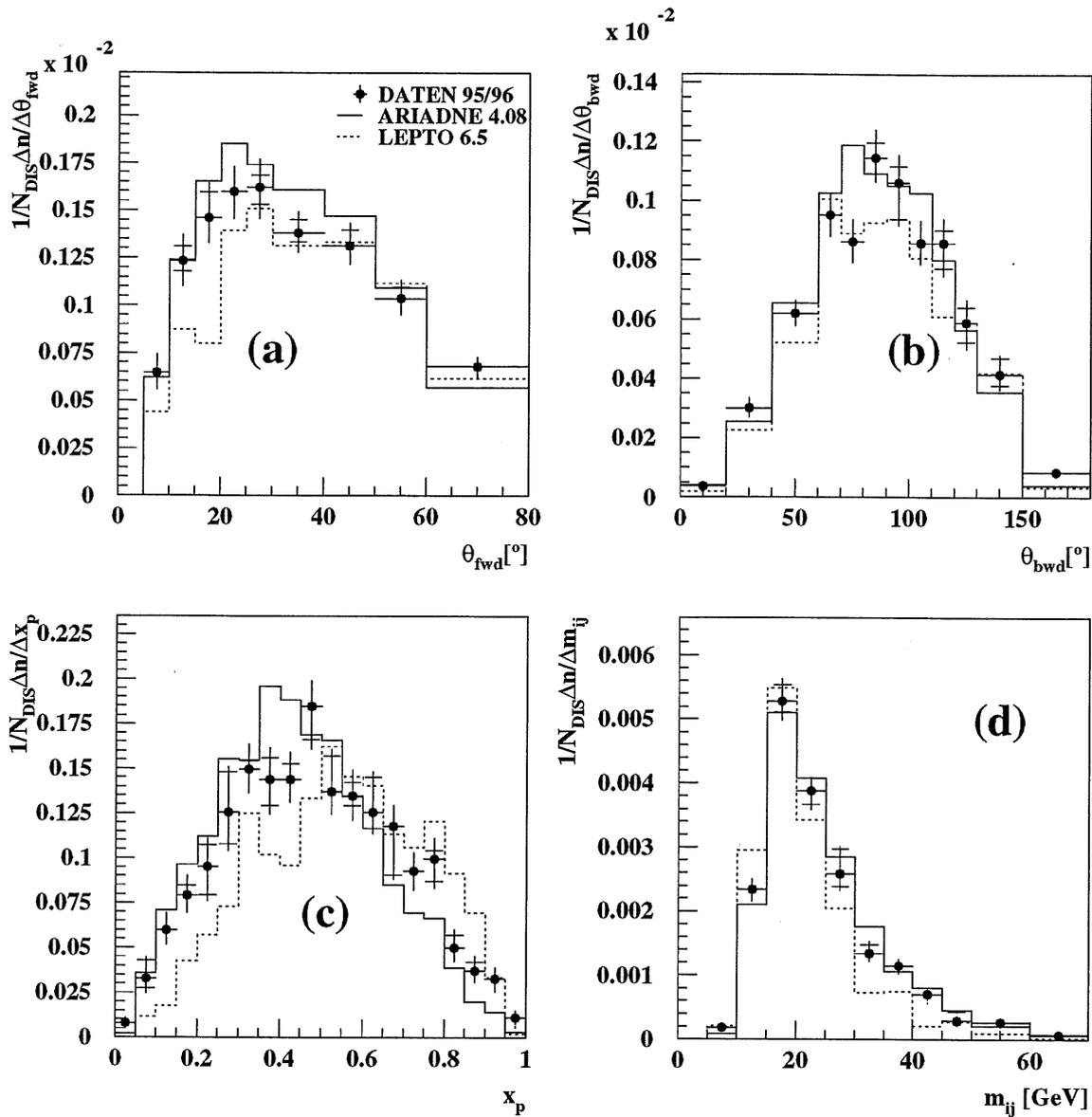


Abbildung 6.3: Vergleich der Daten mit den Generatoren ARIADNE und LEPTO einschließlich Detektorsimulation. Der systematische Fehler der Daten ist durch einen kleinen horizontalen Balken gekennzeichnet. Der gesamte Fehler ist durch die vertikale Linie durch die Datenpunkte gegeben. Alle Ereignisse müssen die Schnitte  $p_{\perp}^{\text{Jet1}} > 7 \text{ GeV}$  und  $10^\circ < \theta_{\text{Jet}}^{\text{LAB}} < 140^\circ$  erfüllen. Dargestellt sind die 2-Jet-Größen  $\theta_{\text{fwd}}$  (a),  $\theta_{\text{bwd}}$  (b),  $x_p$  (c) und  $m_{ij}$  (d).

setzt. Dieses Verhalten ist konsistent mit der Analyse bei hohen Impulsüberträgen  $Q^2$  mit dem JADE-Jetalgorithmus im Laborsystem [34]. Die Schwankungen der Werte des Modells ARIADNE in der  $z_p$ -Verteilung um die Werte der Daten sind innerhalb der hier verwendeten geringen Statistik kaum zu deuten. LEPTO liegt allerdings bei kleinen  $z_p$ -Werten zu tief. Die 2-Jet-Rate  $R_2(Q^2)$  in Histogramm (g) wird durch ARIADNE als nahezu konstant über die Bins in  $Q^2$  generiert. Der ge-

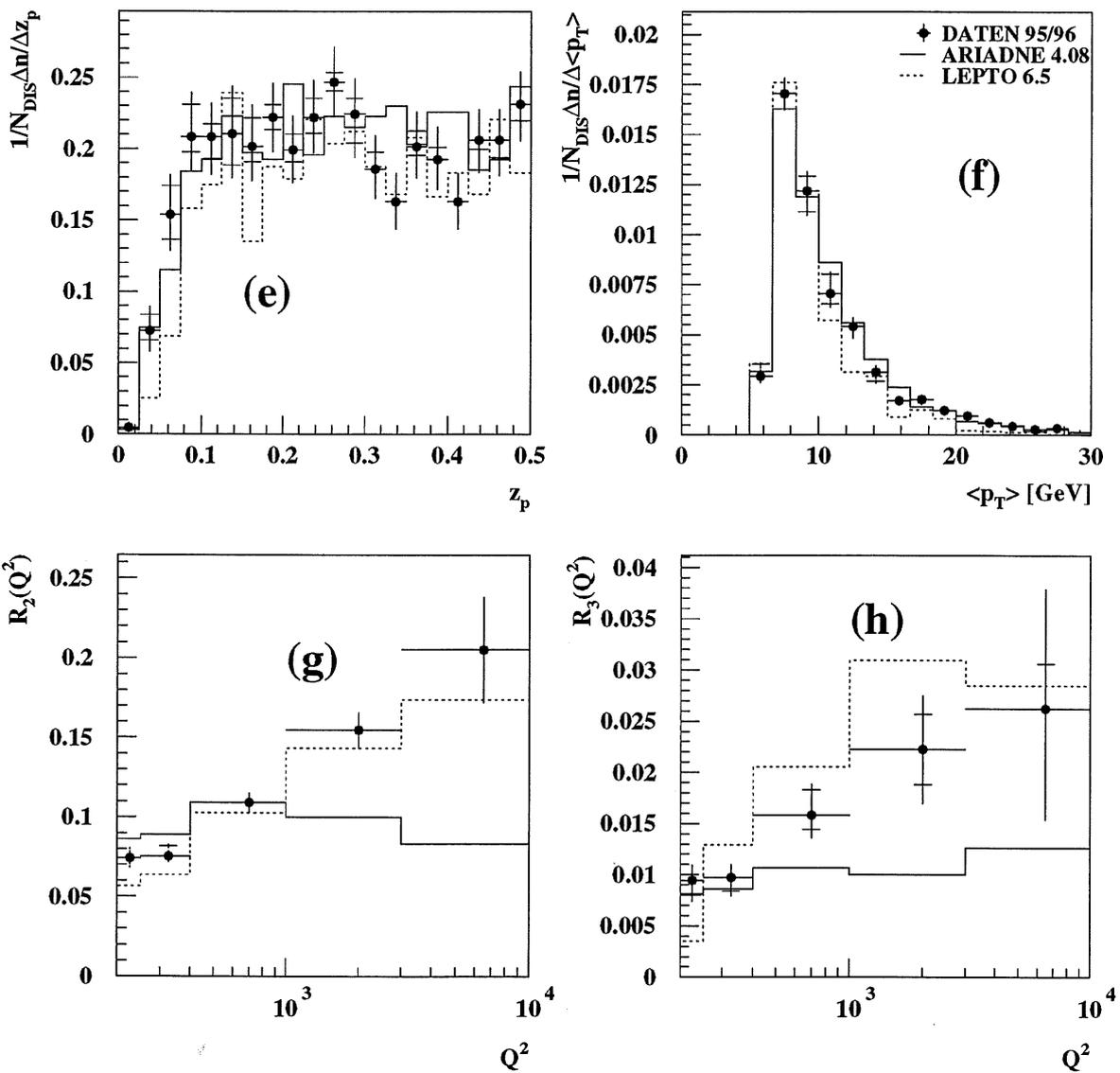


Abbildung 6.4: Weitere 2-Jet-Größen  $z_p$  (e) und  $\langle p_{\perp} \rangle$  (f). Die Abbildung (g) zeigt die 2-Jet-Rate  $R_2(Q^2)$  und (h) die 3-Jet-Rate  $R_3(Q^2)$ .

messene Anstieg der 2- und 3-Jet-Raten wird bemerkenswerterweise von LEPTO im Rahmen der Statistik beschrieben.

## 6.5 Auswirkung der Schnitte auf den Vergleich der Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren

Der Vergleich der Daten mit den Generatoren erfolgt unter dem Gesichtspunkt, Schnitte ausfindig zu machen, welche die Übereinstimmung der Modelle mit den Daten in der Beschreibung der Jetgrößen maximieren und damit eine geringe Unsicherheit bei der Korrektur der Daten gewährleisten sollten. Gleichzeitig soll eine möglichst kleine Menge von DIS-Ereignissen verworfen werden.

Im folgenden soll systematisch die Auswirkung der Schnitte auf den Vergleich der Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren untersucht werden. Als quantitatives Maß für die Güte eines Vergleichs einer Verteilung wird die Größe  $\chi^2$  gewählt:

$$\chi^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i^{\text{Daten}} - x_i^{\text{MC}})^2}{\sigma_{i,\text{Daten}}^2 + \sigma_{i,\text{MC}}^2} \quad (6.6)$$

Die Summe ist über alle Bins  $i$  des Histogramms der jeweiligen Verteilung zu bilden,  $x_i$  bezeichnet die Zahl der Einträge des  $i$ -ten Bins und die Größe  $\sigma_i$  bezeichnet den statistischen Fehler dieses Bins. Um von der Wahl der Anzahl der Bins unabhängig zu sein, wird das  $\chi^2$  auf die Anzahl der Bins  $n$ , entsprechend der Anzahl der Freiheitsgrade, normiert.

Die Tabelle 6.1 zeigt die normierten  $\chi^2$ -Werte der Vergleiche der Daten mit den beiden Monte-Carlo-Generatoren für alle in Abschnitt 6.2 eingeführten Jetvariablen. Zusätzlich wurde die Anzahl der nach den angewendeten Schnitten verbleibenden 2-Jet-Ereignisse der Daten eingetragen.

Im folgenden sollen die gewählten Schnitte kurz vorgestellt werden: Der Schnitt in  $m_{12}$  fordert eine minimale invariante Masse beider Jets. Der Schnitt  $p_{\perp}^{\text{Jet1}} > 7$  GeV wurde bereits im Abschnitt 6.4 eingeführt. Daneben wird der Polarwinkel der Cluster und Jets im Laborsystem  $\theta_{\text{Cluster}}^{\text{LAB}}$  sowie  $\theta_{\text{Jet}}^{\text{LAB}}$  und im Breitsystem  $\theta_{\text{Jet}}^{\text{BREIT}}$  als Kriterium für die Auswahl der Ereignisse benutzt. Cluster, die unterhalb des angegebenen Polarwinkels liegen, werden ignoriert; die Jet-Schnitte verwerfen das gesamte Ereignisse, wenn nicht alle Jets den angegebenen Winkel überschreiten. Zusätzlich wird der Schnitt  $z_p > 0,1$  angewendet, der einem minimalen Polarwinkel bezüglich des einlaufenden Partons im Photon-Parton-Schwerpunktsystem entspricht.

In der rechten Spalte der Tabelle ist die Summe der  $\chi^2$ -Werte aller betrachteten Verteilungen eingetragen. Allgemein läßt die Tabelle erkennen, das ARIADNE die Daten deutlich besser beschreibt als LEPTO. Eine Ausnahme bilden die 2- und 3-Jetraten als Funktion von  $Q^2$ , die durch LEPTO ohne die Anwendung weiterer Schnitte besser beschrieben werden. Dies bestätigt die Untersuchungen von (2+1)-Jetraten mit dem JADE-Jetalgorithmus [33].

Die Beschreibung durch LEPTO verbessert sich erheblich durch einen Schnitt im Polarwinkel des Detektors:  $\theta_{\text{Jet}}^{\text{LAB}} > 10^\circ$  (Vergleiche die Zeilen 1 mit 5), im Polarwinkel des Breit-Systems:  $\theta_{\text{Jet}}^{\text{BREIT}} > 10^\circ$  und im Polarwinkel des Photon-Parton-

Schwerpunktsystems:  $z_p > 0,1$  (Vergleiche die Zeile 1 mit 5, 6, 7). Dies läßt sich deuten als eine schlechte Beschreibung von LEPTO im Vorwärtsbereich; dabei sind alle drei Bezugssysteme miteinander korreliert.

Die  $\chi^2$ -Werte im Vergleich zum Generator ARIADNE lassen erkennen, daß durch die hier vorgestellten Schnitte keine erheblichen Verbesserungen zu erzielen sind. Allein der Schnitt  $m_{12} > 20$  GeV auf Kosten von 42% der Ereignisse führt zu einer leichten Verbesserung der Beschreibung (Vergleiche die Zeile 1 mit 2, 3). Der Generator LEPTO verhält sich gegensätzlich; die Schnitte  $m_{12} > 15$  GeV und  $m_{12} > 20$  GeV verschlechtern die Beschreibung deutlich (Vergleiche die Zeile 1 mit 2, 3). Der asymmetrische Schnitt  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  GeV ist bei beiden Generatoren relativ erfolglos (Vergleiche die Zeilen 1 mit 4). Ebenso bringt der Cluster-Schnitt  $\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$  in Verbindung mit dem Laborschnitt  $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$  keine deutlichen Veränderungen mit sich (Vergleiche die Zeilen 8 mit 11).

DATEN/ARIADNE 4.08											
Zeile	Schnitte	Ereignisse	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\bar{p}_\perp$	$R_2$	$R_3$	$\Sigma$
1	-	2901	1.95	2.46	1.98	1.56	2.21	1.18	7.56	1.98	20.90
2	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	2368	2.18	2.14	2.01	1.62	2.48	1.15	7.30	1.98	20.87
3	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	1679	2.62	1.73	1.20	1.64	2.22	1.59	5.27	2.03	18.30
4	$p_\perp^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	2404	1.73	2.33	2.26	1.44	2.38	1.11	8.09	2.12	21.46
5	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1995	1.47	2.07	3.01	2.19	1.02	1.48	7.25	3.81	22.30
6	$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^\circ$	2467	1.48	2.39	2.44	1.38	1.87	1.30	8.54	2.25	21.63
7	$z_p > 0,1$	2188	1.99	1.92	2.52	1.80	1.49	1.22	7.19	3.17	21.31
8	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$	1571	1.73	2.00	2.32	1.67	1.28	1.23	7.46	3.81	21.50
9	$10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$ $p_\perp^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	1644	1.53	2.42	3.20	1.76	1.28	1.17	8.29	3.09	22.75
10	$z_p > 0,1$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1315	2.06	1.92	2.37	2.21	1.33	1.36	7.32	4.49	23.05
11	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1851	1.88	1.70	2.64	1.77	1.77	1.40	8.68	2.67	22.51
12	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1215	1.69	1.85	1.71	1.89	1.71	1.96	7.24	2.68	20.73

DATEN/LEPTO 6.5											
Zeile	Schnitte	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\bar{p}_\perp$	$R_2$	$R_3$	$\Sigma$	
1	-	3.73	3.28	12.25	20.05	5.87	9.24	1.74	1.25	57.42	
2	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	6.87	6.47	10.30	18.36	5.32	7.36	9.48	1.25	65.41	
3	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	11.24	9.00	9.80	20.32	7.25	8.46	18.72	1.34	86.13	
4	$p_\perp^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	5.46	5.17	10.17	15.32	4.57	8.18	4.65	1.03	54.54	
5	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	2.82	1.66	7.40	9.94	3.05	5.90	2.43	3.91	37.11	
6	$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^\circ$	2.59	2.33	9.77	13.92	3.54	7.42	0.93	1.02	41.50	
7	$z_p > 0,1$	1.62	2.38	7.34	11.90	1.79	9.00	1.24	3.39	38.66	
8	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$	4.95	4.15	6.42	9.03	3.35	5.26	8.03	3.91	45.10	
9	$10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$ $p_\perp^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	3.37	2.95	6.06	7.50	2.42	4.86	3.67	4.06	34.89	
10	$z_p > 0,1$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	3.93	2.82	4.23	6.33	1.88	4.48	4.53	6.07	34.27	
11	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	4.18	4.22	6.82	12.10	3.71	6.96	7.34	0.92	46.25	
12	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	8.94	7.13	6.21	13.30	5.29	9.37	14.73	1.01	65.97	

Tabelle 6.1:  $\chi^2$ -Werte gebildet zwischen den angegebenen Verteilungen der Daten und der Monte-Carlo-Generatoren ARIADNE (oben) und LEPTO (unten). Die  $\chi^2$ -Werte sind auf die Anzahl der Bins der entsprechenden Verteilung normiert. In die dritte Spalte im oberen Teil der Tabelle ist die Zahl der aufgrund der Schnitte verbleibenden 2-Jet-Ereignisse der Daten eingetragen.

# Kapitel 7

## Korrekturmethoden

Einer direkten Messung zugänglich sind ausschließlich Detektorobjekte, d.h. rekonstruierte Spuren geladener Teilchen und Energiedepositionen im Kalorimeter. Von den theoretischen QCD-Vorhersagen wie dem NLO-Programm DISENT werden jedoch die Partonen beschrieben. Die Monte-Carlo-Generatoren beschreiben sowohl die Partonen, über Hadronisationsmodelle die Hadronen und über zusätzliche Detektorsimulationen die Detektorobjekte. Die Korrelationen zwischen den Niveaus lassen sich für eine gegebene Verteilung aus den Monte-Carlo-Generatoren gewinnen. Angewendet auf eine Verteilung der Daten lassen sich Detektoreffekte *korrigieren* und die Beschreibung der korrigierten Daten direkt den Vorhersagen der Generatoren gegenüberstellen. Dies ist Inhalt des Kapitels 8. Entsprechend läßt die Kenntnis der Korrelationen zwischen Hadron- und Partonniveau eine Korrektur der Hadronisationseffekte der Datenverteilungen zu. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Datenverteilungen den Vorhersagen der perturbativen Modelle gegenüberzustellen. Die Korrektur auf Partonniveau und ein Vergleich mit den Vorhersagen der Modelle erfolgt in Kapitel 9. Die korrigierten Datenverteilungen sind vom Monte-Carlo-Modell abhängig, das zur Korrektur verwendet wird. Die Korrelationen lassen sich experimentell nicht überprüfen. Aus diesem Grund bedeutet eine große Modellabhängigkeit auch eine große Unsicherheit in der Beschreibung korrigierter Verteilungen. Ein Mittel, um die Korrekturen möglichst gering zu halten, ist die Betrachtung von Jetgrößen: Jets sind Objekte, die so definiert sind, daß eine möglichst enge Korrelation zwischen den Niveaus besteht (siehe Kapitel 5). Andererseits lassen sich durch geeignete Schnitte die Korrelationen zwischen den Niveaus der Generatoren verbessern.

In diesem Kapitel werden drei Methoden zur Korrektur vorgestellt, die *Korrekturfaktormethode*, die *Matrixkorrektur* und eine Modifikation der Matrixkorrektur mit einer *Vor- und Nachkorrektur*.

## 7.1 Korrekturfaktormethode

Die einfachste Methode, eine Verteilung von Niveau  $A$  auf Niveau  $B$  zu korrigieren ist die *Korrekturfaktormethode*. Für eine gegebene als Histogramm vorliegende Verteilung  $x$  werde der Inhalt des  $i$ -ten Bins mit  $x_i$  bezeichnet. Der Korrekturfaktor des Bins  $i$  ist definiert als das Verhältnis der Bininhalte  $x_i^{B,MC}$  und  $x_i^{A,MC}$  der entsprechenden Monte-Carlo-Verteilung

$$f_i = \frac{x_i^{B,MC}}{x_i^{A,MC}}. \quad (7.1)$$

Angewendet auf die zu korrigierende Verteilung  $x$  mit identischer Aufteilung der Bins, typischerweise die gemessene Datenverteilung auf Detektorniveau, folgen die korrigierten Werte jedes Bins  $i$ :

$$x_i^{B,korrigiert} = f_i \cdot x_i^{A,gemessen}. \quad (7.2)$$

Das folgende Beispiel zeigt die Gewinnung der Korrekturfaktoren für die Korrektur der Daten auf Detektoreffekte. In Abbildung 7.1 sind die Verteilungen der Jetgröße  $x_p$  auf Detektor- und Hadronniveau und die entsprechenden Korrekturfaktoren graphisch dargestellt.

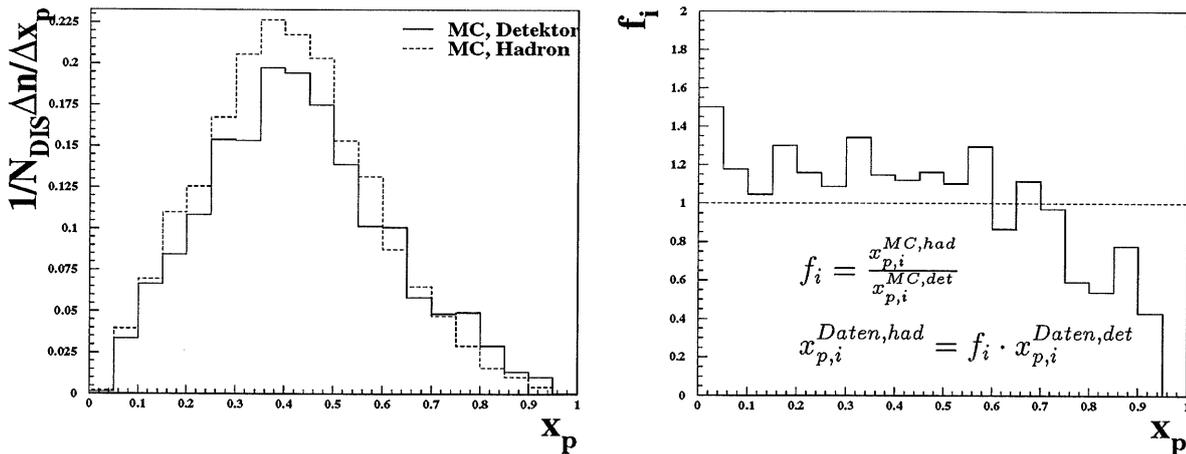


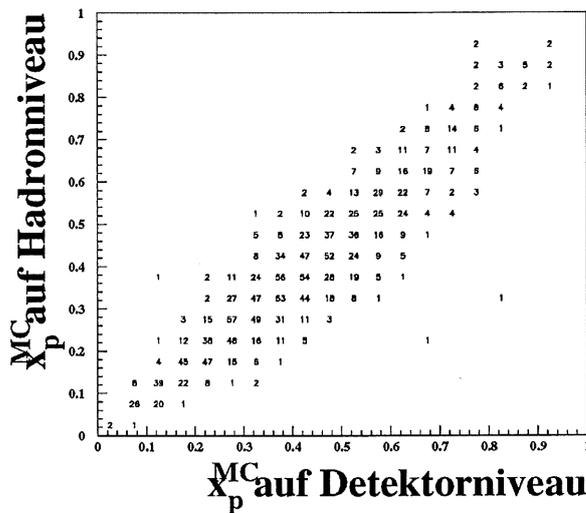
Abbildung 7.1: Die Korrekturfaktormethode am Beispiel der Jetgröße  $x_p$  zur Korrektur der Daten auf das Hadronniveau. Im linken Histogramm sind die Verteilungen von ARIADNE 4.08 auf Detektor- und Hadronniveau abgebildet. Rechts sind die entsprechenden Korrekturfaktoren graphisch dargestellt.

Entsprechend ist zu verfahren, wenn die Daten auf das Niveau der Partonen oder die NLO-Vorhersagen auf ein anderes Niveau korrigiert werden sollen. Der statistische

Fehler der korrigierten Verteilung läßt sich aus der Fehlerfortpflanzung der Gleichung 7.1 gewinnen. Die Korrekturfaktormethode ist zwar sehr einfach, vernachlässigt aber Migrationen zwischen den Bins einer Verteilung.

## 7.2 Matrixmethode

Mit Hilfe der *Matrixmethode* [35] wird versucht, eine genauere Beschreibung der Korrespondenz einer Verteilung zwischen zwei Niveaus eines Monte-Carlo-Generators zu erzielen. In einer Matrix  $M$  werden explizit die *Migrations* zwischen verschiedenen Bins beim Übergang vom Niveau  $A$  zum Niveau  $B$  berücksichtigt; das Matrixelement  $m_{ij}$  enthält die Anzahl der Ereignisse, die von Bin  $i$  des Niveaus  $A$  zu Bin  $j$  des Niveaus  $B$  migrieren. Dies ist in Abbildung 7.2 wieder anhand der Variablen  $x_p$  zwischen Detektor- und Hadronniveau demonstriert.



$$x_{p,i}^{Daten, had} = \sum_j \rho_{ij} \cdot x_{p,j}^{Daten, det}$$

Abbildung 7.2: Die Matrix enthält die Information der Migrationen. Eingetragen sind in diesem Beispiel alle 2-Jet-Ereignisse der Verteilung  $x_p$  des Monte-Carlo-Generators ARIADNE 4.08, die auf Hadron- und Detektorniveau die Schnitte passiert haben. Rechts ist die Anwendung der Matrix auf die Verteilung der Daten angeschrieben.

Nachdem die Spalten dieser Matrix  $M_{ij}$  auf alle enthaltenen Einträge normiert wurden,

$$M \rightarrow \bar{M} : m_{ij} \mapsto \rho_{ij} = \frac{m_{ij}}{\sum_j m_{ij}} \quad (7.3)$$

lassen sich die Matrixelemente  $\rho_{ij}$  als Wahrscheinlichkeit *eines* Ereignisses interpretieren, von Bin  $i$  des Niveaus  $A$  zu Bin  $j$  des Niveaus  $B$  der gewählten Verteilung zu

migrieren. Die Transformation der gemessenen Verteilung auf das zu korrigierende Niveau erfolgt nun über Matrizenmultiplikation:

$$x_i^{B,korrigiert} = \sum_j \rho_{ij} \cdot x_j^{A,gemessen} \quad (7.4)$$

Im obigen Beispiel der Abbildung 7.2 beschreibt die Matrix die Transformation vom Detektor- zum Hadronniveau; diese Richtung läuft entgegen der physikalischen Entwicklung der Ereignisse. Physikalisch einsichtiger wäre es, die Matrix der Transformation vom Hadron- zum Detektorniveau dem Monte-Carlo zu entnehmen und diese Matrix zu invertieren. Die Inversion der Matrix führt allerdings zu mathematischen Schwierigkeiten, solange nicht Monte-Carlo-Generatoren mit extrem hoher Statistik zur Verfügung stehen [35]. Aus diesem Grund wird hier immer die Matrix direkt in der gewünschten Transformationsrichtung in Gleichung 7.4 verwendet. Aufwendigere Verfahren zur Korrektur, wie das Entfaltungsverfahren von [36], umgehen diese Schwierigkeit und berücksichtigen darüber hinaus auch die Fehler der Verteilungen.

### 7.3 Matrixmethode mit Vor- und Nachkorrektur

Die Matrixmethode beschreibt die Korrespondenz zweier Niveaus nur dann vollständig, wenn alle Ereignisse auf beiden Niveaus die Schnitte erfüllen und in die jeweiligen Verteilungen eingehen. Nicht berücksichtigt werden Ereignisse, welche die angewendeten Schnitte auf nur einem Niveau passieren. So lassen sich etwa bei der 2-Jet-Verteilung  $x_p$  Ereignisse vorstellen, bei denen beide Jets zwar auf Hadronniveau die minimale  $p_{\perp}$ -Grenze des Kegelalgorithmus passiert haben, jedoch auf Detektorniveau einer oder beide Jets diese Grenze nicht überschreiten. Das Ereignis geht in die Hadronverteilung als 2-Jet-Ereignis ein, erscheint aber nicht auf Detektorniveau.

Auf den ersten Blick ließe sich vermuten, daß solche Ereignisse durch andere kompensiert werden, die im beschriebenen Beispiel auf Detektorniveau erscheinen, aber einen Schnitt auf Hadronniveau nicht erfüllen. Doch existieren neben diesen Fluktuationen von einem Niveau zum anderen auch systematische Effekte. Ein typisches Beispiel läßt sich konstruieren, wenn angenommen wird, daß von einem Niveau zum anderen ein Zuwachs des Transversalimpulses zu verzeichnen wäre. Zur Illustration dieses Sachverhalts dient die Abbildung 7.3. Die Matrix beschreibt die Migrationen der  $x_p$ -Verteilung vom Detektor- zum Hadronniveau. Oberhalb der Matrix ist die Monte-Carlo-Verteilung auf Detektorniveau und links von der Matrix das Histogramm auf Hadronniveau eingezeichnet. Die schraffierten Bereiche kennzeichnen jeweils die Ereignisse, die auf beiden Niveaus, also auch in der Matrix, enthalten sind. Die Summe der Spalten der unnormierten Matrix ergibt die schraffierten Werte im darüberliegenden und die Summe der Zeilen die schraffierten Werte im links liegenden Histogramm. In die beiden Histogramme sind die auf jedem Niveau insgesamt erscheinenden Ereignisse zusätzlich nicht schraffiert eingezeichnet. An den



Um auch diese Ereignisse zu berücksichtigen, wird die Matrixkorrektur auf drei Schritte erweitert. Dies ist im folgenden anhand der Korrektur einer beliebigen Datenverteilung  $x$  vom Detektor- zum Hadronniveau demonstriert:

- **Vorkorrektur**

Aus der Spaltensumme  $\sum_i m_{ij}$  und dem zugehörigen Histogrammwert auf Detektorniveau  $x_j^{MC, det}$  wird der Anteil der Ereignisse in jedem Bin  $j$  bestimmt, der nur auf dem Ausgangsniveau, im Beispiel auf dem Detektorniveau, erscheint. Dieser Anteil wird von der zu korrigierenden Verteilung, hier den Daten, abgezogen:

$$\bar{x}_j^{Daten, det} = x_j^{Daten, det} - x_j^{Daten, det} \cdot \frac{x_j^{MC, det} - \sum_i m_{ij}}{x_j^{MC, det}} \quad (7.5)$$

- **Matrixkorrektur**

Nach der erfolgten Vorkorrektur verbleiben nur Ereignisse, die durch die Matrix beschrieben werden. Wie im letzten Abschnitt erfolgt jetzt die Matrixkorrektur mit den auf die Spalten normierten Matrixelementen:

$$\bar{x}_i^{Daten, had} = \sum_j \rho_{ij} \cdot \bar{x}_j^{Daten, det} \quad (7.6)$$

- **Nachkorrektur**

Im letzten Schritt wird aus der Zeilensumme  $\sum_j m_{ij}$  und dem zugehörigen Histogrammwert auf Hadronniveau  $x_i^{MC, had}$  der Anteil bestimmt, der nur auf dem zu korrigierenden Niveau, hier dem Hadronniveau, erscheint. Dieser Anteil wird zu der mit der Matrix transformierten Verteilung addiert:

$$x_i^{Daten, had} = \bar{x}_i^{Daten, had} + \bar{x}_i^{Daten, had} \cdot \frac{x_i^{MC, had} - \sum_j m_{ij}}{\sum_j m_{ij}} \quad (7.7)$$

In der Abbildung 7.4 wurden am Beispiel der Größe  $x_p$  die Verteilung der Daten unter Anwendung der in diesem Kapitel vorgestellten Korrekturmethode auf das Hadronniveau korrigiert. Die Korrekturfaktormethode und die Matrixmethode einschließlich Vor- und Nachkorrektur liefern eine vergleichbare Beschreibung des Hadronniveaus. Die Berücksichtigung der Migrationen führt zu geringeren Schwankungen in der korrigierten Verteilung. Die Matrixmethode ohne Vor- und Nachkorrektur unterscheidet sich deutlich von den beiden anderen Methoden. Diese Methode erfasst nicht die vom Monte-Carlo beschriebene systematische Anhebung der Verteilung  $x_p$  vom Detektor- zum Hadronniveau. In der folgenden Analyse wird für alle Korrekturen die Matrixmethode einschließlich Vor- und Nachkorrektur angewendet.

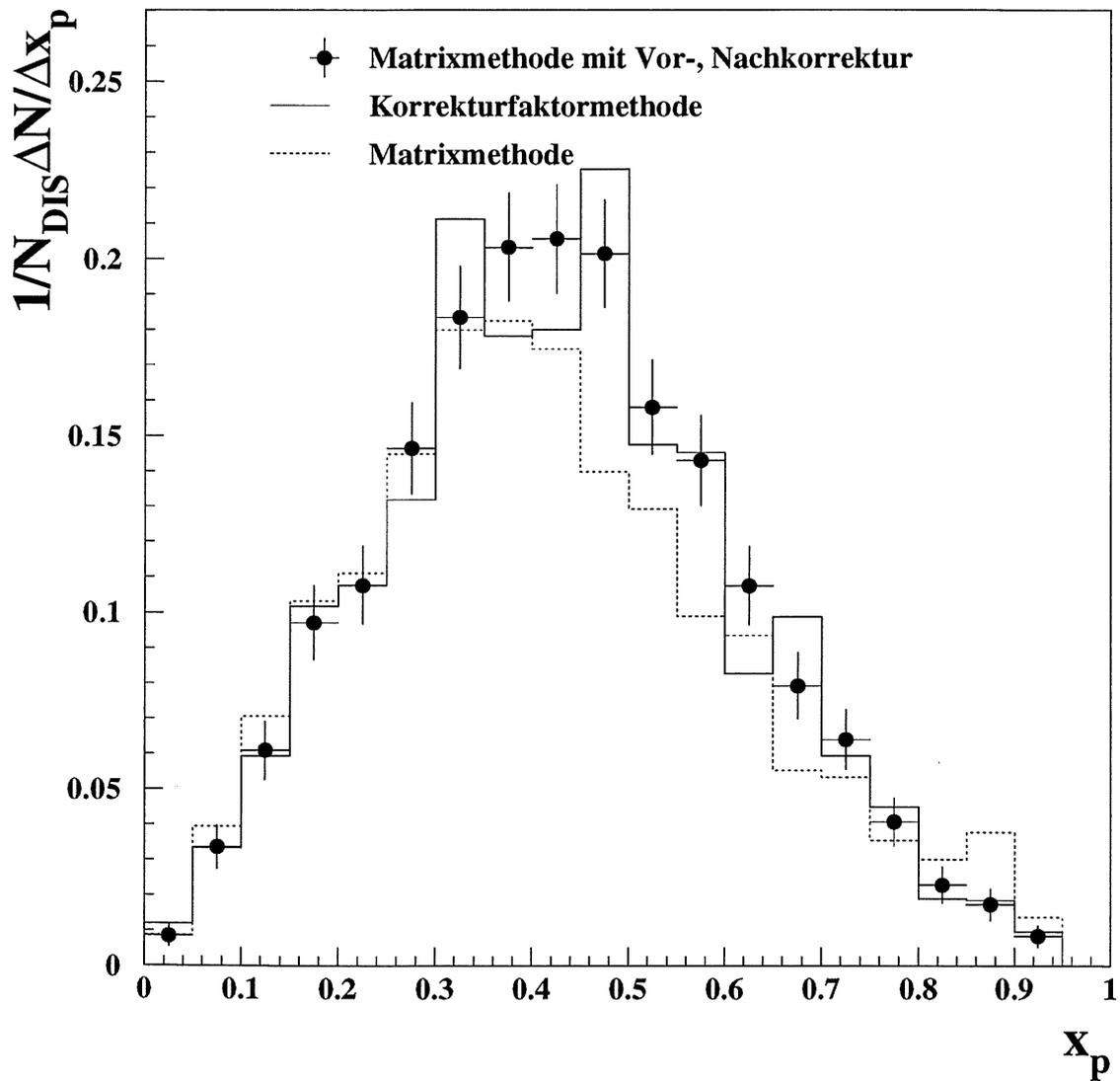


Abbildung 7.4: Ein Vergleich der in diesem Kapitel vorgestellten Korrekturmetho-  
den. Dargestellt ist die Korrektur der  $x_p$ -Verteilung der Daten auf das Hadronniveau  
mit dem Monte-Carlo-Generator ARIADNE 4.08.



# Kapitel 8

## Korrektur der Daten auf Detektoreffekte

Nach den Überlegungen im letzten Kapitel zu den Korrekturmethode erfolgt nun die Korrektur der Detektoreffekte der Daten mit der Matrixmethode einschließlich Vor- und Nachkorrektur. Für alle Schnitte und Schnittkombinationen in der Ereignismenge, die im Kapitel 6 zum Vergleich der Daten mit den Generatoren eingeführt werden, erfolgt die Korrektur für alle dort ebenfalls eingeführten Jetgrößen. Verglichen werden die auf Detektoreffekte korrigierten Daten mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Generatoren ARIADNE 4.08 und LEPTO 6.5 auf Hadronniveau.

### 8.1 Auswirkung der Schnitte auf den Vergleich der korrigierten Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren

Entsprechend zum Vergleich auf Detektorniveau (siehe Abschnitt 6.5) zeigt die Tabelle 8.1 die  $\chi^2$ -Werte der Gegenüberstellung der korrigierten Datenverteilungen zu den Generatoren auf Hadronniveau. Im oberen Teil der Tabelle sind die  $\chi^2$ -Werte aus den mit ARIADNE korrigierten Datenverteilungen und Vorhersagen des Hadronniveaus durch diesen Generator eingetragen. Der untere Teil zeigt die mit LEPTO korrigierten Verteilungen im Vergleich zu den Vorhersagen dieses Generators. In die  $\chi^2$ -Werte gehen ausschließlich die statistischen Fehler der Daten und der Generatoren ein.

Eine Besonderheit ist bei der Korrektur der Jetraten  $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$  zu beachten. Die Jetraten hängen von der Zahl der Jets *und* dem Viererimpulsübertrag  $Q^2$  ab. Um dies zu illustrieren, ist die Zahl der Ereignisse mit  $n$  Jets als Funktion von  $Q^2$  für das Hadronniveau von ARIADNE in Abbildung 8.1 eingetragen.

Die 2-Jetraten entspricht der Zeile der 2-Jet-Ereignisse; normiert auf die Gesamtzahl der DIS-Ereignisse. Auf Detektorniveau läßt sich das analoge zweidimensionale Histogramm bilden.

DATEN/ARIADNE 4.08										
Zeile	Schnitte	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$	$R_2$	$R_3$	$\Sigma$
1	-	0.74	1.20	1.03	0.20	1.07	0.24	4.87	1.25	10.61
2	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	1.09	0.99	1.00	0.24	1.57	0.25	4.81	1.29	11.23
3	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	1.54	0.96	0.64	0.18	1.75	0.52	3.59	1.21	10.39
4	$p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	0.77	0.85	1.05	0.12	1.04	0.09	5.53	1.59	11.03
5	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	0.79	0.84	2.03	0.98	0.26	0.55	5.09	1.35	11.89
6	$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^\circ$	0.56	0.93	1.43	0.43	0.73	0.26	5.24	0.74	10.31
7	$z_p > 0,1$	1.38	0.98	1.57	0.71	0.23	0.22	5.12	0.37	10.58
8	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$	1.23	0.81	1.25	0.53	0.49	0.36	4.87	1.37	10.91
9	$10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$ $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	1.08	0.81	1.93	0.54	0.28	0.31	5.65	1.27	11.86
10	$z_p > 0,1$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1.54	0.90	1.34	0.91	0.42	0.48	5.06	1.19	11.83
11	$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1.55	0.95	1.67	0.78	0.71	0.47	5.56	0.99	12.68
12	$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	1.66	1.22	1.37	1.13	0.98	1.13	4.70	0.99	13.17

DATEN/LEPTO 6.5										
Zeile	Schnitte	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$	$R_2$	$R_3$	$\Sigma$
1	-	2.74	1.69	11.80	17.38	4.90	6.20	1.90	0.52	47.14
2	$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	6.69	5.52	10.38	17.46	5.80	6.13	5.94	0.70	58.64
3	$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	13.33	11.40	11.20	20.50	8.33	8.54	12.14	1.19	86.62
4	$p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	4.41	3.21	10.80	14.03	4.43	5.76	4.77	0.88	48.28
5	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	2.00	0.88	6.26	7.87	1.18	4.30	1.26	0.54	24.30
6	$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^\circ$	1.37	0.78	8.71	10.87	2.33	4.91	0.96	0.26	30.18
7	$z_p > 0,1$	0.67	0.90	6.38	9.05	0.26	6.15	1.53	1.26	26.20
8	$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$	4.16	3.72	5.32	7.61	2.11	4.36	5.63	0.65	33.55
9	$10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$ $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	2.45	2.06	4.99	5.90	1.13	3.67	2.92	0.72	23.84
10	$z_p > 0,1$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	2.87	2.22	3.40	5.40	1.29	3.62	2.84	1.59	23.23
11	$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	3.22	3.65	5.13	9.62	2.20	5.28	5.04	0.15	34.30
12	$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^\circ$ $m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$	8.37	8.22	5.69	11.91	4.74	7.55	12.98	0.44	59.91

Tabelle 8.1:  $\chi^2$ -Werte gebildet zwischen den jeweils angegebenen Verteilungen der Daten und der Monte-Carlo-Generatoren auf Hadronniveau (siehe Abschnitt 6.5 für einen Vergleich auf Detektorniveau). Die  $\chi^2$ -Werte sind auf die Anzahl der Spalten der entsprechenden Verteilung normiert.

Der Impulsübertrag  $Q^2$  liegt für ein Ereignis in guter Näherung auf allen Niveaus in einem Bin. Dies liegt daran, daß die Simulation des Detektors den generierten Viererimpulsübertrag relativ genau beschreibt und zum anderen daran, daß die Bins in  $Q^2$  relativ breit sind (siehe Abschnitt 6.2).

Migrationen zwischen den Niveaus sind demnach nur entlang der Spalten des Histogramms zu erwarten, d.h. nur die Anzahl der gefundenen Jets kann sich von einem zum anderen Niveau eines Ereignisses ändern; ein 2-Jet-Ereignis auf Detektorniveau kann etwa ein 1- oder 3-Jet-Ereignis auf Hadronniveau sein. Aus diesem Grund werden nicht die Zeilen, sondern die Spalten entsprechend eines Bins in  $Q^2$  zur Korrektur verwendet. Das rechte Histogramm der Abbildung 8.1 zeigt den Ausschnitt der zweiten Spalte, der dem Bereich  $250 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 400 \text{ GeV}^2$  entspricht. Diese Verteilung der Jets in einem  $Q^2$ -Intervall wird vollkommen analog zu den anderen 2-Jet-Verteilungen zur Korrektur der Daten behandelt. Nach der separaten Korrektur aller Spalten lassen sich die korrigierten Spaltenhistogramme wieder zu einem zweidimensionalen Histogramm zusammenfügen. Die Zeilen dieses korrigierten Histogramms ergeben, nachdem sie auf die Anzahl der DIS-Ereignisse normiert wurden, die korrigierten Jetraten.

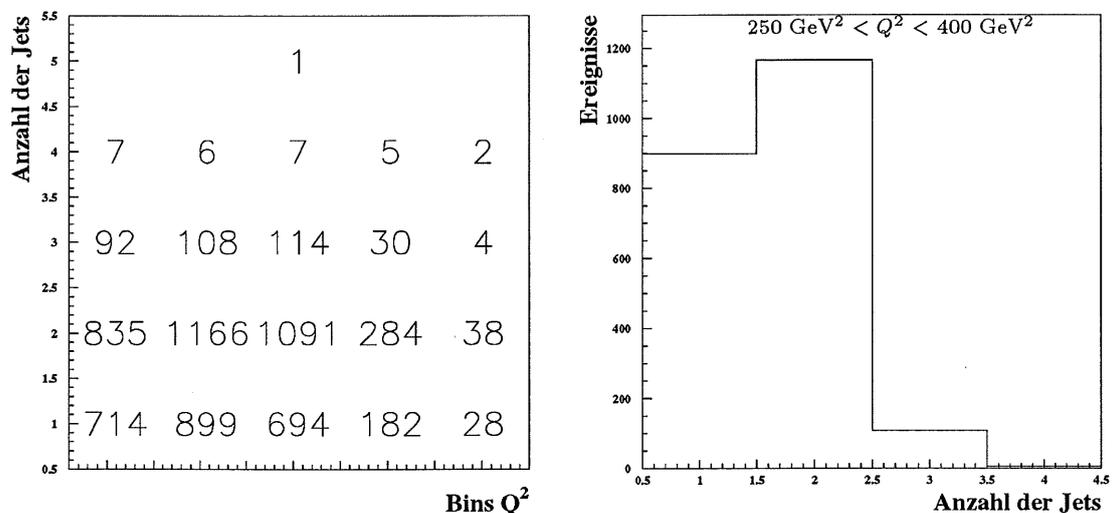


Abbildung 8.1: Links ist die Anzahl der Ereignisse mit  $n$  Jets als Funktion der Bins in  $Q^2$  in einem zweidimensionalen Histogramm dargestellt (ARIADNE auf Hadronniveau). Das rechte Histogramm zeigt als Ausschnitt die zweite Spalte, die Anzahl der Jets im Bereich  $250 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 400 \text{ GeV}^2$ .

Aufgrund der relativ guten Beschreibung der Daten durch das Modell ARIADNE auf Detektorniveau ist eine entsprechend gute Beschreibung der korrigierten Datenverteilungen auch auf Hadronniveau zu erwarten. Dies zeigen die  $\chi^2$ -Werte der Tabelle 8.1. Entsprechend ist die Beschreibung der vorgestellten Verteilungen mit Ausnahme der Jetraten  $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$  für LEPTO mäßig. Allgemein führen die Schnitte gemäß dem oberen Teil der Tabelle zu keinen deutlichen Verbesserungen der Be-

schreibung der Datenverteilungen durch den Farbdipol-Generator. Bei LEPTO ist offensichtlich die Beschreibung analog zum Detektorniveau durch Schnitte, vor allem im Polarwinkel im Laborsystem  $\theta^{LAB} > 10^\circ$ , im Breitsystem  $\theta^{BREIT} > 10^\circ$  und im Photon-Parton-System  $z_p > 0,1$  zu verbessern.

## 8.2 Betrachtung der Korrelationen

Der Vergleich der  $\chi^2$ -Werte der Generatoren ARIADNE und LEPTO in Tabelle 8.1 macht die Modellabhängigkeit der Korrektur deutlich. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, Verteilungen zu betrachten, deren Korrekturen möglichst klein sind. Kleine Korrekturen ergeben sich, wenn die Jetgrößen auf den verschiedenen Niveaus möglichst kleine Unterschiede aufweisen. Wenn die Ereignisse etwa auf solche mit harten Jets durch einen Schnitt in der invarianten Masse  $m_{12} > 20$  GeV eingeschränkt werden, ist eine höhere Korrelation aller Verteilungen zwischen Detektor- und Hadronniveau zu erwarten. Interessant in diesem Zusammenhang ist die *relative Korrelation*  $k_i = \frac{(x_i^{DET} - x_i^{HAD})}{x_i^{DET}}$  einer beliebigen Jetgröße  $x$  eines Ereignisses  $i$ . Für alle selektierten Ereignisse des Generators ARIADNE, welche die zusätzlichen Schnitte  $10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$  und  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  GeV erfüllen, ist zur Illustration das Histogramm der relativen Korrelationen der Größe  $\theta_{fwd}$  in Abbildung 8.2 dargestellt. Die quadratisch addierten Abweichungen  $\delta(k)$  vom Mittelwert  $k_M$

$$\delta(k) = \sqrt{\sum_i (k_i - k_M)^2} \quad (8.1)$$

der relativen Korrelationen  $k_i$  sind ein Maß für die Güte der Korrelation zwischen Detektor- und Hadronniveau. Der Mittelwert von  $k_M = -0,12$  zeigt einen im Mittel

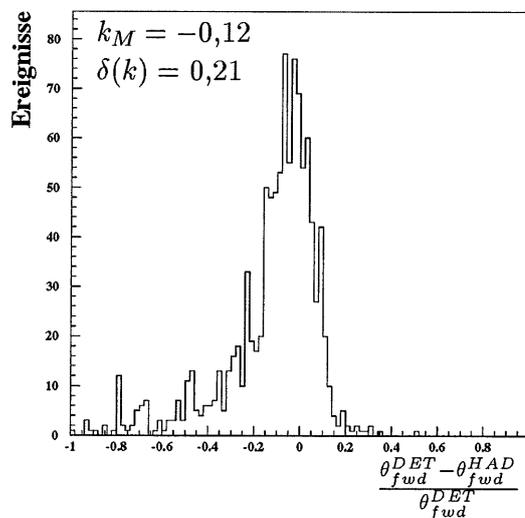


Abbildung 8.2: Korrelationsplot der Größe  $\theta_{fwd}$  zwischen Detektor- und Hadronniveau des Generators ARIADNE.

kleineren Polarwinkel  $\theta_{fwd}$  auf Detektorniveau an. Die Abhängigkeit der Größe der

Korrelationen von den gewählten Schnitten in den vorgestellten Jetgrößen wurde systematisch untersucht und ist in Tabelle 8.2 dargestellt.

Kleinere Werte der dargestellten quadratisch addierten Abweichungen vom Mittelwert bedeuten bessere Korrelationen. Innerhalb beider Generatoren ist zu erkennen, daß die Korrelationen mit härteren Schnitten besser werden. Ohne weitere Schnitte, die über den im Kegelalgorithmus implizit enthaltenen  $p_{\perp}$  Schnitt hinaus gehen, ergeben sich die schlechtesten Korrelationen. Die Modellabhängigkeit der Korrelationen ist im allgemeinen eher gering; insgesamt sind die Abweichungen der relativen Korrelationen im Modell LEPTO aber etwas kleiner. Auffallend ist, daß unterschiedliche Jetgrößen, etwa  $m_{12}$  und  $\theta_{fwd}$  auch unterschiedliche relative Korrelationen aufweisen. Die invariante Masse der beiden Jets auf Hadronniveau wird durch die simulierten Detektoreffekte offensichtlich genauer erfaßt als die Polarwinkel der Jets.

### 8.3 Histogramme der Jetverteilungen im Vergleich der korrigierten Daten mit den Monte-Carlo-Generatoren

In den Abbildungen 8.3 und 8.4 werden die mit dem ARIADNE-Generator korrigierten Verteilungen den Beschreibungen beider Generatoren auf Hadronniveau gegenübergestellt. Die deutlich bessere Beschreibung der Verteilungen durch ARIADNE rechtfertigt die Wahl dieses Generators zur Korrektur.

Dabei müssen die Ereignisse die bereits im Abschnitt 6.4 vorgestellten Schnitte  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  und  $10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$  erfüllen. Als systematischer Fehler wird wieder der Fehler der Energieskala des LArC berücksichtigt. Dazu werden die Korrekturen mit den um  $\pm 4\%$  skalierten Energiewerten gemessenen Datenverteilungen wiederholt und die Abweichungen auf Hadronniveau innerhalb der jeweiligen Verteilung bestimmt. Als weiterer systematischer Fehler wird die Modellabhängigkeit der Korrektur berücksichtigt. Dazu werden die Verteilungen der Daten mit dem Generator LEPTO korrigiert und die Abweichungen zu den Histogrammeinträgen der Korrektur mit dem ARIADNE-Generator ermittelt. Die systematischen und die statistischen Fehler werden quadratisch addiert. Da die korrigierten Verteilungen über den LEPTO-Generator zu einseitigen Abweichungen führen, ist der gesamte Fehler deutlich asymmetrisch. Aufgrund der relativ guten Beschreibung der Daten durch den Generator ARIADNE auf Detektorniveau (siehe Abschnitt 6.4) ist nach der Korrektur ebenfalls eine gute Beschreibung zu erwarten. Die Korrektur auf Detektoreffekte erfüllt die Erwartungen und ist damit konsistent zum Vergleich auf Detektorniveau. Die schlechte Beschreibung der Jetraten  $R_2(Q^2)$  (**g**) und  $R_3(Q^2)$  (**h**) auf Detektorniveau zeigt sich auch auf Hadronniveau. An der Rate  $R_3(Q^2)$  läßt sich die große Modellabhängigkeit der Korrektur deutlich am asymmetrischen oberen horizontalen Fehlerbalken erkennen.

ARIADNE 4.08						
Schnitte	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$
-	0,29	0,24	0,22	0,21	0,28	0,19
$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	0,26	0,22	0,21	0,20	0,26	0,18
$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	0,25	0,20	0,21	0,19	0,25	0,17
$p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	0,27	0,22	0,20	0,20	0,26	0,18
$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,22	0,18	0,17	0,18	0,23	0,18
$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^{\circ}$	0,24	0,21	0,18	0,19	0,24	0,18
$z_p > 0,1$	0,25	0,22	0,18	0,19	0,23	0,18
$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}, m_{12} > 15 \text{ GeV}$	0,21	0,17	0,17	0,17	0,23	0,17
$10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$ $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	0,21	0,17	0,17	0,17	0,23	0,17
$z_p > 0,1, m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,21	0,17	0,16	0,16	0,21	0,17
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}$	0,22	0,19	0,18	0,18	0,24	0,17
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 20 \text{ GeV}$	0,20	0,17	0,18	0,15	0,24	0,16
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,21	0,18	0,17	0,16	0,23	0,17
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,19	0,17	0,18	0,15	0,23	0,15
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 25 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 15^{\circ}$	0,15	0,13	0,17	0,14	0,21	0,14

LEPTO 6.5						
Schnitte	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$
-	0,26	0,21	0,18	0,19	0,26	0,19
$m_{12} > 15 \text{ GeV}$	0,24	0,20	0,18	0,18	0,25	0,18
$m_{12} > 20 \text{ GeV}$	0,23	0,18	0,19	0,17	0,25	0,17
$p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	0,25	0,21	0,18	0,18	0,25	0,17
$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,22	0,18	0,14	0,18	0,23	0,17
$\theta_{Jet}^{BREIT} > 10^{\circ}$	0,24	0,21	0,15	0,18	0,24	0,19
$z_p > 0,1$	0,24	0,21	0,15	0,18	0,23	0,18
$\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}, m_{12} > 15 \text{ GeV}$	0,20	0,16	0,14	0,16	0,23	0,17
$10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$ $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$	0,21	0,18	0,15	0,16	0,23	0,16
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}$	0,23	0,20	0,15	0,19	0,24	0,18
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 20 \text{ GeV}$	0,19	0,16	0,15	0,14	0,23	0,15
$z_p > 0,1, m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,20	0,16	0,14	0,16	0,22	0,16
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 15 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,20	0,18	0,15	0,16	0,23	0,17
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 20 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^{\circ}$	0,19	0,15	0,16	0,14	0,23	0,15
$\theta_{Cluster}^{LAB} > 7^{\circ}, m_{12} > 25 \text{ GeV}$ $\theta_{Jet}^{LAB} > 15^{\circ}$	0,12	0,13	0,15	0,12	0,17	0,12

Tabelle 8.2: Studie der Korrelation zwischen Detektor- und Hadronniveau der Jetvariablen  $x$  unter der Anwendung verschiedener Schnitte. Dargestellt sind die quadratisch addierten Abweichungen vom Mittelwert der Verteilung  $\frac{x^{DET} - x^{HAD}}{x^{DET}}$ .

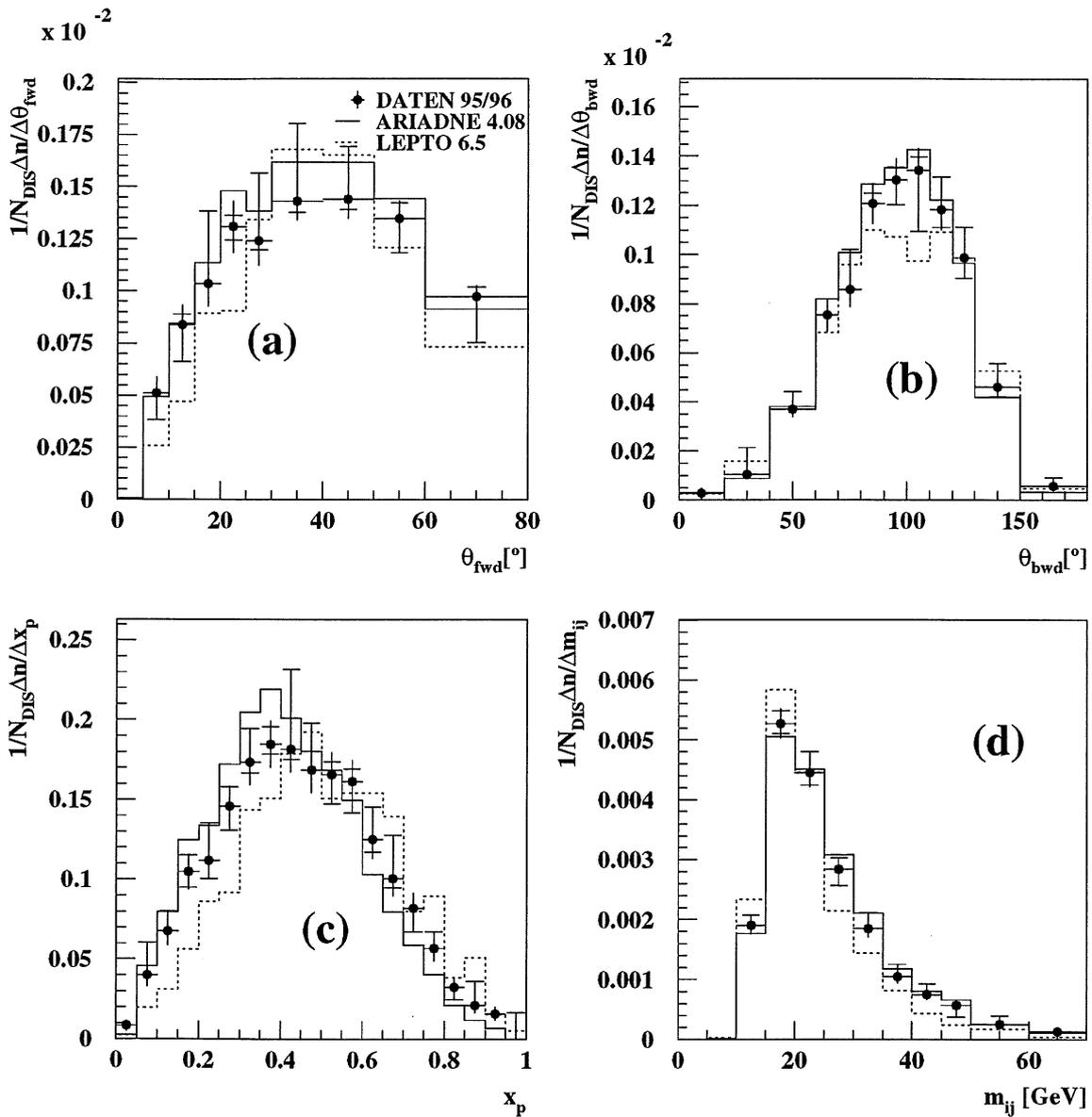


Abbildung 8.3: Vergleich der mit ARIADNE korrigierten Daten mit den Beschreibungen der Generatoren ARIADNE und LEPTO auf Hadronniveau. Der systematische Fehler der Daten ist durch einen kleinen horizontalen Balken gekennzeichnet. Der gesamte Fehler ist durch die vertikale Linie durch die Datenpunkte gegeben. Alle Ereignisse müssen die Schnitte  $p_{\perp}^{\text{Jet}1} > 7 \text{ GeV}$  und  $10^\circ < \theta_{\text{Jet}}^{\text{LAB}} < 140^\circ$  erfüllen. Dargestellt sind die 2-Jet-Größen  $\theta_{\text{fwd}}$  (a),  $\theta_{\text{bwd}}$  (b),  $x_p$  (c) und  $m_{ij}$  (d).

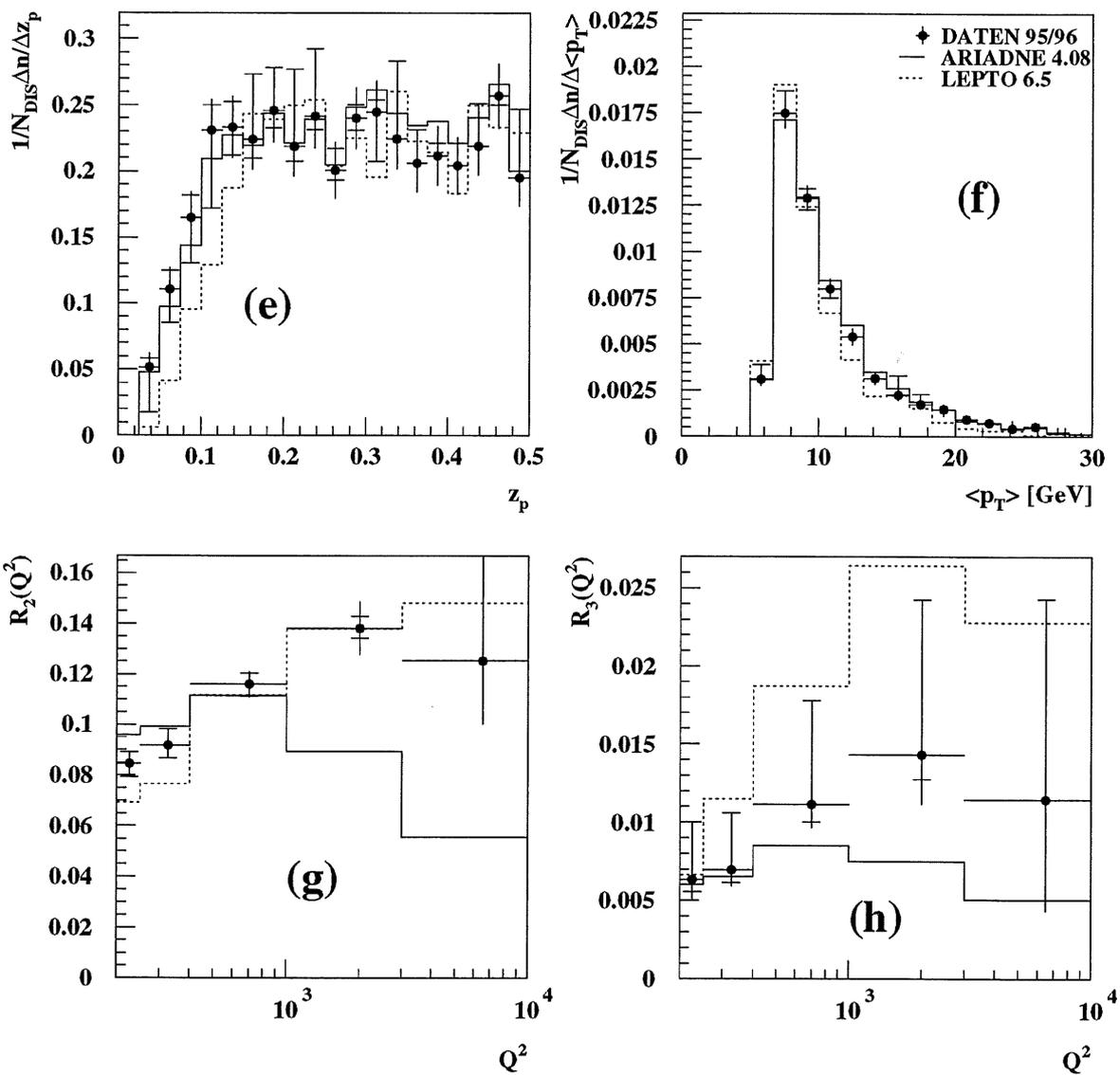


Abbildung 8.4: Weitere 2-Jetvariablen  $z_p$  (e) und  $\langle p_1 \rangle$  (f). Die Abbildung (g) zeigt die 2-Jet-Rate  $R_2(Q^2)$  und (h) die 3-Jet-Rate  $R_3(Q^2)$ .

# Kapitel 9

## Vergleich der korrigierten Daten mit NLO-Vorhersagen

In diesem Kapitel werden die in Abschnitt 6.2 eingeführten Jetverteilungen der auf Detektor- und Hadronisationseffekte korrigierten Daten den Vorhersagen des NLO-Programms DISENT gegenübergestellt. Zusätzlich werden die Jetverteilungen der Monte-Carlo-Generatoren auf Partonniveau dargestellt. Zuvor erfolgt eine kurze Studie der Korrelationen aller hier betrachteten Verteilungen zwischen den verschiedenen Niveaus der Monte-Carlo-Modelle.

### 9.1 Korrelationen

Für die Schnitte  $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$  und  $10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$  ist in Tabelle 9.1 die Güte der Korrelationen der jeweiligen Jetvariablen  $x$  anhand der quadratisch summierten Abweichungen  $\delta\left(\frac{x^{Detektor} - x^{Hadron}}{x^{Detektor}}\right)$  zwischen Detektor- und Hadronniveau (siehe Abschnitt 8.2), Hadron- und Partonniveau sowie zwischen Detektor- und Partonniveau dargestellt. Eine kleine quadratische Abweichung entspricht dabei einer guten Korrelation zwischen den entsprechenden Niveaus (siehe Abschnitt 8.2). In der rechten Spalte der Tabelle sind die mittleren Abweichungen  $\overline{\delta(k)}$  aller dargestellten Jetvariablen eingetragen. Offensichtlich stimmen die Korrelationen innerhalb der Modelle ARIADNE und LEPTO gut überein. Zu erkennen ist, daß die Korrelationen zwischen Hadron- und Partonniveau deutlich besser sind, als zwischen den anderen Niveaus. Die quadratisch addierten Abweichungen dieser relativen Korrelationen des Generators ARIADNE schwanken im Mittel um 10,7% im Gegensatz zu 18,7% zwischen Detektor- und Hadronniveau. Der direkte Vergleich von Detektor- und Partonniveau zeigt erwartungsgemäß die schlechtesten Korrelationen mit mittleren Abweichungen von 20,3%.

ARIADNE 4.08							
Niveaus	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$	$\delta(k)$
Detektor/Hadron	0,21	0,17	0,17	0,17	0,23	0,17	0,19
Hadron/Parton	0,12	0,08	0,11	0,10	0,14	0,09	0,11
Detektor/Parton	0,23	0,19	0,18	0,19	0,25	0,18	0,20

LEPTO 6.5							
Niveaus	$\theta_{fwd}$	$\theta_{bwd}$	$x_p$	$m_{12}$	$z_p$	$\langle p_{\perp} \rangle$	$\delta(k)$
Detektor/Hadron	0,21	0,18	0,15	0,16	0,23	0,16	0,18
Hadron/Parton	0,15	0,10	0,13	0,14	0,21	0,12	0,14
Detektor/Parton	0,23	0,20	0,18	0,20	0,25	0,19	0,21

Tabelle 9.1: Studie der Korrelationen der beiden Generatoren ARIADNE und LEPTO zwischen den verschiedenen Niveaus. Für die jeweilige 2-Jetverteilung sind die quadratisch addierten Abweichungen vom Mittelwert der Verteilung  $\frac{x^{DET} - x^{HAD}}{x^{DET}}$  eingetragen.

## 9.2 Histogramme der Jetverteilungen im Vergleich der korrigierten Daten mit den NLO-Vorhersagen

Die Korrektur von Detektor- und Hadronisationseffekten der Jetverteilungen der Daten läßt sich am einfachsten in einem Schritt vom Detektor- zum Partonniveau vollziehen. Das Verfahren ist ganz analog zur Korrektur der Daten auf Detektoreffekte, wie in Kapitel 8 vorgestellt. Zur Korrektur wird wieder die Matrixmethode einschließlich Vor- und Nachkorrektur, basierend auf ARIADNE, angewendet, die in Abschnitt 7.3 vorgestellt wurde. Von allen Ereignissen wird gefordert, daß sie die Jetschnitte  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  GeV und  $10^{\circ} < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^{\circ}$  erfüllen. Der asymmetrische Schnitt  $p_{\perp}^{Jet1} > 7$  GeV ist für eine sinnvolle Beschreibung der NLO-Vorhersagen erforderlich [37]. Die negativen virtuellen Beiträge in der Berechnung der Wirkungsquerschnitte sind ohne diesen asymmetrischen Schnitt in der Transversalenergie der Jets zu groß und führen zu einem unphysikalischen Verhalten der Verteilungen. In [38] wird deshalb empfohlen, in den NLO-Vorhersagen den nicht beschriebenen Bereich im Phasenraum der Jets durch einen asymmetrischen Schnitt der Transversalenergien der Jets auszuschließen, wobei eine minimale Differenz der Transversalenergien von 2 GeV vorgeschlagen wird. Den Monte-Carlo-Generatoren liegen ausschließlich Berechnungen in LO zugrunde. Da in den Berechnungen in LO keine virtuellen Beiträge berücksichtigt werden, tritt diese in NLO beobachtete Problematik in den Generatoren nicht auf.

Die Abbildungen 9.1 und 9.2 zeigen einen Vergleich der auf Partonniveau korrigierten Datenverteilungen mit den Vorhersagen der Monte-Carlo-Generatoren sowie der Vorhersage der NLO-Kalkulation DISENT. Als systematischer Fehler wird analog

zur Korrektur auf Detektoreffekte sowohl der Fehler der hadronischen Energieskala des LArC als auch die Modellabhängigkeit durch die mit LEPTO korrigierten Datenverteilungen berücksichtigt. Deutlich zu erkennen sind die asymmetrischen Fehlerbalken, die zum größten Teil auf den Fehler, gegeben durch LEPTO, zurückzuführen sind. Auffallend ist, daß die NLO-Kalkulation im allgemeinen zu große Wirkungsquerschnitte vorhersagt. Dieses Verhalten ist noch unverstanden. Die Formen der Jet-Verteilungen werden allerdings im Rahmen der Fehler richtig wiedergegeben. Die abfallenden Verteilungen der Variablen  $\theta_{fwd}$ ,  $\theta_{bwd}$  und  $z_p$  bei kleinen Werten ist auf den Schnitt  $\theta_{Jet}^{LAB} > 10^\circ$  und die Korrelation des Breitsystems mit dem Laborsystem zurückzuführen. Entsprechend hängt das Abfallen der Verteilung  $\theta_{bwd}$  bei großen Winkeln mit dem Schnitt  $\theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$  zusammen. Die Generatoren beschreiben die korrigierten Daten im allgemeinen besser als die NLO-Vorhersage. Die 2-Jet-Rate wird unzureichend vom Generator ARIADNE wiedergegeben. Die Generatoren zeigen sich konsistent zu den Vorhersagen auf Hadron- und Detektorniveau. Die Statistik der Generatoren ist für eine endgültige Analyse nicht ausreichend, wie besonders deutlich an den schwankenden Verteilungen des Generators LEPTO erkannt werden kann.

Da die hier untersuchten Jetvariablen in störungstheoretischer QCD berechnet werden können, reagieren diese Jetvariablen empfindlich auf den Wert des Kopplungsparameter  $\alpha_S$  und seine Skalenabhängigkeit. In weiteren Studien dieser Art ist deshalb eine  $\alpha_S$ -Analyse möglich.

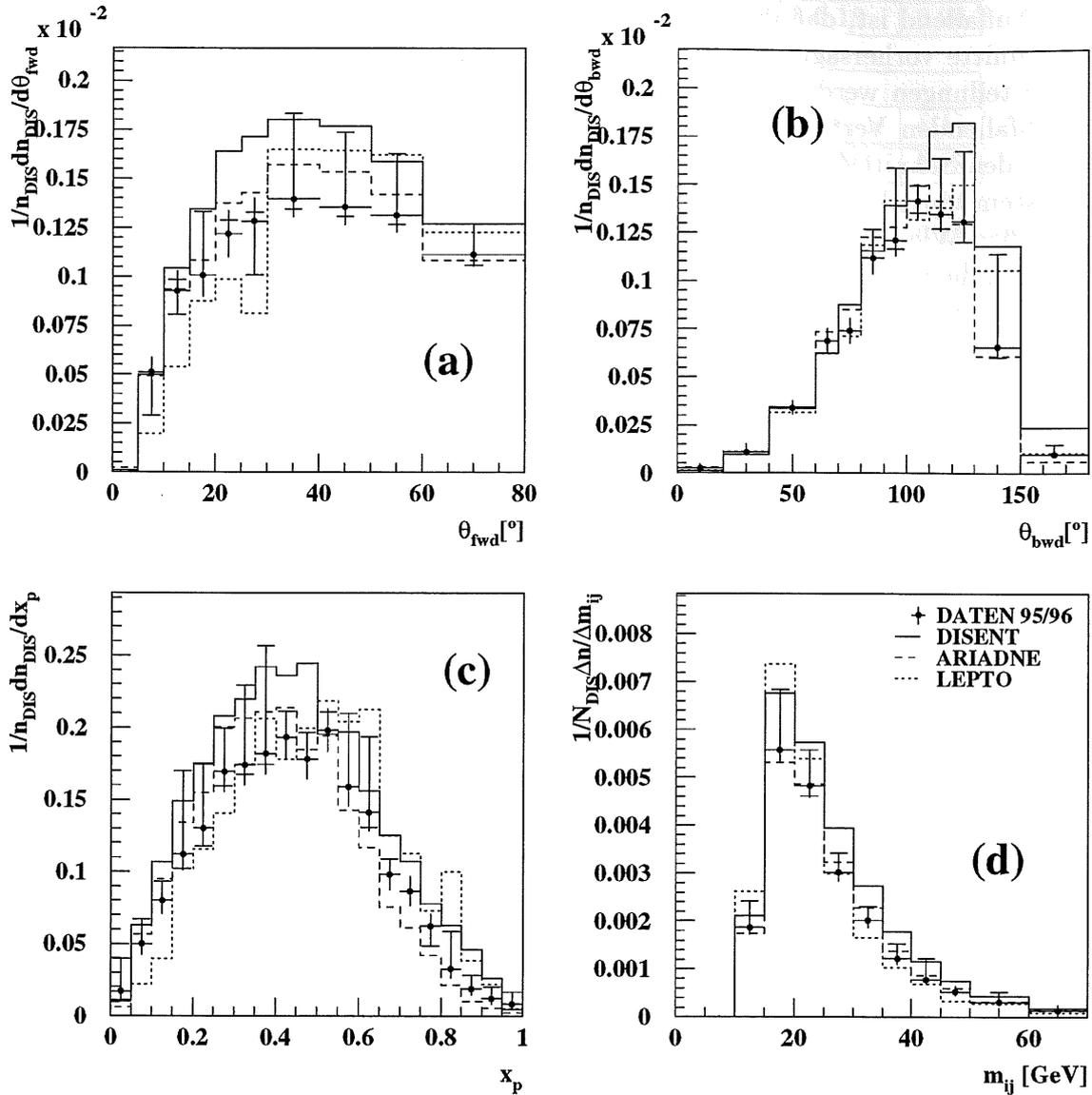


Abbildung 9.1: Vergleich der auf Partonniveau korrigierten Daten mit der NLO-Vorhersage DISENT und den Generatoren ARIADNE und LEPTO. Die Ereignisse müssen die Schnitte  $p_{\perp}^{\text{Jet}1} > 7 \text{ GeV}$  und  $10^\circ < \theta_{\text{Jet}}^{\text{LAB}} < 140^\circ$  erfüllen. Der systematische Fehler der Daten ist durch einen kleinen horizontalen Balken gekennzeichnet. Der gesamte Fehler ist durch die vertikale Linie durch die Datenpunkte gegeben. Dargestellt sind die 2-Jetvariablen  $\theta_{\text{fwd}}$  (a),  $\theta_{\text{bwd}}$  (b),  $x_p$  (c) und  $m_{ij}$  (d).

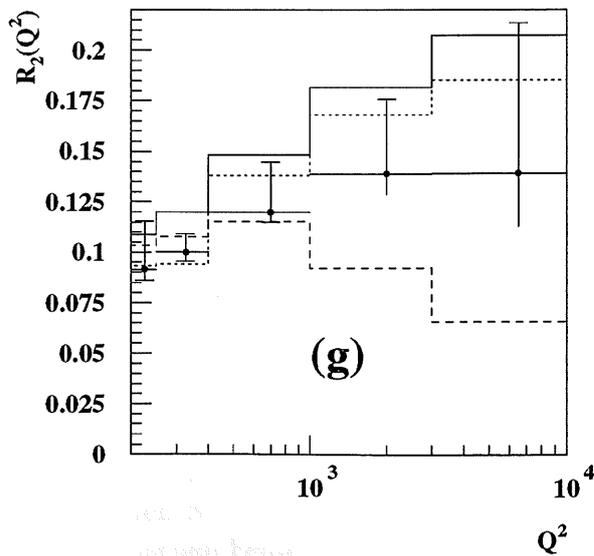
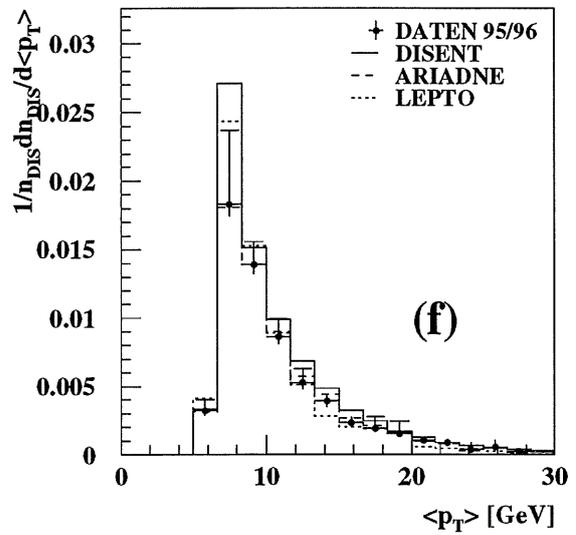
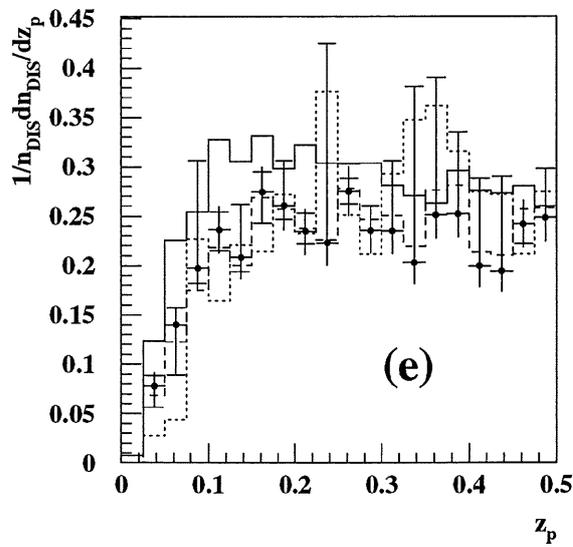
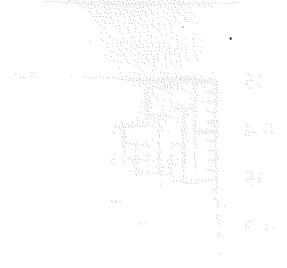


Abbildung 9.2: Weitere 2-Jet-Größen  $z_p$  (e) und  $\langle p_{\perp} \rangle$  (f). Die Abbildung (g) zeigt die 2-Jet-Rate  $R_2(Q^2)$ .



# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die 2-Jetverteilungen  $\theta_{fwd}$ ,  $\theta_{bwd}$ ,  $x_p$ ,  $m_{12}$ ,  $z_p$  und  $\langle p_{\perp} \rangle$  sowie die 2- und 3-Jetraten  $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$  in tiefunelastischer Elektron-Proton-Streuung untersucht. Als Jetalgorithmus wurde ein Kegelalgorithmus verwendet, wobei die Streureaktion im Breit-System betrachtet wird. Im Vergleich der Daten des H1-Detektors mit den Vorhersagen der Modelle ARIADNE und LEPTO zeigen sich große Modellabhängigkeiten. Alle 2-Jet-Verteilungen werden durch das Farbdipolmodell ARIADNE besser beschrieben als durch das Partonschauermodell LEPTO. Die Jetraten  $R_2(Q^2)$  und  $R_3(Q^2)$  werden dagegen durch LEPTO signifikant besser beschrieben. Diese Aussagen sind konsistent mit bereits erfolgten Analysen mit einem JADE-Clusteralgorithmus zur Auffindung der Jets im Laborsystem.

Verschiedene Korrekturmethode wurden vorgestellt und miteinander verglichen. Eine Modifikation der Matrixmethode zur Berücksichtigung der Effekte der Schnitte wurde eingeführt. Die Korrektur auf Detektor- und auf Hadronisationseffekte erfolgte mit dem Generator ARIADNE. Die Auswirkung verschiedener Schnitte auf den Vergleich der Generatoren mit den Daten wurde systematisch untersucht. Dabei zeigte sich, daß die  $\chi^2$ -Werte des Vergleichs der Daten mit ARIADNE relativ unabhängig von den gewählten Schnitten sind. Die Beschreibung der Verteilungen durch LEPTO läßt sich dagegen durch Schnitte im Polarwinkel der Jets und verwandten Schnitten deutlich verbessern. Die Korrelationen zwischen Detektor- und Hadronniveaus der Generatoren wurden im Hinblick auf die Auswirkung der Schnitte studiert. Bei harten Schnitten von z.B.  $p_{\perp}^{Jet1} > 7 \text{ GeV}$  und  $10^\circ < \theta_{Jet}^{LAB} < 140^\circ$  werden Korrelationen erreicht, deren Abweichungen etwa 20% betragen.

Die auf Detektor- und Hadronisationseffekte korrigierten Daten der Jetverteilungen wurden den NLO-Vorhersagen gegenübergestellt. Im Rahmen der statistischen und systematischen Fehler zeigt sich, daß die NLO-Vorhersagen gegenüber den korrigierten Daten erhöhte Wirkungsquerschnitte vorhersagen. Dieses Verhalten ist zur Zeit noch unverstanden. Die Form der 2-Jet-Verteilungen und die 2-Jetraten werden allerdings richtig wiedergegeben. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind einerseits eine Vorstudie für eine  $\alpha_s$ -Analyse und eignen sich andererseits für eine systematische Anpassung der Modellparameter der Monte-Carlo-Generatoren.

1821067

Handwritten notes or markings, possibly including a date or reference number.

# Danksagung

Bei Dr. Marc Weber bedanke ich mich für die freundliche, sehr engagierte und kompetente Betreuung, durch die ich die Arbeit in der  $\alpha_S$ -Gruppe schätzen gelernt habe. Für die Vergabe des Themas der Diplomarbeit und die Begutachtung derselben bin ich Frau Prof. Beate Naroska sehr dankbar. Ebenfalls möchte ich mich bei Herrn Dr. Joachim Meyer für das Zweitgutachten bedanken. Für die freundliche Hilfe bei allen fachlichen Fragen bin ich Nicolai Tobien, Florian Keil und Dr. Olaf Behnke dankbar. Zu meiner Freude konnte ich mich während der gesamten Zeit der Diplomarbeit auf die Unterstützung meiner Frau und meiner Eltern verlassen.

subscriptum

Dr. Hans W. ...  
...  
...  
...

# Literaturverzeichnis

- [1] H1 Collaboration, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. *A* **386**, 348 (1997)
- [2] H1 Collaboration, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. *A* **386**, 310 (1997)
- [3] O. Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*, Vieweg Verlag Braunschweig (1986)
- [4] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. **23** 1415 (1969)
- [5] J. D. Bjorken, E. A. Paschos, Phys. Rev. **185** (1975)
- [6] S. D. Drell, T. M. Yan, Ann. Phys. (N.Y.) **66** 578 (1971)
- [7] P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne, R. D. Short, Nucl. Phys. **B28** 225 (1971)
- [8] P. Schmüser, *Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker*, 2. Auflage, Springer Verlag (1995)
- [9] European Muon Collaboration EMC, *A Detailed Study of the Nucleon Structure Functions in Deep Inelastic Muon Scattering in Iron*, Nucl. Phys. **B272** 158 (1986)
- [10] CDHS-Kollaboration, H. Abramowicz et al., Z. Phys. **C17** 283 (1983)
- [11] CTEQ-Kollaboration, G. Sterman, R. Brock et al., *Handbook of Perturbative QCD*, Rev. Mod. Phys. **67** 157 (1995)
- [12] J. G. Körner, E. Mirkes, G. A. Schuler, *QCD Jets at HERA*, Int. Mod. Phys. **A4** 1781 (1989)
- [13] T. Kinoshita, *Mass Singularities of Feynman Amplitudes*, J. Math. Phys. **3** 650 (1962)  
T. D. Lee, M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, Phys. Rev. **133** B1549 (1964)
- [14] J. C. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press (1984)
- [15] J. Kogut, L. Susskind, Phys. Rev. **D9** 697/ 3391 (1974)
- [16] C. D. Anderson et al., Phys. Rev. Lett. **38** 1450 (1977)

- [17] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, John Wiley (1984)
- [18] P. D. B. Collins, A. D. Martin, E. J. Squires, *Particle Physics and Cosmology*, John Wiley & Sons (1989)
- [19] G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** 298 (1977)
- [20] S. Catani, M. H. Seymour, *NLO calculations in QCD: a general algorithm*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **51C** 233 (1996) und hep-ph/9607318 (1996)
- [21] S. Catani, M. H. Seymour, *NLO QCD calculation in DIS at HERA based on the dipole formalism*, Future physics at HERA 519 Hamburg (1995/96) und hep-ph/9609521 (1996)
- [22] M. H. Seymour, *Jets in QCD*, CERN-TH/95-176 (1995) und hep-ph/9506421 (1995)
- [23] M. H. Seymour, *Jet Phenomenology*, Beitrag zur "11th Les Rencontres de Physique de la Vallée d'Aoste: Results and Perspectives in Particle Physics, La Thuile, Italy, 2-8 Mar 1997" und hep-ph/9707349 (1997)
- [24] F. Abe et al., CDF-Kollaboration, *The topology of Three Jet Events in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV*, Phys. Rev. Lett. **D45** 72 (1992)
- [25] J. e. Huth et al., *Toward a Standardization of Jet Definitions*, Proc. of the 1990 DPF Summer Study on HEP, ed. E. L. Berger, World Scientific (1992)
- [26] G. Ingelman, A. Edin, J. Rathsman, *LEPTO 6.5 - A Monte Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering*, Comput. Phys. Commun. **101** 108 (1997) und hep-ph/9605286 (1996)
- [27] L. Lönnblad, *Ariadne version 4: A Program for Simulation of QCD-Cascades Implementing the Colour Dipole Model, Revision 8*, Comp. Phys. Commun. **71** (1992)
- [28] T. Sjöstrand, *PHYTIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual*, Comp. Phys. Commun. **82** 74 (1994)
- [29] A. D. Martin, R. G. Roberts und W. J. Stirling, *Parton Distributions of the Proton*, Phys. Rev. **D50** 6734 (1994) und hep-ph/9406315 (1994)
- [30] Ya. I. Azimov, Yu. L. Dokshitser, V. A. Khoze, S. I. Troian, *Similarity of Parton and Hadron Spectra in QCD Jets*, Z. Phys. **C27** 65 (1985)
- [31] B. Andersson, G. Gustafson, B. Söderberg, *A General Model for Jet Fragmentation*, Z. Phys. **C20** 317 (1983)
- [32] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman, T. Sjöstrand, *Parton Fragmentation and String Dynamics*, Phys. Rep. **97** 31 (1983)

- [33] H1 Collaboration, *Determination of the Strong Coupling Constant from Jet Rates in Deep Inelastic Scattering*, in Vorbereitung
- [34] H1 Collaboration, *Differential (2+1) Jet Rates and Determination of  $\alpha_S$  in Deep Inelastic Scattering at HERA*, in Vorbereitung
- [35] H1 Collaboration, *Measurement of Event Shape Variables in Deep Inelastic ep Scattering*, Phys. Lett. **B406** 256 (1997) und hep-ex/9706002 (1997)
- [36] V. Blobel, *Unfolding methods in high-energy physics experiments* DESY 84-118 (1984), Vortrag bei der 1984 CERN School of Computing, Aiguablava, Spanien (1984)
- [37] S. Catani und B. R. Webber, *Infrared Safe but Infinite: Soft-Gluon Divergences Inside the Physical Region*, hep-ph/9710333 (1997)
- [38] S. Frixione, G. Ridolfi, *Jet Photoproduction at HERA*, Nucl. Phys. **B507** 315 (1997) und hep-ph/9707345 (1997)



# Bestätigung

Hiermit bestätige ich, daß ich diese Diplomarbeit ohne fremde Hilfe, außer der in dieser Arbeit angegebenen, erstellt habe.